



Schaum

Los textos de la serie Schaum se han convertido en clásicos, por estar a la vanguardia en el estudio, y por ser una inestimable ayuda para el alumno a la hora de adquirir conocimiento y pericia completos en la materia que se aborda.

Cada capítulo está estructurado de la siguiente manera:

- **Teoría:** resumen de las definiciones, principios y teoremas pertinentes, que sirve al estudiante como repaso.
- **Problemas resueltos:** completamente desarrollados, y con grado creciente de dificultad.
- **Problemas propuestos:** dando en cada caso la solución indicada, permiten al estudiante afianzar los conocimientos adquiridos y aplicarlos con destreza en nuevas situaciones.



Schaum

MATEMÁTICAS FINANCIERAS

Frank Ayres, Jr.

Esta edición incluye teoría necesaria para comprender los fundamentos de las matemáticas financieras

Contiene 234 problemas resueltos, totalmente explicados

Incluye 302 problemas propuestos con la respectiva respuesta

Utilizado por millones de
estudiantes y recomendado
por profesores de todo
el mundo



1604
160-6

MATEMATICAS FINANCIERAS

POR

FRANK AYRES, JR., Ph.D.

*Profesor y Jefe del Departamento
de Matemática del Dickinson College*

•
/

TRADUCCION Y ADAPTACION

FERNANDO OCAMPO COMPEAN

*Actuario, Universidad Nacional Autónoma de México
Director Técnico de PanAmerican de México, Cía. de Seguros, S. A.*

•

McGRAW-HILL

MÉXICO • BUENOS AIRES • CARACAS • GUATEMALA • LISBOA • MADRID • NUEVA YORK
PANAMÁ • SAN JUAN • SANTAFÉ DE BOGOTÁ • SANTIAGO • SÃO PAULO
AUCKLAND • HAMBURGO • LONDRES • MILÁN • MONTREAL • NUEVA DELHI • PARÍS
SAN FRANCISCO • SINGAPUR • ST. LOUIS • SIDNEY • TOKIO • TORONTO

Prólogo

Este libro se ha proyectado de manera que pueda usarse o bien como complemento de cualquier texto corriente, o bien como manual para un curso formal de matemática financiera. También servirá como obra de consulta y como texto para el aprendizaje sin maestro.

Cada capítulo comienza con una clara exposición de definiciones y principios, acompañados de material ilustrativo y descriptivo. Siguen luego grupos graduados de problemas resueltos y problemas propuestos. Los problemas resueltos ilustran y amplían los principios, destacan los puntos claves sin los cuales el estudiante continuamente se sentirá inseguro, y suministran la repetición de las propiedades básicas, tan vitales para un aprendizaje efectivo. Nos hemos esforzado por presentar este material en forma simple y concisa. En los problemas resueltos se incluyen muchas deducciones de resultados básicos. El gran número de problemas propuestos, con sus respuestas, sirve como repaso completo del material de cada capítulo; además, después del último capítulo se incluye un grupo muy variado de problemas de repaso general.

Los tres primeros capítulos son una revisión del álgebra necesaria para entender los conceptos presentados en los capítulos siguientes. Se incluyen allí, como aplicaciones, problemas de descuento comercial y por pago al contado, y algunos procedimientos sencillos para calcular la depreciación de activos.

Puesto que muchos lectores no tendrán máquinas calculadoras, se ha empleado en todo el libro la multiplicación abreviada (véase el capítulo 1). En esta sección se han formulado las reglas fundamentales que establecen el número de dígitos que se toman de las diversas tablas de interés.

A causa de su creciente importancia, los pagos parciales y compras a plazo se estudian detalladamente. Debemos también llamar la atención sobre el tratamiento de la anualidad general, que suele dar tanto trabajo y que aquí se basa en el caso sencillo junto con el concepto de tasas equivalentes.

Se ha incluido mucho más material del que se puede ver generalmente en el primer curso. Esto se ha hecho con el fin de que el texto sea más flexible y útil como obra de consulta, y para estimular el interés por los temas.

El autor agradece a la Financial Publishing Company su permiso para reducir a ocho cifras decimales partes de sus tablas de interés compuesto y anualidades. Desea también expresar su agradecimiento al personal de la Schaum Publishing Company por su magnífica colaboración.

FRANK AYRES, JR.

MATEMÁTICAS FINANCIERAS

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio, sin autorización escrita del editor.

DERECHOS RESERVADOS © 1988, 1991, respecto a la primera edición en español por McGRAW-HILL/INTERAMERICANA DE MÉXICO, S. A. de C. V.

Atlacomulco 499-501, Fracc. Ind. San Andrés Atoto

53500 Naucalpan de Juárez, Edo. de México

Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial, Reg. Núm. 1890

ISBN 968-422-160-6

Traducido de la primera edición en inglés de
MATHEMATICS OF FINANCE
Copyright © MCMLXIII, by McGraw-Hill, Inc., U. S. A.

11023456789 ING-91 9087543216

Impreso en Colombia Printed in Colombia

Esta obra se terminó de
imprimir en Septiembre de 1997
Impreandes Presencia S. A.

Se tiraron 7.400 ejemplares

TABLA DE MATERIAS

| | | | |
|----------|-----------|--|--------------------|
| Capítulo | 1 | OPERACIONES CON NUMEROS Los números. Fracciones comunes. Una fracción decimal. Multiplicación abreviada. La razón. Una proporción. Depreciación. Por ciento. Descuento comercial. Descuento por pago de contado. Precio al por menor. | Página 1 |
| Capítulo | 2 | EXPONENTES Y LOGARITMOS Leyes de exponentes. Teorema del binomio. Logaritmos. Antilogaritmos. Cálculos con logaritmos. Cologaritmos. | 16 |
| Capítulo | 3 | PROGRESIONES Una progresión aritmética. Una progresión geométrica. La depreciación. Progresión geométrica infinita. | 32 |
| Capítulo | 4 | INTERES SIMPLE Interés simple exacto y ordinario. Cálculo exacto y aproximado del tiempo. Pagars. Valor presente de una deuda. Ecuaciones de valor. | 40 |
| Capítulo | 5 | DESCUENTO SIMPLE Descuento simple a una tasa de interés. Descuento simple a una tasa de descuento. Descuento de pagars. | 50 |
| Capítulo | 6 | PAGOS PARCIALES Regla comercial, y regla de los Estados Unidos. En compras a plazos. Interés y tasas de descuento utilizados en compras a plazos. | 55 |
| Capítulo | 7 | INTERES COMPUESTO Interés compuesto. El monto compuesto. Tasas nominal y efectiva de interés. Aproximación de la tasa de interés y del tiempo. | 63 |
| Capítulo | 8 | INTERES COMPUESTO El valor presente. Ecuaciones de valor. Tiempo equivalente. | 73 |
| Capítulo | 9 | ANUALIDADES CIERTAS ORDINARIAS Monto y valor presente de una anualidad. | 80 |
| Capítulo | 10 | ANUALIDADES CIERTAS ORDINARIAS Pago periódico. Aproximación de la tasa de interés. | 88 |
| Capítulo | 11 | AMORTIZACION Y FONDOS DE AMORTIZACION Amortización de una deuda. Tabla de amortización. Interés en el valor de un bien adquirido. Extinción de deudas consolidadas. Fondos de amortización. Tabla de fondo de amortización. Depreciación. Agotamiento. | 95 |

| | | | |
|----------|-------|--|-----|
| Capítulo | 12 | BONOS | 106 |
| | | Bonos. Precio del bono en una fecha de pago de intereses. Compra a premio o descuento. El precio cotizado de un bono. Tasa de redituabilidad. Bonos con fecha opcional de redención. Un bono de anualidad. Emisión seriada de bonos. | |
| Capítulo | 13 | ANUALIDADES ANTICIPADAS DIFERIDAS Y PERPETUIDADES | 117 |
| | | Anualidades anticipadas. Anualidades diferidas. Perpetuidades. Costo capitalizado. | |
| Capítulo | 14 | ANUALIDADES CIERTAS. CASO GENERAL | 126 |
| | | Una anualidad general. Pago periódico. El número de pagos. La tasa de interés. | |
| Capítulo | 15 | PROBABILIDAD Y LA TABLA DE MORTALIDAD | 139 |
| | | Probabilidad matemática. Probabilidad estadística. Esperanza matemática. Valor presente de una esperanza matemática. Tabla de mortalidad. Un dotal puro. | |
| Capítulo | 16 | ANUALIDADES CONTINGENTES | 145 |
| | | Anualidad ordinaria vitalicia. Anualidad vitalicia anticipada. Anualidad vitalicia ordinaria diferida. Una anualidad contingente temporal. Una póliza de anualidad. | |
| Capítulo | 17 | SEGURO DE VIDA | 152 |
| | | Seguro de vida entera. Seguro temporal. Seguro dotal. Prima natural. Reserva terminal. | |
| | | PROBLEMAS DE REVISION | 163 |
| | | INDICE DE TABLAS | 167 |
| | I. | mantisas con 6 decimales | 168 |
| | II. | mantisas con 7 decimales | 181 |
| | III. | número de cada día del año | 182 |
| | IV. | monto de 1 a interés compuesto $s = (1+i)^n$ | 183 |
| | V. | valor presente de 1 a interés compuesto $a = (1+i)^{-n}$ | 191 |
| | VI. | valores de $(1+i)^{1/p}$ | 199 |
| | VII. | valores de $(1+i)^{-1/p}$ | 199 |
| | VIII. | valores de $s_{\overline{1/p} i} = \frac{(1+i)^{1/p} - 1}{i}$ | 200 |
| | IX. | valores de $a_{\overline{1/p} i} = \frac{1 - (1+i)^{-1/p}}{i}$ | 200 |
| | X. | valores de $\frac{1}{s_{\overline{1/p} i}} = \frac{i}{(1+i)^{1/p} - 1}$ | 201 |
| | XI. | valores de $\frac{i}{j_{(p)}} = \frac{i}{p[(1+i)^{1/p} - 1]}$ | 201 |
| | XII. | monto de una anualidad de 1 por periodo $s_{\overline{n} i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$ | 202 |
| | XIII. | valor presente de una anualidad de 1 por periodo $a_{\overline{n} i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$ | 210 |
| | XIV. | pago periódico de una anualidad cuyo monto es 1, $\frac{1}{s_{\overline{n} i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$ | 218 |
| | XV. | tabla de mortalidad CSO 1941 con columnas de conmutativos al 2½% | 226 |
| | | INDICE | 229 |

Capítulo 1

Operaciones con números

LOS NUMEROS

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, ...

son conocidos como *números naturales* ya que se derivan en forma natural del proceso de contar

Para sumar dos cualesquiera de dichos números, digamos 5 y 7, empezamos con 5 (o con 7) y contamos hacia la derecha siete (o 5) números para obtener 12. Debido a que no existe un número natural mayor que todos los demás, siempre la suma de dos números naturales es un número natural, es decir, siempre es posible la suma.

Para restar 5 de 7, a partir de 7 contamos 5 números hacia la izquierda hasta 2. La operación de resta (o sustracción), sin embargo, no puede ser efectuada en todos los casos. Por ejemplo, 7 no puede ser restado de 5 ya que únicamente hay cuatro números a la izquierda de 5. Para que siempre sea posible efectuar la resta, es necesario crear nuevos números para colocarlos a la izquierda de los números naturales. El primero de ellos, 0, es conocido como cero, y los demás —1, —2, —3, —4, —5, ... son conocidos como enteros negativos. Estos nuevos números junto con los números naturales (llamados ahora enteros positivos y representados como +1, +2, +3, +4, +5, ...) forman el conjunto

(a) ..., —8, —7, —6, —5, —4, —3, —2, —1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, +6, ...

que no tiene principio ni fin. La operación de suma y resta (o sea, contar hacia la derecha o izquierda) siempre es posible sin excepción. Por razones prácticas el signo + normalmente se omite.

Para sumar dos enteros como +7 y —5, empezamos con +7 y contamos hacia la izquierda (dirección indicada por el signo de —5) cinco números hasta +2, o empezando con —5 contamos hacia la derecha (dirección indicada por el signo de +7) siete números hasta +2. ¿Cómo sumaría —7 y —5?

Para restar +7 de —5, empezamos con —5 y contamos hacia la izquierda (dirección opuesta a la indicada por el signo de +7) siete números hasta —12. Para restar —5 de +7, empezamos con +7 y contamos hacia la derecha (dirección opuesta a la indicada por el signo de —5) cinco números hasta +12. ¿Cómo restaría +7 de +5? ¿Cómo restaría —5 de —7 y —7 de —5?

Si se quiere operar fácilmente con números positivos y negativos, es necesario evitar el proceso de contar. Para hacerlo notamos que cada uno de los números +7 y —7 está a siete posiciones de 0. Este hecho lo indicamos diciendo que el *valor numérico* de cada uno de los números +7 y —7 es 7. En general, el valor numérico

de 0 es 0

de $a \neq 0$ es: $\begin{cases} a & \text{si } a \text{ es positivo} \\ -a & \text{si } a \text{ es negativo} \end{cases}$ (La expresión $a \neq 0$ debe leerse "a diferente de 0".)

Continuando, después de memorizar ciertas tablas de suma y multiplicación, utilizamos las siguientes reglas.

Regla 1. Para sumar dos números con signos iguales, se suma el valor numérico y se antepone el signo común.

Por ejemplo, $+7 + (+5) = +(7+5) = +12$
 $-6 + (-9) = -(6+9) = -15$

Regla 2. Para sumar dos números con signos diferentes, se resta el valor numérico menor del mayor y se antepone el signo del número con mayor valor numérico.

Por ejemplo, $+13 + (-5) = +(13-5) = +8$
 $+4 + (-18) = -(18-4) = -14$

Regla 3. Para restar un número, se cambia el signo y se suma.

Por ejemplo, $14 - (-6) = 14 + 6 = 20$
 $-8 - (-9) = -8 + 9 = 1$
 $-8 - (7) = -8 + (-7) = -15$

ya que $3(2) = 2+2+2 = 6 = 3+3 = 2(3)$

podemos suponer que

$$(+3)(+2) = +6, \quad (+3)(-2) = -6, \quad \text{y} \quad (-3)(+2) = -6$$

Falta por considerar el producto de dos números negativos, por ejemplo, $(-3)(-2)$. Ya que $-3 = -(+3)$, tenemos $(-3)(-2) = -(+3)(-2) = -(-6) = +6$. De aquí podemos establecer:

Regla 4. Para multiplicar dos números o dividir un número entre otro (la división entre cero nunca es permitida), se multiplica o divide el valor numérico y se antepone el signo $+$ si los dos números tienen el mismo signo, y el signo $-$ si tienen signos diferentes.

Aún cuando las reglas anteriores han sido ilustradas con enteros positivos y negativos, es de suponerse que son aplicables tanto a las fracciones comunes como a los números irracionales tratados más adelante.

Véase el problema 1.

FRACCIONES COMUNES. En los ejercicios del problema 1, los cuales utilizan la división, todos los cocientes resultan enteros. Esto ha sido necesario porque en el conjunto de enteros mencionado, no existe un símbolo para representar, por ejemplo, el resultado de dividir 3 entre 4. Si la división entre un entero distinto de cero ha de ser posible, sin excepción, deben ser inventados símbolos adicionales (números). Estos símbolos conocidos como *fracciones comunes* han sido representados indicando la operación que ha de efectuarse (utilizando el signo $/$); por ejemplo, $1 \div 2 = 1/2$, $3 \div 4 = 3/4$, $-2 \div 3 = -2/3$, ...

Sean a y b dos enteros positivos cualesquiera diferentes. Si en la escala (a) el entero a está situado a la izquierda del entero b , decimos que a es menor que b , lo cual se representa como $a < b$. Si por el contrario, a está situado a la derecha de b , decimos que a es mayor que b y lo representamos como $a > b$. Si $a < b$, la fracción (común) a/b se le conoce como *propia*; en caso contrario como *impropia*. Las fracciones propias del tipo a/b son:

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 1/2 & & & \\ & & 1/3 & 2/3 & & & \\ & 1/4 & 2/4 & 3/4 & & & \\ & 1/5 & 2/5 & 3/5 & 4/5 & & \\ 1/6 & 2/6 & 3/6 & 4/6 & 5/6 & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \end{array}$$

Sean c/d y e/f dos fracciones cualesquiera del conjunto anterior. El problema que surge es: ¿Cómo podemos conocer cuándo $c/d = e/f$, $c/d < e/f$ o $c/d > e/f$? Esto nos conduce a la regla más común en la operación con fracciones:

Regla 1. El valor de una fracción no se altera si tanto el numerador como el denominador se multiplican o dividen por un mismo número diferente de cero.

Por ejemplo,

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12} \quad \text{y} \quad \frac{8}{20} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

De acuerdo con la regla 1, dos o más fracciones cualesquiera pueden ser expresadas con el mismo denominador; por ejemplo, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{10}$ pueden ser escritas como $\frac{10}{30}$, $\frac{12}{30}$ y $\frac{9}{30}$ o

como $\frac{20}{60}$, $\frac{24}{60}$ y $\frac{18}{60}$, etc., de donde $\frac{3}{10} < \frac{1}{3} < \frac{2}{5}$ ya que $\frac{9}{30} < \frac{10}{30} < \frac{12}{30}$.

Al sumar y restar fracciones es necesario expresar las distintas fracciones con el mismo denominador. De los muchos denominadores que pueden ser usados, siempre existe uno menor que todos llamado *mínimo común denominador*. En el ejemplo anterior, 30 es el mínimo común denominador.

Regla 2. La suma (o diferencia) de dos fracciones, expresadas con el mismo denominador, es una fracción cuyo denominador es el denominador común y cuyo numerador es la suma (o diferencia) de los numeradores.

Por ejemplo,

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{12}{20} + \frac{5}{20} = \frac{12+5}{20} = \frac{17}{20}$$

y

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{2} - \frac{5}{4} = \frac{8}{12} + \frac{18}{12} - \frac{15}{12} = \frac{8+18-15}{12} = \frac{11}{12}$$

Regla 3. El producto de dos o más fracciones es una fracción cuyo numerador es el producto de los numeradores y cuyo denominador es el producto de los denominadores de las distintas fracciones.

Por ejemplo,

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{9}{10} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 9}{3 \cdot 4 \cdot 10} = \frac{3}{4}$$

Regla 4. El cociente de dos fracciones puede ser evaluado mediante la aplicación de la regla 1, utilizando el mínimo común denominador de las fracciones como multiplicando.

Por ejemplo,

$$\frac{22}{7} \div \frac{12}{5} = 35 \cdot \frac{22}{7} \div 35 \cdot \frac{12}{5} = \frac{5 \cdot 22}{7 \cdot 12} = \frac{5 \cdot 11}{7 \cdot 6} = \frac{55}{42}$$

y

$$\frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}}{\frac{2}{3} + \frac{1}{6}} = \frac{12 \cdot \frac{3}{4} - 12 \cdot \frac{1}{2}}{12 \cdot \frac{2}{3} + 12 \cdot \frac{1}{6}} = \frac{8-6}{9+4} = \frac{2}{13}$$

Véase el problema 2.

UNA FRACCION DECIMAL es una fracción cuyo denominador es una potencia entera de 10; por ejemplo, $6/10$, $11/100$ y $125/1000$ son *fracciones decimales*. Estas fracciones se representan frecuentemente como 0,6, 0,11 y 0,125 respectivamente haciendo uso de la notación decimal. Para transformar una fracción común en una fracción decimal, simplemente dividimos el numerador de la fracción común entre su denominador. Al efectuarse dicha división se pueden presentar dos posibilidades:

- (i) la división resulta exacta; por ejemplo, $\frac{1}{4} = 0,25$ y $23/8 = 2,875$, es decir, son fracciones comunes que se convierten en fracciones decimales exactas.
- (ii) la división no resulta exacta; por ejemplo, $1/3 = 0,3333\dots$ y $2/7 = 0,285714285714285714\dots$. Este es el caso de fracciones decimales periódicas. En la primera fracción, el dígito 3 se repite indefinidamente; en la segunda, el período de dígitos 285714 se repite también indefinidamente.

A los enteros y a las fracciones comunes se les conoce como *números racionales*. Los *números irracionales* son aquellos que cuando se expresan en forma decimal, ésta no puede ser exacta ni periódica, por ejemplo: $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{5}$, π .

En el desarrollo de este libro, utilizaremos números representados en forma decimal. Los valores en la mayoría de las tablas incluidas son números con 8 dígitos después de la coma decimal, pero en forma tal que son aproximaciones obtenidas de la representación decimal completa correspondiente, "redondeada" al número requerido de cifras decimales. Por ejemplo,

$$\begin{array}{ll} (1) 1,0829586432 & (3) 1,284453125 \\ (2) 1,053424119375 & (4) 1,045678375 \end{array}$$

son números que dan lugar a las siguientes cifras:

$$\begin{array}{ll} (1') 1,08295864 & (3') 1,28445312 \\ (2') 1,05342412 & (4') 1,04567838 \end{array}$$

Estos resultados se obtuvieron redondeando de acuerdo con la "regla del computador" que dice así:

- (a) Incrementar en 1 el último dígito retenido si los dígitos despreciados exceden el valor 5000...
- (b) Dejar sin cambio el último dígito retenido si los dígitos despreciados son menores de 5000...
- (c) Hacer par el último dígito retenido (incrementándolo en 1 cuando sea necesario), si el dígito despreciado es exactamente 5.

En (1) los dígitos despreciados son $32 < 50$; el último dígito retenido permanece sin cambio. En (2) los dígitos despreciados son $9375 > 5000$, por lo cual el último dígito retenido se incrementa en 1. En (3) y (4) el dígito despreciado es 5; en (3) el último dígito retenido es par y permanece sin cambio, mientras que en (4) el último dígito retenido es impar por lo que ha sido incrementado en 1.

Véase el problema 3.

OPERACIONES CON DECIMALES. Excepto por el cuidado que debe tenerse con la coma decimal, existe muy poca diferencia entre las operaciones con fracciones decimales y las operaciones con enteros.

Al sumar y restar decimales, deben mantenerse las comas decimales en columna.

Ejemplo 1.

(a) Sumar 32,5, 1,34 y 0,27.

$$\begin{array}{r} 32,5 \\ 1,34 \\ 0,27 \\ \hline 34,11 \end{array}$$

(b) Restar 42,63 de 128,4.

$$\begin{array}{r} 128,40 \\ -42,63 \\ \hline 85,77 \end{array}$$

El número de cifras decimales de un producto es igual a la suma del número de cifras decimales de los factores.

Ejemplo 2.

(a) $6,8 \times 0,4 = 2,72$ (b) $2,76 \times 0,3 = 0,828$ (c) $0,02 \times 0,04 = 0,0008$

El número de cifras decimales de un cociente es igual a la diferencia entre el número de cifras decimales del dividendo (incluyendo los ceros que se agreguen) y el número de cifras decimales del divisor.

Ejemplo 3.

(a) $1,32 \div 1,2 = 1,1$ (b) $14,1 \div 5,6 = 14,1000 \div 5,6 = 2,518$

La confusión que algunas veces surge al tratar de colocar la coma decimal en un cociente, puede ser evitada si antes de efectuar la división se multiplica tanto el dividendo como el divisor por una potencia de 10 que haga el divisor entero (regla 1 de las fracciones) y luego dividir. En esta forma, el número de decimales del cociente será igual al número de decimales del dividendo.

Ejemplo 4.

(a) $1,32 \div 1,2 = 13,2 \div 12 = 1,1$ (tanto el dividendo como el divisor se multiplican por 10).

(b) $14,335 \div 1,25 = 1433,5 \div 125 = 1433,500 \div 125 = 11,468$

MULTIPLICACION ABREVIADA. Con frecuencia se necesita calcular productos del tipo AB o ABC en los que A es un número con dos decimales (pesos y centavos por ejemplo) mientras que B y C son valores con ocho decimales tomados de tablas; el producto deberá ser correcto redondeado a dos cifras decimales (pesos y centavos).

Ejemplo 5.

Encontrar el producto correcto redondeado a dos decimales, de $523,68 \times 2,29724447$.

Tenemos que:

$$\begin{array}{r} 2,29724447 \\ 523,68 \\ \hline 183779 \quad 5576 \\ 1378346 \quad 682 \\ 6891733 \quad 41 \\ 45944889 \quad 4 \\ \hline 1148622235 \\ \hline 1203,020984 \quad 0496 \end{array}$$

El producto resultante tiene 10 dígitos a la derecha de la coma decimal y tendrá que ser redondeado a dos cifras decimales; esto es, a 1203,02. Si se utiliza una máquina calculadora, el exceso de cifras no tiene gran importancia; en caso contrario, deberá reducirse tanto como sea posible el trabajo manual efectuado. La primera pregunta que surge es: Puesto que 2,29724447 es simplemente un valor tomado de una tabla, ¿es necesario que utilicemos los 8 decimales?, por supuesto que no; sin embargo, por el momento supongamos que todos los dígitos a la derecha de la línea vertical pueden ser despreciados con seguridad. Veamos qué significa esto:

La última línea de los productos parciales de la multiplicación anterior corresponde a $5 \times 2,29724447$, la línea precedente corresponde a $2 \times 2,29724447$ con el último dígito redondeado, la anterior corresponde a $3 \times 2,2972444$ con el último dígito redondeado, la que sigue corresponde a $6 \times 2,297244$ también con el último dígito redondeado, y así sucesivamente. Empecemos nuevamente la multiplicación. En vez de tomar los dígitos 52368 del multiplicador leídos de derecha a izquierda, los tomamos ahora leídos de izquierda a derecha. En primer lugar efectuamos el producto parcial $5 \times 2,29724447$. En seguida calculamos $2 \times 2,29724447$ y redondeamos el último dígito: o sea $2 \times 7 = 14$, redondea-

$$\begin{array}{r} 2,29724447 \\ 523.68 \\ \hline 1148622235 \\ 45944889 \\ 6891733 \\ 1378346 \\ 183779 \\ \hline 1203020982 \end{array}$$

mos el 4 y llevando el 1 tenemos $2 \times 4 + 1 = 9$, colocamos el 9 bajo el último dígito del primer producto parcial; continuamos con $2 \times 4 = 8$ y así sucesivamente. Colocamos un punto sobre el 7 o lo tachamos para indicar que ya no se utilizará más. En seguida obtenemos el producto $3 \times 2,2972444$ redondeando el último dígito, es decir, $3 \times 4 = 12$; redondeando 2 y llevando 1 tenemos $3 \times 4 + 1 = 13$, colocamos 3 en la última columna y llevamos 1; continuamos con $3 \times 4 + 1 = 13$ y así sucesivamente (colocamos un punto sobre el último 4), etc. Para determinar en qué lugar debemos colocar la coma decimal en el producto final, no podemos proceder como antes sumando el número de decimales de los factores. Sin embargo, sabemos que el producto buscado se encuentra entre 2×523 y 2×524 , es decir, que tiene que haber 4 dígitos a la izquierda de la coma decimal. De aquí que el producto con dos cifras decimales será 1203,02.

Véase el problema 4.

El problema de determinar el mínimo número de decimales que deben tomarse de un valor determinado para obtener una cierta precisión no es de fácil solución. Podemos ver que en el problema 4(a) la respuesta correcta se obtiene cuando 2,29724447 se redondea a 2,29724, esto es, a cinco decimales. Obsérvese que es precisamente el número de cifras en 52368 cuando 523,68 (pesos y centavos) se convierte a centavos. Este hecho lo consideraremos como regla en capítulos posteriores. Esto, sin embargo, no es completamente cierto, pero el error es pequeño. Puede asegurarse una precisión completa si utilizamos una cifra decimal adicional.

LA RAZON de dos cantidades expresadas en la misma unidad, es su cociente.

Ejemplo 6.

(a) La razón de 15 a 105 es $\frac{15}{105} = \frac{1}{7}$.

(b) La razón de 136 a 16 es $\frac{136}{16} = \frac{17}{2} = \frac{8.5}{1}$.

(c) En 1956 la utilidad neta de la compañía XYZ fue de \$45.826 siendo su activo total de \$343.695. La razón de la utilidad neta al activo total fue $\frac{45.826}{343.695} = \frac{1}{7.5}$.

Véase el problema 5.

UNA PROPORCION es la igualdad de dos razones tales como $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

En esta proporción a y d reciben el nombre de *extremos* mientras que b y c se conocen como *medios*. Claramente vemos que

$$ad = bc$$

entonces podemos establecer en general que, en una proporción, el producto de los medios es igual al producto de los extremos.

Ejemplo 7.

Resolver para x : $\frac{x}{26} = \frac{108}{702}$

Igualando el producto de los extremos ($x \cdot 702$) al producto de los medios ($26 \cdot 108$), tenemos $702x = 26 \cdot 108$, de donde $x = \frac{26 \cdot 108}{702} = 4$.

Ejemplo 8.

Una inversión de \$4000 en una empresa le produce a M un rendimiento de \$240. (a) Encontrar el rendimiento que obtendría N con una inversión de \$7000 en la misma empresa. (b) ¿Cuánto debe invertir P para obtener un rendimiento de \$600?

(a) Representemos por x el rendimiento requerido. Igualando las razones $\frac{\text{rendimiento}}{\text{inversión}}$ de N y M tenemos:

$$\frac{x}{7000} = \frac{240}{4000} = \frac{3}{50}, \text{ por lo que}$$

$$50x = 3 \cdot 7000 \quad \text{y} \quad x = 3 \cdot 140 = \$420$$

(b) Representemos por y la inversión requerida. Procediendo como en (a) tenemos:

$$\frac{600}{y} = \frac{240}{4000} = \frac{3}{50}$$

$$\text{de donde } 3y = 600 \cdot 50 \text{ y } y = 200 \cdot 50 = \$10.000.$$

DEPRECIACION es la pérdida de valor de un activo físico (edificios, maquinaria, etc.), como consecuencia del uso. Para prevenir la necesidad de remplazo de un determinado activo al fin de su vida útil, cada año se traspaasa una parte de las utilidades de una empresa a un fondo especial llamado *fondo para depreciación*. A los depósitos anuales en el fondo para depreciación se les conoce como *cargos por depreciación*. En un momento determinado, a la diferencia entre el costo original del activo y el importe del fondo para depreciación se le conoce como *valor en libros*. El valor en libros de un activo al fin de su vida útil debe ser su *valor de salvamento*.

En el método más simple para depreciar activos, conocido como *método de promedios* o *método lineal*, se efectúan depósitos anuales iguales en el fondo para depreciación, durante toda la vida útil del activo.

Ejemplo 9.

Se estima que una máquina cuyo costo es de \$4000, tendrá una vida útil de 6 años y al fin de dicho período un valor de salvamento de \$400. (a) Encontrar la depreciación promedio anual. (b) Elaborar una tabla de depreciación en donde se muestre el valor en libros cada año.

(a) Depreciación total = costo — valor de salvamento

$$= 4000 - 400 = \$3600$$

$$\text{Depreciación promedio anual} = \frac{3600}{6} = \$600.$$

(b) Puesto que el cargo por depreciación anual es de \$600, el fondo para depreciación se incrementa en esa cantidad cada año, mientras que el valor en libros decrece anualmente en esa misma cantidad. Esto se muestra en la siguiente tabla:

| Tiempo Edad (años) | Cargo por depreciación | Importe del fondo para depreciación | Valor en libros al final del año |
|-----------------------|---------------------------|--|-------------------------------------|
| 0 | 0 | 0 | 4000 |
| 1 | 600 | 600 | 3400 |
| 2 | 600 | 1200 | 2800 |
| 3 | 600 | 1800 | 2200 |
| 4 | 600 | 2400 | 1600 |
| 5 | 600 | 3000 | 1000 |
| 6 | 600 | 3600 | 400 |

Cuando se requiere depreciar maquinaria, existe un método, igual de simple pero más real, que consiste en calcular el cargo anual por depreciación con base en el número de horas que una máquina estuvo en operación, o en el número de artículos producidos en el año.

Ejemplo 10.

A una máquina cuyo costo fue de \$2250 se le ha estimado un valor de salvamento de \$450 y una vida probable de 60.000 horas de operación. (a) Encontrar el cargo por depreciación por hora de operación. (b) Preparar una tabla en la que se muestre el valor en libros para cada uno de los cuatro primeros años de vida de la máquina durante los cuales las horas de operación fueron: 4000, 3800, 4500, 4750.

$$(a) \text{ Depreciación total} = \text{costo} - \text{valor de salvamento} \\ = 2250 - 450 = \$1800$$

$$\text{Cargo por depreciación por hora de operación} = \frac{1800}{60.000} = \$0,03.$$

(b)

| Años | Horas de operación | Cargo por depreciación | Importe del fondo para depreciación | Valor en libros al final del año |
|------|--------------------|------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 2250 |
| 1 | 4000 | 120 | 120 | 2130 |
| 2 | 3800 | 114 | 234 | 2016 |
| 3 | 4500 | 135 | 369 | 1881 |
| 4 | 4750 | 142,50 | 511,50 | 1738,50 |

Ejemplo 11.

A una máquina cuyo costo fue de \$2250 se le ha estimado un valor de salvamento de \$450 y se calcula que puede producir 120.000 unidades. (a) Encontrar el cargo por depreciación por unidad. (b) Preparar una tabla en la que se muestre el valor en libros para cada uno de los primeros cuatro años de vida de la máquina, durante los cuales las unidades producidas fueron: 16.000, 19.000, 21.000, 18.000.

$$(a) \text{ Depreciación total} = \text{costo} - \text{valor de salvamento} \\ = 2250 - 450 = \$1800$$

$$\text{Cargo por depreciación por unidad} = \frac{1800}{120.000} = \$0,015.$$

(b)

| Años | Unidades Producidas | Cargo por depreciación | Importe del fondo para depreciación | Valor en libros al final del año |
|------|---------------------|------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|
| 0 | | 0 | 0 | 2250 |
| 1 | 16.000 | 240 | 240 | 2010 |
| 2 | 19.000 | 285 | 525 | 1725 |
| 3 | 21.000 | 315 | 840 | 1410 |
| 4 | 18.000 | 270 | 1110 | 1140 |

POR CIENTO (Porcentaje). El término *por ciento*, representado con el símbolo %, significa centésimos; o sea que, 25% es simplemente otra forma de representar 25/100, 0,25 ó 1/4.

Ejemplo 12.

(a) Si decimos: *M* carga el 15% por el cobro de ciertas deudas.

Significa: *M* carga \$15 por cada \$100 que él cobra.

(b) Si decimos: Una cierta inversión produce 6% anual.

Significa: La inversión produce \$6 anuales por cada \$100 invertidos.

Cualquier número expresado en forma decimal, puede ser escrito como por ciento colocando simplemente el punto decimal dos lugares a la derecha y agregando el símbolo %. Por ejemplo:

$$\frac{1}{2} = 0,50 = 50\%; \quad \frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%; \quad \frac{11}{4} = 2,75 = 275\%;$$

$$3 = 3,00 = 300\%; \quad \frac{9}{8} = 1,125 = 112,5\%$$

Inversamente, para expresar numéricamente un por ciento dado, suprimimos el símbolo % y colocamos el punto decimal dos lugares a la izquierda. Por ejemplo,

$$75\% = 0,75 = 3/4; \quad 8\% = 0,08; \quad 5\frac{1}{4}\% = 0,0525;$$

$$154\% = 1,54; \quad 1000\% = 10$$

Ejemplo 13.

Podemos resolver ahora el ejemplo 8, como sigue:

Sabemos que: $\frac{\text{rendimiento}}{\text{inversión}} = \frac{240}{4000} = 0,06 = 6\%$ esto es, que la inversión produce un rendimiento de 6%.

$$(a) \frac{\text{rendimiento}}{\text{inversión}} = \frac{x}{7000} = 0,06; \text{ entonces, } x = 7000(0,06) = \$420.$$

$$(b) \frac{\text{rendimiento}}{\text{inversión}} = \frac{600}{y} = 0,06; \text{ entonces, } 0,06y = 600 \text{ y } y = \frac{600}{0,06} = \$10.000.$$

Nótese que mientras se habla de por cientos, siempre se opera con el equivalente en forma decimal.

Véanse los problemas 6-11.

DESCUENTO COMERCIAL es una rebaja sobre el precio de lista de un artículo. Dicha rebaja se da siempre como por ciento del precio de lista.

Ejemplo 14.

El precio de lista de una máquina lavadora es \$275 y el descuento comercial es de 40%. ¿Cuál es el valor de factura (precio de lista o descuento comercial)?

Primera solución:

El descuento comercial es $275(0,40) = \$110$.

El valor de factura es $275 - 110 = \$165$.

Segunda solución:

Un descuento del 40% sobre *A* deja un saldo de $(1 - 0,40)A = 0,60A$, es decir 60% de *A*. El valor de factura es $275(0,60) = \$165$.

Si se conceden dos o más descuentos comerciales, las deducciones correspondientes deben ser hechas sucesivamente.

Ejemplo 15.

Si la compañía mayorista XYZ concede descuentos de 20%, 10% y 5%, encontrar el costo (valor de factura) para la tienda de comestibles ABC de un pedido marcado en \$3250.

Primera solución:

| | | | |
|-------------------|---|------------------|----------|
| Precio de lista | = | 3250 | |
| Primer descuento | = | $3250(0,20)$ | = 650 |
| Primer saldo | = | $3250 - 650$ | = 2600 |
| Segundo descuento | = | $2600(0,10)$ | = 260 |
| Segundo saldo | = | $2600 - 260$ | = 2340 |
| Tercer descuento | = | $2340(0,05)$ | = 117 |
| Tercer saldo | = | $2340 - 117$ | = \$2223 |
| | = | valor de factura | |

Segunda solución:

| | | | |
|-----------------|---|------------------|----------|
| Precio de lista | = | 3250 | |
| Primer saldo | = | 3250(0,80) | = 2600 |
| Segundo saldo | = | 2600(0,90) | = 2340 |
| Tercer saldo | = | 2340(0,95) | = \$2223 |
| | = | valor de factura | |

$$\text{o sea, Valor de factura} = 3250(0,80)(0,90)(0,95) = \$2223$$

Véase el problema 12.

DESCUENTO POR PAGO DE CONTADO es una reducción sobre el valor de factura, por pago dentro de un período determinado.

Ejemplo 16.

Si la compañía mayorista XYZ del ejemplo 15, concede un 2% de descuento por pago dentro de los diez días siguientes a la fecha de factura, encontrar la cantidad pagada por la tienda de comestibles ABC por su pedido, si el pago se hace dentro del período especificado.

| | | | |
|-------------------------------|---|--------------|-------------|
| Valor de factura | = | 2223 | |
| Descuento por pago de contado | = | 2223(0,02) | = 44,46 |
| Suma pagada | = | 2223 - 44,46 | = \$2178,54 |

Véase el problema 13.

PRECIO AL POR MENOR. A la diferencia entre el costo de un artículo para un comerciante y el precio en que es marcado para su venta, se le conoce como margen de utilidad, o utilidad bruta. Es costumbre calcular dicho margen como un cierto porcentaje sobre el precio de venta.

Ejemplo 17.

¿A qué precio debe marcar un comerciante un artículo cuyo costo fue de \$10,60, sabiendo que su margen de utilidad es 40%?

Representemos por V el precio de venta; puesto que

$$\text{Precio de venta} - \text{utilidad bruta} = \text{costo,}$$

$$V - 0,40 V = 10,60$$

$$0,60 V = 10,60$$

$$V = \$17,67$$

Véanse los problemas 14-15.

Problemas resueltos

1. Efectuar las operaciones indicadas:

$$(a) 7 + (-3) + 2 - (-4) = 7 - 3 + 2 + 4 = 10$$

$$(b) 5 - (-2) + 0 - 4 = 5 + 2 - 4 = 3$$

$$(c) 7(-2)(5) = -(7 \cdot 2 \cdot 5) = -70$$

$$(d) 6(-3)(4)(-2) = +(6 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2) = 144$$

$$(e) 12 \div (-4) = -(12 \div 4) = -3$$

$$(f) -20 \div (-5) = +(20 \div 5) = 4$$

2. Efectuar las operaciones indicadas y simplificar.

$$(a) \frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{9}{12} + \frac{8}{12} + \frac{6}{12} = \frac{9+8+6}{12} = \frac{23}{12}$$

$$(b) 1 + \frac{5}{8} - \frac{7}{24} = \frac{24+15-7}{24} = \frac{32}{24} = \frac{4}{3}$$

$$(c) 12\frac{2}{3} - 7\frac{1}{3} + 5\frac{1}{3} = \frac{62}{3} - \frac{22}{3} + \frac{35}{6} = \frac{372-220+175}{30} = \frac{327}{30} = \frac{109}{10}$$

$$(d) \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{7} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 6}{3 \cdot 4 \cdot 7} = \frac{5}{7}$$

$$(e) 2\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{2} \cdot 5\frac{1}{2} = \frac{5}{2} \cdot \frac{16}{5} \cdot \frac{23}{4} = 2 \cdot 23 = 46$$

$$(f) \frac{2}{5} \div \frac{3}{10} = \left(10 \cdot \frac{2}{5}\right) \div \left(10 \cdot \frac{3}{10}\right) = 4 \div 3 = \frac{4}{3}$$

$$(g) \frac{5}{18} \div \left(-\frac{5}{3}\right) = 18 \cdot \frac{5}{18} \div 18 \left(-\frac{5}{3}\right) = 5 \div (-30) = 1 \div (-6) = -\frac{1}{6}$$

$$(h) \frac{1/5 - 2/3}{3/10 - 5/6} = \frac{30(1/5) - 30(2/3)}{30(3/10) - 30(5/6)} = \frac{6-20}{9-25} = \frac{-14}{-16} = \frac{7}{8}$$

3. Escribir el equivalente en forma decimal, aproximado a dos cifras: (a) $17/8$, (b) $175/8$, (c) $3245/152$.

Efectuamos la división con 3 cifras decimales y redondeamos el resultado a 2 cifras decimales.

$$(a) \frac{17}{8} = 2,125 \text{ exactamente, o } 2,12$$

$$(c) \frac{3245}{152} = 21,348... \text{ o } 21,35$$

$$(b) \frac{175}{8} = 21,875 \text{ exactamente, o } 21,88$$

4. Encontrar el resultado correcto con dos decimales:

$$(a) 523,68 \times 2,29724$$

$$(b) 487,36 \times 0,01487$$

$$\begin{array}{r} 2,29724 \\ 523,68 \\ \hline 1148620 \\ 45945 \\ 6892 \\ 1378 \\ 183 \\ \hline 1203018 \\ \text{Resp. } 1203,02 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 487,36 \\ 0,01487 \\ \hline 48736 \\ 19494 \\ 3898 \\ 341 \\ \hline 72469 \\ \text{Resp. } 7,25 \end{array}$$

5. Una zapatería, cuya existencia promedio de mercancía es de \$30.000 obtuvo una utilidad de \$36.000 sobre una venta total de \$120.000 en 1959. Encontrar (a) la razón del total de ventas al inventario promedio, (b) la razón de la utilidad a la venta total.

$$(a) \frac{\text{venta total}}{\text{inventario promedio}} = \frac{120.000}{30.000} = 4; \text{ la razón es de } 4 \text{ a } 1.$$

$$(b) \frac{\text{utilidad}}{\text{ventas}} = \frac{36.000}{120.000} = \frac{3}{10} = \frac{1}{3\frac{1}{3}}; \text{ la razón es de } 1 \text{ a } 3\frac{1}{3}.$$

6. Encontrar:

$$(a) 4\% \text{ de } 725$$

$$725(0,04) = 29$$

$$(b) 175\% \text{ de } 800$$

$$800(1,75) = 1400$$

$$(c) 2\frac{1}{2}\% \text{ de } \$35.640,80$$

$$35.640,80(0,025) = \$891,02$$

$$(d) \frac{2}{3}\% \text{ de } \$12.000$$

$$12.000(0,0075) = \$90,00$$

7. Qué por ciento de:

$$(a) 40 \text{ es } 20 \quad \frac{20}{40} = \frac{1}{2} = 50\%$$

$$(b) 31 \text{ es } 620 \quad \frac{620}{31} = 20 = 2000\%$$

$$(c) \$1500 \text{ es } \$75 \quad \frac{75}{1500} = 0,05 = 5\%$$

$$(d) \$2500 \text{ es } \$137,50 \quad \frac{137,50}{2500} = 0,055 = 5\frac{1}{2}\%$$

8. Hallar x si el 7% de x es 5,25.

$$\text{Tenemos que } 0,07x = 5,25 \text{ por tanto } x = \frac{5,25}{0,07} = 75.$$

$$9. (a) \text{ ¿De qué número es } 20 \text{ el } 25\%? \quad \frac{20}{0,25} = 80$$

$$(b) \text{ ¿De qué cantidad es } \$42,00 \text{ el } 3\frac{1}{2}\%? \quad \frac{42}{0,035} = \$1200$$

$$(c) \text{ ¿De qué cantidad es } \$531,55 \text{ el } 125\%? \quad \frac{531,55}{1,25} = \$425,24$$

10. Sobre una inversión de \$2500, M obtiene una utilidad de \$131,25. ¿Qué porcentaje de la inversión representa dicha utilidad?

El problema es: ¿Qué porcentaje de \$2500 es \$131,25?

$$\frac{131,25}{2500} = 0,0525 = 5\frac{1}{4}\%$$

11. Un abogado recupera el 90% de una demanda de \$300,00 y cobra por concepto de servicios el 15% de la suma recuperada. ¿Qué cantidad recibirá su cliente?

El abogado recupera $300(0,90) = \$270$.

Sus honorarios son $(270)(0,15) = \$40,50$.

El cliente recibe $270 - 40,50 = \$229,50$.

12. La compañía $M \& Z$ adquirió 10 radios marcados en \$37,50, con descuento del 20% y 12 radios marcados en \$60,00 con descuentos del 25% y del 10%. Encontrar el valor de factura del pedido.

Costo de los 10 radios = $375(1 - 0,20) = 375(0,80) = 300$.

Costo de los 12 radios = $720(1 - 0,25)(1 - 0,10) = 720(0,75)(0,90) = 486$.

Valor de factura = $300 + 486 = \$786$.

13. J. L. García compró 4 televisores marcados en \$400, con descuentos del 15% y del 10%. La factura tiene fecha del 15 de marzo, y se ofreció un descuento de 3% por pago dentro de los 10 días siguientes. ¿Qué cantidad pagó García el 23 de marzo?

Valor de factura = $1600(1 - 0,15)(1 - 0,10) = 1600(0,85)(0,90) = \1224 .

Cantidad pagada = $1224(1 - 0,03) = 1224(0,97) = \$1187,28$.

14. ¿Cuál es el precio de venta de un millar de hojas de papel si su costo es de \$2,70 y tienen un margen de utilidad del $33\frac{1}{3}\%$?

Llamemos V al precio de venta. Puesto que:

$$\text{Precio de venta} = \text{costo} + \text{utilidad}$$

$$V = 2,70 + \frac{1}{3}V$$

$$V - \frac{1}{3}V = \frac{2}{3}V = 2,70 \quad y \quad V = \frac{3}{2}(2,70) = \$4,05$$

15. Demostrar que una utilidad del 40% sobre el precio de venta V de un artículo, es equivalente a una utilidad del $66\frac{2}{3}\%$ sobre su costo C .

$$\text{Costo} = \text{precio de venta} - \text{utilidad}$$

$$C = V - 0,40V,$$

$$\text{O sea que } C = 0,60V = \frac{3}{5}V \text{ o } V = \frac{5}{3}C = C + \frac{2}{3}C.$$

Por tanto, la utilidad es $\frac{2}{3}C$, es decir, $66\frac{2}{3}\%$ del costo.

Problemas propuestos

16. Efectuar las operaciones indicadas.

$$(a) 5 + (-3)$$

$$(e) 7 - (-2) + 0 + (-5)$$

$$(i) (-8)(-10)(-5)$$

$$(b) 6 - (-2)$$

$$(f) 9(-12)$$

$$(j) 15 \div (-5)$$

$$(c) -8 + (-6)$$

$$(g) 5(0)$$

$$(k) -30 \div (-3)$$

$$(d) -10 - (-4)$$

$$(h) (-8)(-10)$$

$$(l) -80 \div (5)$$

Resp. (a) 2, (b) 8, (c) -14, (d) -6, (e) 4, (f) -108, (g) 0, (h) 80, (i) -400, (j) -3, (k) 10, (l) -16

17. A cada uno de los siguientes números

-9, -6, -3, 0, 3, 6, 9, 12, 15

$$(a) \text{ sumarlos } 5$$

$$(d) \text{ restarles } -2$$

$$(g) \text{ dividirlos entre } 3$$

$$(b) \text{ sumarlos } -4$$

$$(e) \text{ multiplicarlos por } 6$$

$$(h) \text{ dividirlos entre } -1$$

$$(c) \text{ restarles } 6$$

$$(f) \text{ multiplicarlos por } -5$$

$$(i) \text{ dividirlos entre } -3$$

18. Efectuar las operaciones indicadas y simplificar al máximo:

$$(a) \frac{3}{8} + \frac{2}{3} + \frac{7}{12}$$

$$(d) \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{7}$$

$$(g) \frac{4}{9} \div \frac{8}{27}$$

$$(b) 2 - \frac{3}{4} - \frac{7}{8}$$

$$(e) \frac{22}{3} \cdot \frac{5}{33} \cdot \frac{18}{25}$$

$$(h) \frac{2}{5} \div \frac{4}{15}$$

$$(c) 9\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4} - 3\frac{1}{2}$$

$$(f) 4\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{3} \cdot 5\frac{1}{5}$$

$$(i) \frac{3/4 - 2}{1/5 + 3}$$

Resp. (a) $13/8$, (b) $3/8$, (c) 3, (d) $15/14$, (e) $4/5$, (f) $55\frac{1}{2}$, (g) $3/2$, (h) $3/2$, (i) $-25/64$

19. Redondear cada una de las cantidades siguientes a 2 cifras decimales:

(a) 11,3825, (b) 9,6472, (c) 185,245, (d) 22,255, (e) 8,295

Resp. (a) 11,38, (b) 9,65, (c) 185,25, (d) 22,26, (e) 8,30

20. Escribir en forma decimal, aproximando a dos decimales.

$$(a) \frac{91}{16}, (b) \frac{11}{6}, (c) \frac{35}{8}, (d) \frac{185}{7}$$

Resp. (a) 5.69, (b) 1.83, (c) 4.38, (d) 26.43

21. Calcular los siguientes productos con aproximación a dos decimales.

$$(a) 122.58 \times 15.26536 \quad (c) 1125 \times 1.795856$$

$$(b) 3250 \times 0.082685 \quad (d) 1775 \times 0.116029$$

Resp. (a) 1871.23, (b) 268.73, (c) 2020.34, (d) 205.95

22. Encontrar el cargo por depreciación anual por el método lineal y preparar una tabla que muestre el cambio anual del valor en libros de:

(a) Una máquina cuyo costo fue de \$1750 y se depreció en 5 años, alcanzando un valor de salvamento de \$150.

(b) Una máquina cuyo costo fue de \$65,000 y se depreció en 10 años, alcanzando un valor de salvamento de \$5000.

Resp. (a) \$320, (b) \$6000

23. Una máquina con costo de \$3000 tiene un promedio de vida estimado en 20,000 horas de operación, y un valor de salvamento de \$600. Las horas de uso durante los primeros 5 años fueron: 1800, 2200, 2000, 2500, 2400. Preparar una tabla en la que se muestre el valor en libros al fin de cada uno de los 5 años.

24. Se estima que una máquina con costo de \$3000 es capaz de producir 125,000 unidades antes de su remplazo, y que después tendrá un valor de salvamento de \$500. Las unidades producidas durante cada uno de los 5 primeros años fueron: 15,000, 12,500, 10,000, 14,000, 17,500; preparar una tabla en la que se muestre el valor en libros al fin de cada uno de los 5 años.

25. Expresar cada una de las siguientes cantidades en porcentajes:

$$\begin{array}{llll} (a) 0.05 & (e) 0.76375 & (i) 1/5 & (m) 8 \\ (b) 0.08 & (f) 0.54545 & (j) 1/6 & (n) 1.25 \\ (c) 0.055 & (g) 1.2575 & (k) 5/8 & (o) 7.2 \\ (d) 0.082 & (h) 2.3784 & (l) 7/8 & (p) 17.5 \end{array}$$

Resp. (a) 5%, (b) 8%, (c) $5\frac{1}{2}\%$, (d) $8\frac{1}{8}\%$, (e) $76\frac{3}{8}\%$, (f) 54.545% , (g) $125\frac{3}{4}\%$, (h) 237.84% , (i) 20%, (j) $16\frac{2}{3}\%$, (k) $62\frac{1}{2}\%$, (l) $87\frac{1}{2}\%$, (m) 800%, (n) 125%, (o) 720%, (p) 1750%

26. Expresar cada uno de los siguientes porcentajes como fracciones decimales:

$$\begin{array}{lll} (a) 4\% & (e) 0.5\% & (i) 1\frac{1}{4}\% \\ (b) 10\% & (f) 0.75\% & (j) 2\frac{1}{8}\% \\ (c) 62\% & (g) \frac{1}{4}\% & (k) 87\frac{1}{2}\% \\ (d) 85\% & (h) \frac{3}{8}\% & (l) 127.5\% \end{array}$$

Resp. (a) 0.04, (b) 0.1, (c) 0.62, (d) 0.85, (e) 0.005, (f) 0.0075, (g) 0.0025, (h) 0.00375, (i) 0.0175, (j) 0.02125, (k) 0.875, (l) 1.275

27. Encontrar los siguientes porcentajes.

$$\begin{array}{lll} (a) 3\% \text{ de } 200 & (d) 18\% \text{ de } \$4000 & (g) 2\% \text{ de } 7\% \text{ de } \$5000 \\ (b) 5\% \text{ de } 800 & (e) 4\frac{1}{2}\% \text{ de } \$12.500 & (h) 3\% \text{ de } 5\% \text{ de } \$12.000 \\ (c) 12\% \text{ de } \$3000 & (f) 33\frac{1}{8}\% \text{ de } \$21.720 & (i) 10\% \text{ de } 20\% \text{ de } \$250.000 \end{array}$$

Resp. (a) 6, (b) 40, (c) \$360, (d) \$720, (e) \$562.50, (f) \$7240, (g) \$7, (h) \$18, (i) \$5000

28. ¿Qué porcentaje de:

$$\begin{array}{ll} (a) 20 \text{ es } 10? & (d) \$4800 \text{ es } \$168? \\ (b) 10 \text{ es } 20? & (e) \$1664 \text{ es } \$35.36? \\ (c) \$1200 \text{ es } \$108? & (f) 0.28 \text{ es } 0.0056? \end{array}$$

Resp. (a) 50%, (b) 200%, (c) 9%, (d) $3\frac{1}{4}\%$, (e) $2\frac{1}{8}\%$, (f) 2%

29. (a) ¿De qué número es 9 el 20%? (d) ¿De qué cantidad es \$2000 el $6\frac{1}{2}\%$?
(b) ¿De qué número es 9 el $12\frac{1}{2}\%$? (e) ¿De qué cantidad es \$183.75 el $3\frac{1}{2}\%$?
(c) ¿De qué cantidad es \$400 el 2%? (f) ¿De qué cantidad es \$275.10 el $5\frac{1}{4}\%$?
Resp. (a) 45, (b) 72, (c) \$20,000, (d) \$32,000, (e) \$5250, (f) \$5240

30. En cierto estado se ha implantado un impuesto del 4% sobre el importe de las ventas. Encontrar el impuesto sobre un automóvil facturado en \$3500.
Resp. \$140

31. La compañía XYZ anuncia 10% de descuento en toda su mercancía. Si M compra una aspiradora eléctrica marcada con \$125, ¿cuánto tiene que pagar por ella? ¿Cuánto tendrá que pagar si existe un impuesto de 4%?
Resp. \$112.50 y \$117

32. Sobre la venta de cierto artículo existe un impuesto de 10% y una vez que este impuesto ha sido cargado se aplica otro impuesto del 4% sobre el total. Si un artículo está marcado en \$250, ¿cuánto tendrá el comprador que pagar por él?
Resp. \$286

33. Un comerciante compra un artículo en \$20 y lo vende en \$32.50. Expresar la utilidad como porcentaje del precio de costo y del precio de venta.
Resp. $62\frac{1}{2}\%$ y $38\frac{1}{3}\%$

34. Si X es 25% menor que Y, ¿en qué porcentaje de X, excede Y a X?
Resp. $33\frac{1}{3}\%$

35. Una persona gasta \$147 en aceite con precio de \$0.14 por galón. Encontrar el costo de la misma cantidad de aceite a \$0.16 por galón.
Resp. \$168

36. Encontrar el valor de factura, dado:

$$\begin{array}{l} (a) \text{ precio de lista} = \$750 \text{ con descuento del } 40\% \\ (b) \text{ precio de lista} = \$750 \text{ con descuentos del } 30\% \text{ y } 10\% \\ (c) \text{ precio de lista} = \$750 \text{ con descuentos del } 20\%, 10\% \text{ y } 10\% \\ (d) \text{ precio de lista} = \$750 \text{ con descuentos del } 15\%, 15\%, 5\% \text{ y } 5\% \end{array}$$

Resp. (a) \$450, (b) \$472.50, (c) \$486, (d) \$489.05

37. ¿Qué descuento único es equivalente a los descuentos sucesivos:

$$(a) \text{ del problema } 36(b)? (b) \text{ del problema } 36(c)? (c) \text{ del problema } 36(d)?$$

Resp. (a) 37%, (b) 35.2%, (c) 34.793%

38. Dos firmas competidoras tienen el mismo precio de lista para un artículo. Una firma ofrece descuentos del 25% y 15%, la otra ofrece descuentos del 20%, 10% y 10%. ¿Qué descuentos son más ventajosos para el comprador?

39. Una factura de \$3000, fechada el 1.º de junio, estipula lo siguiente: Un descuento del 5% por pago en 10 días o un descuento del 2% por pago en 30 días. Encontrar la suma pagada si la liquidación fue hecha (a) el 10 de junio, (b) el 29 de junio.
Resp. (a) \$2850, (b) \$2940

40. Encontrar la cantidad pagada si cada uno de los siguientes conceptos son pagados dentro del período establecido para descuentos por pronto pago:

| | Precio de lista | Descuento comercial | Descuento por pago de contado |
|-----|-----------------|---------------------|-------------------------------|
| (a) | \$2500 | 25% | 3% por pago en 10 días |
| (b) | \$5000 | 20%, 10% | 2% por pago en 10 días |
| (c) | \$3750 | 25%, 10%, 5% | 5% por pago en 30 días |
| (d) | \$7500 | 30%, 5%, 5% | 2% por pago en 15 días |

Resp. (a) \$1818.75, (b) \$3528, (c) \$2284.46, (d) \$4643.36

41. Una tienda de ropa adquiere trajes en \$60 y los marca para su venta en una cantidad tal, que le produzca un margen de utilidad del 40% sobre el precio de venta. Encontrar el precio de venta.
Resp. \$100.

Capítulo 2

Exponentes y logaritmos

EXPONENTES. Cuando $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$ se abrevia como a^5 , a se conoce como *base* y 5 como *exponente*. Un exponente es, por tanto, un entero positivo escrito en la parte superior derecha de la base, el cual indica el número de veces que la base aparece como factor.

Ejemplo 1.

- | | |
|---|--|
| (a) $a^2 = a \cdot a$ | (f) $2000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2^4 \cdot 5^3$ |
| (b) $a^4 = a \cdot a \cdot a \cdot a$ | (g) $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$ |
| (c) $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$ | (h) $(81)^2 = 81 \cdot 81 = 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^4$ |
| (d) $243 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$ | (i) $(1+i)^3 = (1+i)(1+i)(1+i)$ |
| (e) $432 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2^4 \cdot 3^3$ | (j) $(1+i)^n = (1+i)(1+i) \dots$ hasta n factores |

LEYES DE EXPONENTES. Si m y n son enteros positivos y $a \neq 0$, tenemos que

$$\begin{aligned} a^m \cdot a^n &= (a \cdot a \dots \text{ hasta } m \text{ factores})(a \cdot a \dots \text{ hasta } n \text{ factores}) \\ &= (a \cdot a \dots \text{ hasta } m+n \text{ factores}) = a^{m+n} \end{aligned} \quad (1)$$

Por tanto, $a^7 \cdot a^3 = a^{7+3} = a^{10}$, $b^2 \cdot b^4 = b^{2+4} = b^6$, $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$.

$$\begin{aligned} \frac{a^m}{a^n} &= \frac{(a \cdot a \dots \text{ hasta } m \text{ factores})}{(a \cdot a \dots \text{ hasta } n \text{ factores})} = (a \cdot a \dots \text{ hasta } m-n \text{ factores}) \\ &= a^{m-n}, \quad \text{cuando } m > n \end{aligned} \quad (2)$$

Por tanto, $a^7/a^3 = a^{7-3} = a^4$, $b^5/b^3 = b^{5-3} = b^2$, $2^{10}/2^6 = 2^{10-6} = 2^4 = 16$.

$$\begin{aligned} \frac{a^m}{a^n} &= \frac{(a \cdot a \dots \text{ hasta } m \text{ factores})}{(a \cdot a \dots \text{ hasta } n \text{ factores})} = \frac{1}{(a \cdot a \dots \text{ hasta } n-m \text{ factores})} \\ &= \frac{1}{a^{n-m}}, \quad \text{cuando } m < n \end{aligned} \quad (3)$$

Por tanto, $\frac{a^3}{a^5} = \frac{1}{a^{5-3}} = \frac{1}{a^2}$, $\frac{b^4}{b^6} = \frac{1}{b^{6-4}} = \frac{1}{b^2}$, $\frac{3^5}{3^7} = \frac{1}{3^{7-5}} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$.

$$\begin{aligned} (a^m)^n &= a^m \cdot a^m \dots \text{ hasta } n \text{ factores} = a^{m+m+\dots \text{ hasta } n \text{ términos}} \\ &= a^{mn} \end{aligned} \quad (4)$$

Por tanto, $(a^3)^2 = a^{3 \cdot 2} = a^6$, $(b^4)^3 = b^{4 \cdot 3} = b^{12}$, $(3^2)^3 = 3^{2 \cdot 3} = 3^6 = 81$.

$$\begin{aligned} (a \cdot b)^n &= (a \cdot a \dots \text{ hasta } n \text{ factores})(b \cdot b \dots \text{ hasta } n \text{ factores}) \\ &= a^n b^n \end{aligned} \quad (5)$$

Por tanto, $(ab)^2 = a^2 b^2$, $(xy)^4 = x^4 y^4$, $(2x^3)^5 = 2^5 x^{15} = 32x^{15}$, $(x^2 y^3)^5 = x^{10} y^{15}$.

$$\begin{aligned} \left(\frac{a}{b}\right)^n &= \underbrace{\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{a}{b}\right) \dots \text{ hasta } n \text{ factores}}_{\frac{a \cdot a \dots \text{ hasta } n \text{ factores}}{b \cdot b \dots \text{ hasta } n \text{ factores}}} = \frac{a^n}{b^n} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{Por tanto, } \left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a^3}{b^3}, \quad \left(\frac{x^2}{y}\right)^4 = \frac{(x^2)^4}{y^4} = \frac{x^8}{y^4}, \quad \left(\frac{81}{32}\right)^3 = \left(\frac{3^4}{2^5}\right)^3 = \frac{3^{12}}{2^{15}}.$$

Véase el problema 1.

EXPONENTE CERO, NEGATIVO Y FRACCIONARIO. Para incluir en la noción de exponente cualquier número racional (por ejemplo, cero, enteros positivos y negativos y fracciones comunes) son necesarias las siguientes definiciones:

$$a^0 = 1, \quad a \neq 0 \quad (7)$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad a \neq 0 \text{ siendo } n \text{ un entero positivo} \quad (8)$$

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}, \quad \text{siendo } n \text{ un entero positivo} \quad (9)$$

Puede demostrarse que las leyes (1) y (6) dadas para los exponentes, se cumplen si la condición " m y n son enteros positivos" se cambia por " m y n son números racionales". Obsérvese, sin embargo, que el exponente en la expresión $a^{1/n}$, por ejemplo, nada tiene que ver con el número de veces que la base aparece como factor.

Ejemplo 2.

- | | |
|---|---|
| (a) $1 = \frac{2^3}{2^3} = 2^{3-3} = 2^0$ | (f) $(25)^{1/2} = \sqrt{25} = 5$ |
| (b) $2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$ | (g) $(8)^{2/3} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{(2^3)^2} = \sqrt[3]{2^6} = 2^{6/3} = 2^2 = 4$ |
| (c) $\frac{1}{3^{-4}} = 3^4 = 81$ | (h) $(16)^{-3/2} = (4^2)^{-3/2} = 4^{-3} = 1/4^3 = 1/64$ |
| (d) $\frac{a^5}{a^{-3}} = a^5 \cdot a^3 = a^8$ | (i) $\left(\frac{a^4}{b^{-2}}\right)^{-1/2} = \frac{a^{-2}}{b^1} = \frac{1}{a^2 b}$ |
| (e) $\left(\frac{a^3}{b^2}\right)^{-4} = \frac{a^{-12}}{b^{-8}} = \frac{b^8}{a^{12}}$ | (j) $(1.02)^3 (1.02)^{-3/2} = (1.02)^{3/2}$ |

Véase el problema 2.

TEOREMA DEL BINOMIO. Bajo ciertas restricciones establecidas más adelante tenemos que

$$(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^{n-3}b^3 + \dots \quad (10)$$

Es posible obtener cualquier término de la expresión anterior mediante la aplicación de las siguientes propiedades:

- El exponente de a en el primer término es n , en el segundo es $n-1$, y decrece en 1 en cada término sucesivo.
- La suma de los exponentes de a y b , en cualquier término es n .
- El coeficiente del primer término es 1, el del segundo término es n , el coeficiente de cualquier término posterior es igual al coeficiente del término precedente, multiplicado por el exponente de a en ese mismo término, y dividido entre el exponente de b aumentado en 1, de ese término. En consecuencia, el quinto término en (10) es

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} a^{n-4} b^4$$

Siendo n un entero positivo, la igualdad dada en (10) se cumple para cualquier valor de a y b , produciéndose $(n + 1)$ términos.

Ejemplo 3.

Desarrollar $(2x + 3y)^5$ y simplificar.

$$\begin{aligned}(2x + 3y)^5 &= (2x)^5 + 5(2x)^4(3y) + \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2}(2x)^3(3y)^2 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3}(2x)^2(3y)^3 \\ &\quad + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}(2x)(3y)^4 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}(3y)^5 \\ &= 32x^5 + 240x^4y + 720x^3y^2 + 1080x^2y^3 + 810xy^4 + 243y^5\end{aligned}$$

Sea n cualquier número racional que no sea entero positivo; (10) se cumple siempre y cuando el valor numérico de a sea mayor que el valor numérico de b , produciéndose un número ilimitado de términos.

Ejemplo 4.

Desarrollar $(9x^3 + 4y)^{1/3}$ a 5 términos y simplificar cada término.

$$\begin{aligned}(9x^3 + 4y)^{1/3} &= (9x^3)^{1/3} + \frac{1}{3}(9x^3)^{-2/3}(4y) + \frac{\frac{1}{3}(-\frac{2}{3})}{1 \cdot 2}(9x^3)^{-5/3}(4y)^2 \\ &\quad + \frac{\frac{1}{3}(-\frac{2}{3})(-\frac{5}{3})}{1 \cdot 2 \cdot 3}(9x^3)^{-7/3}(4y)^3 + \frac{\frac{1}{3}(-\frac{2}{3})(-\frac{5}{3})(-\frac{8}{3})}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}(9x^3)^{-10/3}(4y)^4 + \dots \\ &= 3x + \frac{1}{2} \frac{4y}{3x} - \frac{1}{8} \frac{16y^2}{27x^3} + \frac{1}{16} \frac{64y^3}{243x^5} - \frac{5}{128} \frac{256y^4}{2187x^7} + \dots \\ &= 3x + \frac{2y}{3x} - \frac{2y^2}{27x^3} + \frac{4y^3}{243x^5} - \frac{10y^4}{2187x^7} + \dots\end{aligned}$$

EL TEOREMA DEL BINOMIO tiene aplicación en el cálculo de potencias de $(1 + i)$, donde i es una tasa de interés, con resultado aproximado a un número dado de decimales.

Para aproximar $(1 + i)^n$ a r cifras decimales deben seguirse los siguientes pasos:

- Escribir los primeros términos del desarrollo.
- Evaluar cada término con $(r + 1)$ cifras decimales.
- Si es necesario, seguir agregando términos en (a) hasta finalizar el desarrollo o hasta alcanzar un término con $(r + 1)$ ceros a la derecha del punto decimal.
- Sumar todos los términos evaluados y redondear a r cifras decimales.

Ejemplo 5.

Encontrar el valor de $(1.03)^8$ con 6 cifras decimales.

$$\begin{aligned}(1.03)^8 &= (1 + 0.03)^8 = 1^8 + 8(1)^7(0.03) + 28(1)^6(0.03)^2 + 56(1)^5(0.03)^3 \\ &\quad + 70(1)^4(0.03)^4 + 56(1)^3(0.03)^5 + 28(1)^2(0.03)^6 + \dots \\ &= 1 + 0.24 + 0.0252 + 0.001512 + 0.0000567 + 0.0000014 \\ &\quad + (0.00000020412) + \dots \\ &= 1.266770\end{aligned}$$

Véanse los problemas 3-4.

LOGARITMOS. El logaritmo en base b de un número positivo N ($\log_b N$), es el exponente L tal que $b^L = N$. Por ejemplo,

$$\log_2 32 = 5, \text{ ya que, } 2^5 = 32 \text{ y } \log_3 125 = 3, \text{ ya que, } 3^3 = 125.$$

Véanse los problemas 5-6.

Para nuestros propósitos, en adelante utilizaremos la base 10 escribiendo $\log N$ en vez de $\log_{10} N$. Por definición tenemos

$$\begin{aligned}\log 1000 &= 3 & \text{ya que } 10^3 &= 1000 \\ \log 100 &= 2 & \text{ya que } 10^2 &= 100 \\ \log 10 &= 1 & \text{ya que } 10^1 &= 10 \\ \log 1 &= 0 & \text{ya que } 10^0 &= 1 \\ \log 0.1 &= -1 & \text{ya que } 10^{-1} &= 0.1 \\ \log 0.01 &= -2 & \text{ya que } 10^{-2} &= 0.01 \text{ etc.}\end{aligned}$$

Sean $A = 10^a$, $B = 10^b$, y $C = 10^c$ tales que $\log A = a$, $\log B = b$, y $\log C = c$.

Puesto que

$$\begin{aligned}A \cdot B \cdot C &= 10^a \cdot 10^b \cdot 10^c = 10^{a+b+c}, \\ A/B &= 10^a/10^b = 10^{a-b}, \quad \text{y} \quad A^n = (10^a)^n = 10^{na},\end{aligned}$$

se deduce que

$$\begin{aligned}\log A \cdot B \cdot C &= a + b + c = \log A + \log B + \log C \\ \log A/B &= a - b = \log A - \log B \\ \log A^n &= na = n \log A\end{aligned}$$

Con lo anterior hemos mostrado que:

- El logaritmo del producto de dos o más números positivos es igual a la suma de los logaritmos de los números.
- El logaritmo del cociente de dos números positivos es igual al logaritmo del numerador menos el logaritmo del denominador.
- El logaritmo de una potencia de un número positivo es igual al producto del logaritmo del número multiplicado por el exponente de la potencia.

Ejemplo 6.

Conocidos $\log 2 = 0.301030$ y $\log 3 = 0.477121$; entonces

- $\log 6 = \log(2 \cdot 3) = \log 2 + \log 3 = 0.301030 + 0.477121 = 0.778151$
- $\log 60 = \log(6 \cdot 10) = \log 6 + \log 10 = 0.778151 + 1.000000 = 1.778151$
- $\log 600 = \log(6 \cdot 10^2) = \log 6 + \log 10^2 = 0.778151 + 2.000000 = 2.778151$
- $\log 0.06 = \log \frac{6}{100} = \log 6 - \log 10^2 = 0.778151 - 2.000000$

Es corriente escribir este resultado como $\bar{2}.778151$, pero nosotros los escribiremos como $8.778151 - 10$.

- $\log 0.0036 = \log(0.06)^2 = 2 \log 0.06 = 2[8.778151 - 10] = 17.556302 - 20 = 7.556302 - 10$
- $\log \sqrt[3]{0.06} = \log(0.06)^{1/3} = \frac{1}{3} \log 0.06 = \frac{1}{3}[8.778151 - 10] = \frac{1}{3}[48.778151 - 50] = 9.755630 - 10$

CARACTERISTICA Y MANTISA. El logaritmo (en base 10) de un número positivo consiste de dos partes: (i) una parte entera llamada *característica* y (ii) una parte decimal llamada *mantisa*. Del ejemplo 6, podemos concluir que la mantisa está determinada por la serie de dígitos del número sin importar la posición de la coma decimal, mientras que la característica está determinada únicamente por la posición de la coma decimal.

Para números mayores que 1, la característica es igual al número de dígitos a la izquierda de la coma decimal menos una unidad. [Véanse los ejemplos 6(a), (b), (c)]. En números comprendidos entre 0 y 1, la característica se determina contando el número de ceros entre la coma decimal y la primera cifra significativa, restando este número a 9 y agregando al final -10 [véanse los ejemplos 6 (d), (e)].

Véase además el problema 7.

La mantisa, por lo general, es una fracción decimal infinita redondeada a un número dado de cifras decimales.

TABLA DE MANTISAS. La tabla I proporciona la mantisa con seis cifras decimales de cualquier número con cuatro o menos dígitos. La coma decimal antes de cada cantidad ha sido omitida en la impresión. Por el momento, ignoraremos la tabla de partes proporcionales.

Ejemplo 7.

- (a) Para encontrar la mantisa del log 3178, se localizan en la columna *N* los primeros tres dígitos, 317. En seguida, en la misma línea de 317, se localiza en la columna del 8 la cantidad 502154, es decir

| <i>N</i> | 8 |
|----------|--------|
| 317 | 502154 |

La mantisa requerida es 0.502154. Por tanto,

$$\begin{aligned}\log 31.78 &= 1.502154 & \log 0.03178 &= 8.502154 - 10 \\ \log 317800 &= 5.502154 & \log 0.003178 &= 7.502154 - 10\end{aligned}$$

- (b) Para encontrar la mantisa del log 25, notamos que es la misma mantisa del log 250 y del log 2500. En el renglón de 250 bajo el 0, localizamos 0.397940. Por consiguiente,

$$\begin{aligned}\log 2.5 &= 0.397940 & \log 0.25 &= 9.397940 - 10 \\ \log 250 &= 2.397940 & \log 25000 &= 4.397940\end{aligned}$$

- (c) Para encontrar la mantisa del log 58164, nótese que la mantisa de 58160, es 0.764624 y la mantisa de 58170 es 0.764699. La diferencia de 58164 con 58160 es 4/10 de la diferencia entre 58170 con 58160; podemos encontrar la mantisa del log 58164 si suponemos que la diferencia con la mantisa de log 58160 es 4/10 de la diferencia entre las mantisas de log 58170 con log 58160, es decir,

$$\begin{aligned}0.764624 + \frac{4}{10}(0.764699 - 0.764624) &= 0.764624 + \frac{4}{10}(0.000075) \\ &= 0.764624 + 0.000030 = 0.764654\end{aligned}$$

El procedimiento anterior recibe el nombre de *interpolación*. Será utilizado frecuentemente con la tabla I y con algunas otras tablas de este libro. La interpolación puede ilustrarse como sigue. (Utilizamos las cantidades tal como aparecen en la tabla I, colocándose la coma decimal después que la mantisa ha sido encontrada.)

| Número | Mantisa |
|--|--|
| 10 $\left[\begin{array}{l} 58160 \\ 58164 \\ 58170 \end{array} \right] 4$ | 75 $\left[\begin{array}{l} 764624 \\ m \\ 764699 \end{array} \right] x$ |

En esta representación, el número fuera del paréntesis corresponde a la diferencia entre las cantidades indicadas; por tanto, $x = m - 764624$, de donde:

$$\begin{aligned}\frac{x}{75} &= \frac{4}{10}, & x &= \frac{4}{10}(75) = 30, & y \\ m &= 764624 + x = 764624 + 30 = 764654\end{aligned}$$

La mantisa requerida es 0.764654.

- (d) Para encontrar la mantisa del log 873462, es suficiente encontrar la mantisa del log 87346; para encontrar la mantisa del log 873469, se busca la mantisa de 87347. Generalizando, para encontrar la mantisa del logaritmo de un número con seis o más dígitos, se redondea dicho número a cinco dígitos.

Véanse los problemas 8-9.

TABLA DE PARTES PROPORCIONALES. El proceso de interpolación descrito anteriormente consiste en parte en:

- encontrar la diferencia, llamada *diferencia tabular*, entre dos cantidades consecutivas de la tabla I. (En el ejemplo 7(c), la diferencia tabular es 75.)
- encontrar un cierto número de décimos de dicha diferencia tabular. (En el ejemplo 7(c), necesitamos 4/10 de la diferencia tabular.)

En la tabla I, el promedio de las diferencias tabulares de las cantidades de cualquier renglón, está dado en el mismo renglón bajo "Dif". Puesto que el uso del promedio de las diferencias tabulares en vez de las diferencias tabulares exactas no altera en forma apreciable nuestros cálculos, emplearemos el promedio de las diferencias tabulares.

Ejemplo 8.

Supóngase que se desea la mantisa del log 22967. Bajo el número 6, en el renglón correspondiente a 229, se localiza 360972 y en Dif, la diferencia tabular 189. Necesitamos 7/10 de 189. En la misma página, en la tabla de partes proporcionales se busca 189 en Dif y, en el mismo renglón en la columna correspondiente al número 7 se localiza 132.3; es decir, que $\frac{7}{10}$ de 189 son 132.3. Sumamos a 360972 la corrección 132, y entonces la mantisa requerida es 0.361104.

En cierto tipo de cálculos es necesario lograr una precisión mayor que la que se obtiene interpolando en la tabla I (véase el ejemplo 13). Para este propósito, se incluye la tabla II, la cual proporciona mantisas hasta con siete cifras decimales para números desde 10.000 hasta 10.999.

Ejemplo 9.

De la tabla II obtenemos sin necesidad de interpolación, 0.0009977 como mantisa de 10023. Redondeando a seis decimales, el resultado es similar al que se obtiene haciendo uso de la tabla I, o sea 0.000998.

Véase el problema 10.

ANTILOGARITMOS. Sea $\log N = L$; a N se le conoce como el *antilogaritmo* de L .

Ejemplo 10.

- (a) Sabiendo que $\log N = 2.571010$, encontrar N .

Como la característica es 2, sabemos que tiene 3 dígitos a la izquierda de la coma decimal; la mantisa es 0.571010. Empezamos por analizar la mantisa. En la tabla I, localizamos 571010 en la columna del 4 en el renglón correspondiente a 372. Los dígitos de N son 3724; por tanto N es igual a 372.4.

- (b) Sabiendo que $\log N = 1.732752$, encontrar N .

En este caso, 732752, no aparece en la tabla I, pero vemos que se encuentra entre

| | |
|---|--------------------------------|
| y | 732715 correspondiente a 54040 |
| | 732796 correspondiente a 54050 |

Es decir, que la diferencia con 732715 equivale a $\frac{732752 - 732715}{732796 - 732715} = \frac{37}{81}$ de la diferencia entre 732796 y

732715. Podemos suponer que la diferencia entre N y 54040, también equivale a 37/81 de la diferencia entre 54050 y 54040, es decir,

$$54040 + \frac{37}{81}(10) = 54040 + 5 = 54045$$

Puesto que la característica es 1, habrá dos cifras a la izquierda de la coma decimal, o sea que $N = 54,045$.

En este caso puede ser de gran ayuda la tabla de partes proporcionales. Utilizándola, procederíamos como sigue:

- (i) Se localizan el renglón y la columna de la mantisa más próxima a la dada obteniéndose en este caso 5404.
 - (ii) Se determina la diferencia entre la mantisa dada y la inmediata anterior (en este caso $732752 - 732715 = 37$) y el promedio de diferencia tabular (que es 81). En la tabla de partes proporcionales localizamos 81 en Dif y en el mismo renglón buscamos la cantidad más cercana a 37; en este caso encontramos 40,5 en la columna del 5. Agregamos 5 a la derecha de los números ya encontrados para obtener 54045.
 - (iii) Se coloca la coma decimal de acuerdo a la regla establecida para las características, obteniéndose $N = 54,045$.
- (c) Dado $\log N = 3,790100$, encontrar N .

La cantidad inmediata anterior a 790100 en la tabla I es 790074, correspondiente a 6167. La diferencia es $790100 - 790074 = 26$; la diferencia tabular es 70. Localizando 70 en Dif en la tabla de partes proporcionales, encontramos que 28,0 en la columna del 4 es la cantidad más próxima a 26. En esta forma obtenemos 61674. La característica es 3; por tanto, habrá 4 dígitos a la izquierda de la coma decimal y, en consecuencia, $N = 6167,4$.

- (d) Dado $\log N = 5,073464$, encontrar N .

La menor mantisa más próxima a 073464, en la tabla I, es 073352 correspondiente a 1184. La diferencia es $073464 - 073352 = 112$ y la diferencia tabular 366. Localizando 366 en Dif, en la tabla de partes proporcionales, encontramos 109,8 en la columna del 3 como el más próximo a 112. Los dígitos requeridos para N , son 11843. Debe haber 6 dígitos antes de la coma decimal. Aumentando 11843 en una cifra tenemos que $N = 118430$.

Nota. Si N representa pesos y centavos, el resultado obtenido \$118.430 estaría aproximado a las decenas de pesos.

- (e) Dado $\log N = 7,359900 - 10$, encontrar N .

La menor mantisa más próxima a 359900 es 359835, correspondiente a 2290. La diferencia es $359900 - 359835 = 65$ y la diferencia tabular 189. Localizando 189 en la tabla de partes proporcionales encontramos 56,7 en la columna del 3 como la cantidad más próxima a 65. Los dígitos de N serán 22903. Debe haber dos ceros inmediatamente después de la coma decimal; por tanto $N = 0,0022903$.

- (f) Dado $\log N = 0,039144$, encontrar N .

Cuando sea suficiente una precisión de 5 dígitos, podemos conocer dichos dígitos directamente de la tabla II. Encontramos que 0391364 correspondiente a 10943, es la mantisa más próxima a 0391440, por lo cual $N = 1,0943$.

Podemos obtener N con 6 dígitos por interpolación. Nuestra diferencia es $0391440 - 0391364 = 76$, siendo la diferencia tabular 397. Ya que $760 \div 397$, es aproximadamente 2, tenemos que $N = 1,09432$.

CALCULOS CON LOGARITMOS. Los logaritmos son un instrumento eficaz en la elaboración de ciertos cálculos, debido al tiempo que se ahorra. Para aprovecharlos al máximo, es conveniente definir un procedimiento de cálculo antes de recurrir a las tablas.

Ejemplo 11.

Utilizando logaritmos, encontrar $N = 2875 \times 0,08462$.

$$\log N = \log 2875 + \log 0,08462$$

Procedimiento de cálculo

$$\begin{array}{r} \log 2875 = 3, \\ + \log 0,08462 = 8 \quad -10 \\ \hline \log N = \\ N = \end{array}$$

Cálculo completo

$$\begin{array}{r} \log 2875 = 3,458638 \\ + \log 0,08462 = 8,927473 - 10 \\ \hline \log N = 2,386111 \\ N = 243,28 \end{array}$$

(Nota. $12,386111 - 10 = 2,386111$)

Ejemplo 12.

Utilizando logaritmos, encontrar $N = \frac{34,726}{8,156}$.

$$\log N = \log 34,726 - \log 8,156$$

Procedimiento de cálculo

$$\begin{array}{r} \log 34,726 = 1, \\ - \log 8,156 = 0, \\ \hline \log N = \\ N = \end{array}$$

Cálculo completo

$$\begin{array}{r} \log 34,726 = 1,540655 \\ - \log 8,156 = 0,911477 \\ \hline \log N = 0,629178 \\ N = 4,2577 \end{array}$$

Ejemplo 13.

Utilizando logaritmos, encontrar $N = (1,0225)^{10}$.

$$\begin{array}{r} \log N = 10 \log 1,0225 \\ \log 1,0225 = 0,0096633 \quad (\text{tabla II}) \\ \log N = 10 \log 1,0225 = 0,096633 \\ N = 1,2492 \end{array}$$

COLOGARITMOS. Definimos como cologaritmo de N ($\text{colog } N$), a

$$\log \frac{1}{N} = -\log N = 0 - \log N = (10,000000 - 10) - \log N$$

Ejemplo 14.

$$(a) \text{ Si } \log N = 2,463876, \text{ colog } N = \frac{10,000000 - 10}{2,463876} = 7,536124 - 10$$

$$(b) \text{ Si } \log N = 7,224465 - 10, \text{ colog } N = \frac{10,000000 - 10}{7,224465 - 10} = 2,775535$$

Se debe tener la precaución de no usar cologaritmos siempre que se encuentre con $-\log N$. La decisión de utilizarlos o no, dependerá del procedimiento de cálculo resultante.

Ejemplo 15.

Encontrar $N = \frac{34,726}{8,156}$.

$$\log N = \log 34,726 - \log 8,156 = \log 34,726 + \text{colog } 8,156$$

$$\begin{array}{r} \log 34,726 = 1,540655 \\ + \text{colog } 8,156 = 9,088523 - 10 \\ \hline \log N = 0,629178 \\ N = 4,2577 \end{array}$$

Al comparar con el ejemplo 12, vemos claramente que no se gana nada, en este caso, utilizando cologaritmos.

Ejemplo 16.

Encontrar $N = \frac{3,278}{90,26 \times 0,04247}$

$$\begin{array}{r} \log N = \log 3,278 - \log 90,26 - \log 0,04247 \\ = \log 3,278 + \text{colog } 90,26 + \text{colog } 0,04247 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{Utilizando logaritmos} \\
 \log 3.278 = 10.515609 - 10 \\
 - \log 90.26 = 1.955495 \\
 \hline
 \log N = \frac{18.560114 - 20}{8.628082 - 10} \\
 \log N = \frac{9.932032 - 10}{0.85513} \\
 N = 0.85513
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{Utilizando cologaritmos} \\
 \log 3.278 = 0.515609 \\
 + \text{colog } 90.26 = 8.044505 - 10 \\
 \hline
 \log N = \frac{1.371918}{9.932032 - 10} \\
 N = 0.85513
 \end{array}$$

Claramente, en este caso, es más conveniente utilizar cologaritmos.

Ejemplo 17.

$$\text{Encontrar } N = (1.0116)^{-13} = \frac{1}{(1.0116)^{13}}.$$

$$\begin{array}{l}
 \text{Utilizando logaritmos} \\
 \text{Sea } M = (1.0116)^{13} \\
 \log M = 13 \log 1.0116 \\
 = 13(0.0050088) \\
 = 0.075132
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{Utilizando cologaritmos} \\
 \log N = -13 \log 1.0116 \\
 = -13 \text{ colog } 1.0116 \\
 = 13 \log 1.0116 = 0.075132 \\
 \log N = 13 \text{ colog } 1.0116 = 9.924868 - 10 \\
 N = 0.84114
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{Ya que } N = 1/M \\
 \log N = \log 1 - \log M \\
 \log 1 = 10.000000 - 10 \\
 - \log M = 0.075132 \\
 \hline
 \log N = 9.924868 - 10 \\
 N = 0.84114
 \end{array}$$

En este caso es ventajoso utilizar cologaritmos, sin embargo, véase además el problema 11(c).

Véanse los problemas 11-12.

Problemas resueltos

$$\begin{array}{ll}
 1. (a) a^6 \cdot a^4 = a^{6+4} = a^{10} & (g) (a^6)^2 = a^{6 \cdot 2} = a^{12} \\
 (b) a^6 \cdot a^4 \cdot a^3 = a^{6+4+3} = a^{13} & (h) (a^2 \cdot a^4)^3 = (a^{2+4})^3 = (a^6)^3 = a^{6 \cdot 3} = a^{18} \\
 (c) a \cdot a^2 \cdot a^3 = a^{1+2+3} = a^6 & (i) \left(\frac{a^5 \cdot a^2}{a^{10}} \right)^4 = \left(\frac{a^7}{a^{10}} \right)^4 = \left(\frac{1}{a^3} \right)^4 = \frac{1}{a^{12}} \\
 (d) \frac{a^3 \cdot a^5}{a^6} = \frac{a^{3+5}}{a^6} = \frac{a^8}{a^6} = a^{3+5-6} = a^2 & (j) x^3 y^2 \cdot x^2 \cdot x^4 y^8 = x^{3+2+4} y^{2+8} = x^9 y^{10} \\
 (e) \frac{a^4 \cdot a^3}{a^{10}} = \frac{a^{4+3}}{a^{10}} = \frac{a^7}{a^{10}} = \frac{1}{a^{10-7}} = \frac{1}{a^3} & (k) \frac{x^5 y^4 \cdot x^3 y^2}{x^4 y^8} = \frac{x^8 y^6}{x^4 y^8} = \frac{x^4}{y^2} \\
 (f) \frac{a^8 \cdot a^3}{a^6 \cdot a^5} = \frac{a^{8+3}}{a^{6+5}} = \frac{a^{11}}{a^{11}} = 1 & (l) \left(\frac{81 \cdot 32}{216} \right)^3 = \left(\frac{3^4 \cdot 2^5}{2^3 \cdot 3^3} \right)^3 = (3 \cdot 2^2)^3 = 3^3 \cdot 2^6
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 2. (a) a^{1/3} \cdot a^{1/3} = a^{1/3+1/3} = a^{2/3} & (h) \left(\frac{a^2}{b^3} \right)^3 = \frac{a^{2 \cdot 3}}{b^{3 \cdot 3}} = \frac{a^6}{b^9} \\
 (b) a^5 \cdot a^{-2} = a^{5-2} = a^3 & (i) \left(\frac{a^4}{b^3} \right)^3 \left(\frac{b^2}{a^3} \right)^4 = \frac{a^{20} b^8}{b^{15} a^{12}} = \frac{a^8}{b^7} \\
 (c) \frac{a^{9/2}}{a^{7/2}} = a^{9/2-7/2} = a^{2/2} = a & (j) \frac{10^{0.348}}{10^{-0.852}} = 10^{0.348+0.852} = 10 \\
 (d) \frac{a^{2/3}}{a^{8/3}} = \frac{1}{a^{8/3-2/3}} = \frac{1}{a^{6/3}} = \frac{1}{a^2} & (k) (36^{1/2})^3 = 6^3 = 216 \\
 (e) (a^{1/2})^6 = a^{1/2 \cdot 6} = a^3 & (l) (25)^{-9/2} (25^4) = 25^{-1/2} = \frac{1}{25^{1/2}} = \frac{1}{5} \\
 (f) (a^{1/2})^{-6} = a^{1/2(-6)} = a^{-3} = \frac{1}{a^3} & (m) (158.5)^0 = 1; \left(\frac{1}{26.4} \right)^0 = 1 \\
 (g) (4x^6)^{5/2} = (2^2 x^6)^{5/2} = (2^2)^{5/2} (x^6)^{5/2} & (n) \left(\frac{2a}{3b^2} \right)^{-3} = \frac{2^{-3} a^{-3}}{3^{-3} b^{-6}} = \frac{3^3 b^6}{2^3 a^3} = \frac{27b^6}{8a^3} \\
 & = 2^5 x^{15} = 32x^{15}
 \end{array}$$

3. Calcular $(1.04)^{-8}$ con 4 cifras decimales.

$$\begin{aligned}
 (1.04)^{-8} &= (1 + 0.04)^{-8} \\
 &= 1^{-8} + (-8)(1)^{-7}(0.04) + \frac{(-8)(-7)}{1 \cdot 2}(1)^{-6}(0.04)^2 \\
 &\quad + \frac{(-8)(-7)(-6)}{1 \cdot 2 \cdot 3}(1)^{-5}(0.04)^3 + \frac{(-8)(-7)(-6)(-5)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}(1)^{-4}(0.04)^4 \\
 &\quad + \frac{(-8)(-7)(-6)(-5)(-4)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}(1)^{-3}(0.04)^5 + \dots \\
 &= 1 - 6(0.04) + 21(0.04)^2 - 56(0.04)^3 + 126(0.04)^4 - 252(0.04)^5 + \dots \\
 &= 1 - 6(0.04) + 21(0.0016) - 56(0.000064) \\
 &\quad + 126(0.00000256) - 252(0.0000001024) + \dots \\
 &= 1 - 0.24 + 0.0336 - 0.00358 + 0.00032 - 0.00003 + \dots \\
 &= 0.7903
 \end{aligned}$$

El séptimo término tiene cinco ceros después del punto decimal y no se muestra aquí.

4. Calcular $(1.02)^{-3/2}$ con 6 cifras decimales.

$$\begin{aligned}
 (1.02)^{-3/2} &= 1^{-3/2} + (-3/2)(1)^{-5/2}(0.02) + \frac{(-3/2)(-5/2)}{1 \cdot 2}(1)^{-7/2}(0.02)^2 \\
 &\quad + \frac{(-3/2)(-5/2)(-7/2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}(1)^{-9/2}(0.02)^3 \\
 &\quad + \frac{(-3/2)(-5/2)(-7/2)(-9/2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}(1)^{-11/2}(0.02)^4 + \dots \\
 &= 1 - \frac{3}{2}(0.02) + \frac{15}{8}(0.02)^2 - \frac{35}{16}(0.02)^3 + \frac{315}{128}(0.02)^4 - \dots \\
 &= 1 - 0.03 + 0.00075 - 0.0000175 + 0.0000004 - \dots \\
 &= 0.970733
 \end{aligned}$$

5. (a) Puesto que $4^5 = 1024$, $\log_4 1024 = 5$.
 (b) Puesto que $7^3 = 343$, $\log_7 343 = 3$.
 (c) Puesto que $36^{1/2} = 6$, $\log_{36} 6 = \frac{1}{2}$.
 (d) Puesto que $125^{2/3} = 25$, $\log_{125} 25 = \frac{2}{3}$.
 (e) Puesto que $5^{-2} = \frac{1}{25} = 0,04$, $\log_5 0,04 = -2$.

6. De las siguientes equivalencias

| | |
|---------------|--------------------|
| $3^1 = 3$ | $\log_3 3 = 1$ |
| $3^2 = 9$ | $\log_3 9 = 2$ |
| $3^3 = 27$ | $\log_3 27 = 3$ |
| $3^4 = 81$ | $\log_3 81 = 4$ |
| $3^5 = 243$ | $\log_3 243 = 5$ |
| $3^6 = 729$ | $\log_3 729 = 6$ |
| $3^7 = 2187$ | $\log_3 2187 = 7$ |
| $3^8 = 6561$ | $\log_3 6561 = 8$ |
| $3^9 = 19683$ | $\log_3 19683 = 9$ |

se deduce que

$$81 \cdot 243 = 3^4 \cdot 3^5 = 3^{4+5} \quad \text{y} \quad \log_3 (81 \cdot 243) = 4 + 5 = \log_3 81 + \log_3 243$$

$$\frac{6561}{729} = \frac{3^8}{3^6} = 3^{8-6} \quad \text{y} \quad \log_3 \frac{6561}{729} = 8 - 6 = \log_3 6561 - \log_3 729$$

$$(729)^{1/3} = (3^6)^{1/3} = 3^{1/3 \cdot 6} \quad \text{y} \quad \log_3 (729)^{1/3} = \frac{1}{3} \cdot 6 = \frac{1}{3} \log_3 729$$

7. Utilizando las siguientes reglas para las características:

- (i) Si $A > 1$, la característica del $\log A$ es igual al número de dígitos situados a la izquierda de la coma decimal de A menos 1.
 (ii) Si $0 < A < 1$, la característica del $\log A$ se determina restando de 9 el número de ceros situados inmediatamente después de la coma decimal de A y agregando a continuación -10 .

la característica del \log de

- | | |
|-----------------------|-------------------------|
| (a) 234 es 2 | (f) 0,2043 es 9 -10 |
| (b) 2,34 es 0 | (g) 0,0243 es 8 -10 |
| (c) 4569 es 3 | (h) 0,002103 es 7 -10 |
| (d) 45690 es 4 | (i) 0,00002 es 5 -10 |
| (e) 0,2004 es 9 -10 | (j) 1,00002 es 0 |

8. Encontrar la mantisa del logaritmo de:

- (a) 2345, (b) 1,2, (c) 61775, (d) 100,23, (e) 2,3446, (f) 0,98792

Para encontrar las mantisas no tomaremos en cuenta las comas decimales de los números.

- (a) En la columna encabezada por N , en la tabla I, localizamos los tres primeros dígitos 234; en el renglón correspondiente localizamos la cifra 370143, en la columna del 5. (Nota. El asterisco antes de 0143 indica que los dos primeros dígitos (no escritos) son 37 en lugar de 36.) La mantisa es 0,370143.
 (b) La mantisa de $\log 1,2$ es la misma de $\log 1200$. En el renglón de 120 y en la columna encabezada por 0, localizamos la mantisa 0,079181.
 (c) En el renglón de 617 se localiza 790778 en la columna encabezada por 7, y 790848 bajo la columna encabezada por 8. Esquemáticamente tenemos:

| Número | Mantisa |
|--|--|
| 10 $\begin{bmatrix} 61770 \\ 61775 \\ 61780 \end{bmatrix} 5$ | 70 $\begin{bmatrix} 790778 \\ m \\ 790848 \end{bmatrix} x$ |

Entonces,

$$\frac{x}{70} = \frac{5}{10}, \quad x = \frac{5}{10}(70) = 35, \quad m = 790778 + 35 = 790813$$

La mantisa es 0,790813.

(d)

| | |
|--|---|
| 10 $\begin{bmatrix} 10020 \\ 10023 \\ 10030 \end{bmatrix} 3$ | 433 $\begin{bmatrix} 000868 \\ m \\ 001301 \end{bmatrix} x$ |
|--|---|

$$x = \frac{3}{10}(433) = 129,9, \quad m = 000868 + 130 = 000998$$

La mantisa es 0,000998. Puede ser determinada directamente en la tabla II.

(e)

| | |
|--|---|
| 10 $\begin{bmatrix} 23440 \\ 23446 \\ 23450 \end{bmatrix} 6$ | 185 $\begin{bmatrix} 369958 \\ m \\ 370143 \end{bmatrix} x$ |
|--|---|

$$x = \frac{6}{10}(185) = 111, \quad m = 369958 + 111 = 370069$$

La mantisa es 0,370069.

(f)

| | |
|--|--|
| 10 $\begin{bmatrix} 98790 \\ 98792 \\ 98800 \end{bmatrix} 2$ | 44 $\begin{bmatrix} 994713 \\ m \\ 994757 \end{bmatrix} x$ |
|--|--|

$$x = \frac{2}{10}(44) = 8,8, \quad m = 994713 + 9 = 994722$$

La mantisa es 0,994722.

9. Del problema 8,

| | |
|--------------------------|--------------------------------|
| $\log 2345 = 3,370143$ | $\log 1,2 = 0,079181$ |
| $\log 61775 = 4,790813$ | $\log 2,3446 = 0,370069$ |
| $\log 100,23 = 2,000998$ | $\log 0,98792 = 9,994722 - 10$ |

10. Utilizando la tabla de partes proporcionales, encontrar:

- (a) $\log 37,483$, (b) $\log 0,00086437$, (c) $\log 2573,8$, (d) $\log 0,055692$

- (a) La característica es 1. La mantisa correspondiente a 3748 es 573800 y la diferencia tabular es 116 (localizada en el mismo renglón a la derecha bajo Dif). En la tabla de partes proporcionales localizamos 116 bajo Dif y en el renglón correspondiente encontramos 34,8 en la columna encabezada por 3. Sumando la corrección tenemos

$$573800 + 34,8 = 5738348 \quad \text{ó} \quad 573835 \text{ redondeando a 6 dígitos}$$

La mantisa es 0,573835 y $\log 37,483 = 1,573835$.

(b) La característica es 6 - 10. Para la mantisa necesitamos

$$93665 + 0.7(50) = 93665 + 35,0 = 936700$$

Por tanto, $\log 0,00086437 = 6,936700 - 10$.

(c) La característica es 3. Para la mantisa necesitamos

$$410440 + 0,8(169) = 410440 + 135,2 = 410575$$

Por tanto, $\log 2573,8 = 3,410575$.

(d) La característica es 8 - 10. Para la mantisa necesitamos

$$745777 + 0,2(78) = 745777 + 15,6 = 745793$$

Por tanto, $\log 0,055692 = 8,745793 - 10$.

11. Encontrar:

$$(a) N = \frac{35,124 \times 0,08762}{0,0054328} \quad (d) j = 4[(1,014)^{1/4} - 1]$$

$$(b) N = 248,55(1,032)^{22} \quad (e) S = \frac{(1,0135)^{20} - 1}{0,0135}$$

$$(c) N = 32000(1,0025)^{-48} \quad (f) A = \frac{1 - (1,0245)^{-32}}{0,0245}$$

$$\begin{aligned} (a) \quad & \log 35,124 = 1,545605 \\ & + \log 0,08762 = 8,942603 - 10 \\ & + \text{colog } 0,0054328 = 2,264976 \\ & \log N = 2,753184 \\ & N = 566,48 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b) \quad & \log 248,55 = 2,395414 \\ & + 22 \log 1,032 = 0,300953 \quad (\text{tabla II}) \\ & \log N = 2,696367 \\ & N = 497,01 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (c) \quad & \log 32000 = 4,505150 \\ & - 48 \log 1,0025 = 0,052051 \quad (\text{tabla II}) \\ & \log N = 4,453099 \\ & N = 28386 \end{aligned}$$

(d) Primero encontramos $N = (1,014)^{1/4}$.

$$\begin{aligned} \log N &= \frac{1}{4} \log 1,014 = 0,001510 \\ N &= 1,0035 \end{aligned}$$

$$j = 4[(1,014)^{1/4} - 1] = 4(1,0035 - 1) = 0,014$$

(e) Primero encontramos $N = (1,0135)^{20}$.

$$\begin{aligned} \log N &= 20 \log 1,0135 = 0,116476 \\ N &= 1,3076 \end{aligned}$$

$$S = \frac{1,3076 - 1}{0,0135} = \frac{0,3076}{0,0135}$$

$$\begin{aligned} \log 0,3076 &= 9,487986 - 10 \\ - \log 0,0135 &= 8,130334 - 10 \\ \log S &= 1,357652 \\ S &= 22,785 \end{aligned}$$

(f) Primero encontramos $N = 1,0245^{-32}$.

$$\begin{aligned} \log N &= 32 \text{ colog } 1,0245 = 9,663616 - 10 \\ N &= 0,46091 \quad (\text{tabla II}) \end{aligned}$$

De donde

$$A = \frac{1 - 0,46091}{0,0245} = \frac{0,53909}{0,0245}$$

$$\begin{aligned} \log 0,53909 &= 9,731662 - 10 \\ - \log 0,0245 &= 8,389166 - 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log A &= 1,342496 \\ A &= 22,004 \end{aligned}$$

12. (a) Encontrar n , si $(1,036)^n = 2,154$

$$n \log 1,036 = \log 2,154$$

$$n = \frac{\log 2,154}{\log 1,036} = \frac{0,333246}{0,015360}$$

$$\log n = \log 0,333246 - \log 0,015360$$

$$\begin{aligned} \log 0,33325 &= 9,522770 - 10 \\ - \log 0,01536 &= 8,186391 - 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log n &= 1,336379 \\ n &= 21,696 \end{aligned}$$

(b) Encontrar n , si $5225(1,0255)^{-n} = 3750$

$$\log 5225 - n \log 1,0255 = \log 3750$$

$$n = \frac{\log 5225 - \log 3750}{\log 1,0255} = \frac{3,718086 - 3,574031}{0,010936} = \frac{0,144055}{0,010936}$$

$$\begin{aligned} \log 0,14406 &= 9,158543 - 10 \\ - \log 0,010936 &= 8,038858 - 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log n &= 1,119685 \\ n &= 13,173 \end{aligned}$$

(c) Encontrar n , si $525 \frac{(1,048)^n - 1}{(1,048)^{1/4} - 1} = 3125$.

Primero, se encuentra $N = (1,048)^{1/4}$: $\log N = \frac{1}{4} \log 1,048 = 0,005090$ y $N = 1,0118$.

Ahora tenemos que encontrar n sabiendo que:

$$525 \frac{(1,048)^n - 1}{0,0118} = 3125 \quad \text{o} \quad (1,048)^n - 1 = \frac{3125 \times 0,0118}{525}$$

$$\log [(1,048)^n - 1] = \log 3125 + \log 0,0118 + \text{colog } 525$$

$$\begin{aligned} \log 3125 &= 3,494850 \\ \log 0,0118 &= 8,071882 - 10 \\ \text{colog } 525 &= 7,279841 - 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log [(1,048)^n - 1] &= 8,846573 - 10 \\ (1,048)^n - 1 &= 0,070238 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1,048)^n &= 1,070238 \\ n \log 1,048 &= \log 1,0702 \end{aligned}$$

$$n = \frac{\log 1,0702}{\log 1,048} = \frac{0,029465}{0,020361}$$

$$\begin{aligned} \log n &= \log 0,029465 - \log 0,020361 \\ \log 0,029465 &= 8,469307 - 10 \\ - \log 0,020361 &= 8,308799 - 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log n &= 0,160508 \\ n &= 1,4471 \end{aligned}$$

(d) Encontrar n , dado $(1.0385)^{-n} = 0.43884$.

$$\begin{aligned} -n \log 1.0385 &= \log 0.43884 \\ n \log 1.0385 &= -\log 0.43884 = \text{colog } 0.43884 \\ n &= \frac{\text{colog } 0.43884}{\log 1.0385} = \frac{0.357693}{0.016406} \\ \log 0.35769 &= 9.553507 - 10 \\ -\log 0.016406 &= 8.215002 - 10 \\ \log n &= \frac{1.338505}{n} \\ n &= 21.802 \end{aligned}$$

Problemas propuestos

13. Simplificar:

(a) $a^5 \cdot a^7$
(b) $a^3 \cdot a^3$
(c) $a^2 \cdot a^4 \cdot a^3$
(d) $a \cdot a^3 \cdot a$

(e) $\frac{a^3}{a^2}$

(f) $\frac{a^5}{a^2}$

(g) $\frac{a^4 \cdot a^4}{a^2}$

(h) $\frac{a^2 \cdot a^4}{a^3}$

(i) $(a^3)^8$

(j) $\left(\frac{1}{a^2}\right)^5$

(k) $\left(\frac{a^2}{b^3}\right)^4$

(l) $\left(\frac{a^2 \cdot a^3}{b^3 \cdot b^4}\right)^5$

(m) $(1.02)^4 (1.02)^{12}$

(n) $(1.02)^{1-10}$

Resp. (a) a^{12}

(b) a^6

(c) a^{10}

(d) a^7

(e) a^3

(f) $1/a^3$

(g) a^7

(h) $1/a^3$

(i) a^{27}

(j) $1/a^{10}$

(k) a^8/b^{12}

(l) a^{25}/b^{35}

(m) $(1.02)^{16}$

(n) $(1.02)^{-9}$

14. Simplificar:

(a) $a^{1/2} \cdot a^{1/2}$

(b) $a^{1/2} \cdot a^{1/2}$

(c) $a^{3/2}/a^{1/2}$

(d) $a^{3/2}/a^{-1/2}$

(e) $(a^{-2})^3$

(f) $(a^{-3})^{-2}$

(g) $(a^{1/3})^6$

(h) $(a^{2/3})^{-6}$

(i) $27^{2/3}$

(j) $49^{-1/2}$

(k) $(x^{2/3})^{3/2}$

(l) $(x^3 y^{12})^{1/3}$

(m) $x^2 y^{n-3} \div x y^{n-1}$

(n) $\left(\frac{a^2}{b^4}\right)^{-1/3} \left(\frac{b^{1/2}}{a^{2/3}}\right)^4$

Resp. (a) a

(b) $a^{3/4}$

(c) a^2

(d) a^3

(e) $1/a^4$

(f) a^4

(g) a^2

(h) $1/a^4$

(i) 9

(j) $1/7$

(k) x

(l) $x^3 y^4$

(m) x^2/y

(n) b^2/a^2

15. Desarrollar y simplificar:

(a) $(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

(b) $(x+y)^3 = x^3 + 5x^2y + 10x^2y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$

(c) $(x+2y)^4 = x^4 + 8x^3y + 24x^2y^2 + 32xy^3 + 16y^4$

(d) $(a+2)^8 = a^8 + 16a^7 + 112a^6 + 448a^5 + 1120a^4 + 1792a^3 + 1792a^2 + 1024a + 256$

(e) $(a-2)^7 = [a+(-2)]^7 = a^7 - 14a^6 + 84a^5 - 280a^4 + 560a^3 - 672a^2 + 448a - 128$

16. Desarrollar hasta 5 términos y simplificar:

(a) $(1+i)^{1/2} = 1 + \frac{1}{2}i - \frac{1}{8}i^2 + \frac{1}{8}i^3 - \frac{1}{24}i^4 + \dots$

(b) $(1+i)^{-1/2} = 1 - \frac{1}{2}i + \frac{3}{8}i^2 - \frac{5}{16}i^3 + \frac{35}{128}i^4 - \dots$

17. Aproximar, con 8 decimales: (a) $(1.015)^8$, (b) $(1.025)^8$, (c) $(1.005)^8$.

Resp. (a) 1.04567838, (b) 1.10381289, (c) 1.03037751

18. Aproximar, con 4 decimales: (a) $(1.03)^{10}$, (b) $(1.0075)^{20}$, (c) $(1.02)^{-5}$, (d) $(1.005)^{-25}$.

Resp. (a) 1.3439, (b) 1.1612, (c) 0.8535, (d) 0.8828

19. Aproximar, con 5 decimales: (a) $(1.015)^{1/2}$, (b) $(1.005)^{1/2}$, (c) $(1.02)^{1/4}$, (d) $(1.0075)^{1/8}$.

Resp. (a) 1.00747, (b) 1.00166, (c) 1.00496, (d) 1.00125

20. Encontrar el logaritmo de:

-(a) 2584

-(b) 75.96

-(c) 6.29

-(d) 0.3564

(e) 0.0186

(f) 0.00795

(g) 350.36

(h) 76.802

(i) 54535

(j) 1.0055

(k) 0.44644

(l) 0.052801

(m) 0.0024763

(n) 1.0258

(o) 1.00846

Resp. (a) 3.412293

(b) 1.880585

(c) 0.798661

(d) 9.551938 - 10

(e) 8.269513 - 10

(f) 7.900367 - 10

(g) 2.544514

(h) 1.885372

(i) 4.736675

(j) 0.002382

(k) 9.649763 - 10

(l) 8.722642 - 10

(m) 7.393804 - 10

(n) 0.011063

(o) 0.003659

21. Encontrar N , si:

-(a) $\log N = 0.361917$

-(b) $\log N = 2.856684$

-(c) $\log N = 1.788695$

-(d) $\log N = 3.856934$

(e) $\log N = 9.835900 - 10$

(f) $\log N = 7.801712 - 10$

(g) $\log N = 8.240962 - 10$

(h) $\log N = 6.009949 - 10$

Resp. (a) 2.3010

(b) 718.93

(c) 61.475

(d) 7193.4

(e) 0.68533

(f) 0.0063345

(g) 0.017417

(h) 0.00010232

22. Efectuar las siguientes operaciones utilizando logaritmos:

-(a) $\frac{85.421}{19.668} = 4.3431$

-(b) $\frac{70.75 \times 0.0284}{\sqrt{0.0050246}} = 11.731$

-(c) $\$225(1.8743) = \421.72

-(d) $\$388.20(2.3484) = \911.65

(e) $\$784.60(1.028)^{10} = \1034.10

(f) $\$639.80(1.0038)^{-12} = \611.33

(g) $\$555.55(1.024)^{20}(1.038)^{-5} = \662.44

(h) $\$756.85(1.067)^{24}(1.042)^{-15} = \1936.20

23. Resolver para i : (a) $(1+i)^{12} = 1.8842$, (b) $(1+i)^{-12} = 0.64282$. Resp. (a) 0.0542, (b) 0.0299

24. Resolver para n :

(a) $(1.05)^n = 2$

(b) $(1.03)^n = 1.8426$

Resp. (a) 14.207, (b) 20.677, (c) 12, (d) 31.602, (e) 15.840

(c) $275(1.04)^n = 440.28$

(d) $(1.0125)^{-n} = 0.67532$

(e) $\frac{(1.06)^n - 1}{0.06} = 25.28$

Capítulo 3

Progresiones

UNA PROGRESION ARITMETICA es una sucesión de números, llamados *términos*, tales como

(i) 6, 11, 16, 21, 26, 31, 36, 41

y

(ii) 54, 50, 46, 42, 38, 34, 30, 26, 22, 18

en la cual cualquier término posterior al primero puede ser obtenido del término anterior mediante la suma de un número constante llamado *diferencia común*. En (i) hay 8 términos, el primero es 6 y cada uno de los términos siguientes se obtiene sumando la diferencia común 5, al término anterior. En (ii) hay 10 términos, el primero es 54 y cada uno de los términos siguientes se obtiene sumando la diferencia común -4 al término anterior.

Generemos una progresión aritmética con 7 términos, siendo a el primer término y d la diferencia común. La progresión será

$$a, a + d, a + 2d, a + 3d, a + 4d, a + 5d, a + 6d$$

Supóngase ahora que la progresión tiene n términos. Es claro que el n -ésimo término, o sea el último, sería

$$l = a + (n-1)d \quad (1)$$

Dicha progresión puede ser escrita como

(iii) $a, a + d, a + 2d, \dots, a + (n-3)d, a + (n-2)d, a + (n-1)d$

o

(iv) $a, a + d, a + 2d, \dots, (l-2d), (l-d), l$

Representando con s la suma de los términos de (iv), tenemos que,

$$s = a + (a + d) + (a + 2d) + \dots + (l-2d) + (l-d) + l$$

o sea,

$$s = l + (l-d) + (l-2d) + \dots + (a+2d) + (a+d) + a$$

Sumando término a término las dos expresiones anteriores obtenemos

$$\begin{aligned} 2s &= (a+l) + (a+l) + (a+l) + \dots + (a+l) + (a+l) + (a+l) \\ &= n(a+l) \end{aligned}$$

Por tanto

$$s = \frac{n}{2}(a+l) \quad (2)$$

Hemos demostrado que la suma de una progresión aritmética de n términos es igual a la mitad del número de términos, multiplicada por la suma del primero y último términos.

Sustituyendo en (2) el valor dado en (1), tenemos

$$s = \frac{n}{2}[a + a + (n-1)d] = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] \quad (2')$$

Ejemplo 1.

(a) Encontrar el 12o. término y la suma de los 12 primeros términos de la progresión aritmética siguiente: 6, 11, 16, 21, ...

Tenemos: $a = 6$, $d = 5$, y $n = 12$, por tanto,

$$l = a + (n-1)d = 6 + (12-1)5 = 61$$

y

$$s = \frac{n}{2}(a+l) = \frac{12}{2}(6+61) = 402$$

(b) Encontrar la suma de los primeros 15 términos de la progresión aritmética 54, 50, 46, 42, ...

En este caso: $a = 54$, $d = -4$, y $n = 15$, por tanto,

$$s = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{15}{2}[2(54) + 14(-4)] = \frac{15}{2}(108 - 56) = \frac{15}{2}(52) = 390$$

Véanse los problemas 1-4.

UNA PROGRESION GEOMETRICA es una sucesión de números, llamados *términos*, tales como

(i) 4, -8, 16, -32, 64, -128, 256, -512, 1024, -2048

y

(ii) 729, 486, 324, 216, 144, 96, 64

en la cual cualquier término posterior al primero puede ser obtenido del anterior, multiplicándolo por un número constante llamado *razón* (o cociente común). En (i) hay 10 términos; el primer término es 4 y cada uno de los términos siguientes se obtiene multiplicando el anterior por la razón -2 . En (ii) hay 7 términos; el primero es 729 y cada uno de los términos siguientes se obtiene del anterior multiplicándolo por la razón $2/3$.

Generemos una progresión geométrica con 8 términos, siendo a el primer término y r la razón. La progresión es

$$a, ar, ar^2, ar^3, ar^4, ar^5, ar^6, ar^7$$

Supóngase ahora que la progresión tiene n términos. Es claro que el n -ésimo término l , o sea el último, sería

$$l = ar^{n-1} \quad (3)$$

Representemos por s la suma de los n primeros términos de la progresión geométrica

$$a, ar, ar^2, ar^3, \dots, ar^{n-1}$$

es decir, que

$$s = a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-2} + ar^{n-1}$$

Entonces,

$$rs = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + \dots + ar^{n-1} + ar^n,$$

o sea que,

$$(1-r)s = a - ar^n$$

y

$$s = \frac{a - ar^n}{1-r} \quad (4)$$

Es más conveniente utilizar (4) cuando $r < 1$ y

$$s = \frac{ar^n - a}{r-1} \text{ cuando } r > 1 \quad (4')$$

De (3), tenemos que, $rl = ar^n$

por lo cual (4) y (4') pueden ser escritos como

$$(5) \quad s = \frac{a - rl}{1 - r}, \text{ cuando } r < 1, \quad \text{y} \quad (5') \quad s = \frac{rl - a}{r - 1}, \text{ cuando } r > 1$$

Ejemplo 2.

(a) Encontrar el 10o. término y la suma de los 10 primeros términos de la progresión geométrica 4, 8, 16, 32, ...

En este caso $a = 4$, $r = 2$, y $n = 10$, por tanto,

$$l = ar^{n-1} = 4(2)^9 = 2048 \quad \text{y} \quad \frac{rl - a}{r - 1} = \frac{2(2048) - 4}{2 - 1} = 4092$$

(b) Encontrar la suma de los 12 primeros términos de la progresión geométrica 4, -8, 16, -32, ...

En este caso $a = 4$, $r = -2$, $n = 12$, por tanto,

$$s = \frac{a - ar^n}{1 - r} = \frac{4 - 4(-2)^{12}}{1 - (-2)} = \frac{4 - 4(4096)}{3} = -5460$$

Véanse los problemas 5-7.

LA DEPRECIACION fue definida en el capítulo 1. Los métodos discutidos para determinar el cargo anual por depreciación dan lugar a serias objeciones. Por ejemplo, la depreciación de un activo en su primer año de uso es frecuentemente mayor que la del segundo, y la del segundo es mayor que la del tercero, y así sucesivamente. La tabla de depreciación de un automóvil muestra esta tendencia.

El *método de porcentaje fijo* responde a dicha objeción al suponer que el cargo por depreciación que debe hacerse al final de cada año es un porcentaje fijo del valor contable al principio del año. Sea C el costo original de un activo, S su valor de salvamento y n el número de años de vida útil. Sea d el porcentaje fijo anual. Al final del primer año, el cargo por depreciación es Cd y el valor contable es $C - Cd = C(1 - d)$. Al final del segundo año, el cargo por depreciación es $C(1 - d)d$ y el valor contable es $C(1 - d) - C(1 - d)d = C(1 - d)(1 - d) = C(1 - d)^2$.

Los valores contables sucesivos, durante la vida del activo, corresponden a los términos de la progresión geométrica

$$(i) \quad C(1 - d), C(1 - d)^2, C(1 - d)^3, \dots$$

Por tanto, al final de n años, el valor contable es

$$(ii) \quad C(1 - d)^n = S$$

El valor d , la *tasa de depreciación*, puede ser un valor estimado o puede ser determinado de la relación dada en (ii), en cuyo caso es necesario utilizar logaritmos.

Ejemplo 3.

Se estima que una máquina con costo de \$4800 tendrá una vida útil de 6 años y un valor de salvamento de \$360. Determinar la tasa anual de depreciación y construir la tabla de depreciación correspondiente.

$C = 4800$, $S = 360$, $n = 6$; aplicando (ii), tenemos que:

$$4800(1 - d)^6 = 360 \quad \text{y} \quad (1 - d)^6 = \frac{360}{4800} = 0.075$$

$$6 \log(1 - d) = \log 0.075 = 8.875061 - 10$$

$$\log(1 - d) = 9.812510 - 10$$

$$1 - d = 0.6494$$

$$d = 0.3506 = 35.06\%$$

En la tabla que sigue los valores contables al final de cada año se obtienen de la relación (i):

$$4800(0.6494) = 3117.12, \quad 4800(0.6494)^2 = 3117.12(0.6494) = 2024.26,$$

y, así sucesivamente. El cargo por depreciación, para cualquier año, es la diferencia entre el valor contable de ese año y el del año anterior. El importe del fondo para depreciación al final de cada año es la suma de los cargos por depreciación efectuados, incluyendo el del año 0, también, la diferencia entre el costo original y el valor en libros actualizado.

| Año | Valor contable al final del año | Cargo por depreciación | Importe del fondo para depreciación |
|-----|---------------------------------|------------------------|-------------------------------------|
| 0 | 4800.00 | | |
| 1 | 3117.12 | 1682.88 | 1682.88 |
| 2 | 2024.26 | 1092.86 | 2775.74 |
| 3 | 1314.55 | 709.71 | 3485.45 |
| 4 | 853.87 | 460.68 | 3946.33 |
| 5 | 554.37 | 299.30 | 4245.63 |
| 6 | 360.00 | 194.37 | 4440.00 |

Nota. El valor contable final resultó de \$360.01, que es la diferencia debida a la práctica de redondear las cantidades a dos decimales.

Véanse los problemas 8-9.

PROGRESION GEOMETRICA INFINITA. Considérese la progresión geométrica

$$1, 1/4, 1/16, 1/64, 1/256, \dots$$

cuyo primer término es $a = 1$, y cuya razón es $r = \frac{1}{4}$. De (4), tenemos que la suma de los n primeros términos es

$$s = \frac{1 - (\frac{1}{4})^n}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} - \frac{(\frac{1}{4})^n}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$$

En primer lugar observamos que para cualquier n , $s < 4/3$. Al aumentar n , $(\frac{1}{4})^{n-1}$ permanece positivo pero cada vez más pequeño; es decir, que a medida que n crece, s crece pero siempre es menor que $4/3$.

Sin embargo, podemos demostrar que para n suficientemente grande, o sea, sumando un número suficientemente grande de términos, la diferencia entre $4/3$ y s puede ser tan pequeña como deseamos. Supongamos, por ejemplo, que deseamos que la diferencia sea menor que 0.000001. Como $\frac{1}{3}(\frac{1}{4})^9 = 0.0000013$ y $\frac{1}{3}(\frac{1}{4})^{10} = 0.00000032$, únicamente es necesario sumar los 11 primeros términos. El comportamiento de esta progresión geométrica puede expresarse diciendo que al crecer n sin limitación, o al tender n a infinito, la suma s de los primeros n términos se aproxima a $4/3$ como límite.

En la forma general de la progresión geométrica

$$a, ar, ar^2, ar^3, \dots$$

con

$$s = \frac{a - ar^n}{1 - r} = \frac{a}{1 - r} - \frac{ar^n}{1 - r}$$

se puede ver que, cuando r está entre -1 y 1 , s tiende a $\frac{a}{1 - r}$ como límite, al crecer n . En este caso, decimos que

$$S = \frac{a}{1 - r} \quad (-1 < r < 1) \quad (6)$$

es la suma de la progresión geométrica infinita.

Ejemplo 4.

Calcular la suma de la progresión geométrica infinita

$$(a) \quad 1, 1/2, 1/4, 1/8, \dots$$

En este caso $a = 1$ y $r = \frac{1}{2} < 1$; por tanto, $S = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$.

$$(b) \quad 1, -1/4, 1/16, -1/64, \dots$$

En este caso $a = 1$ y $r = -\frac{1}{4} < 1$; por tanto, $S = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-(-\frac{1}{4})} = \frac{4}{5}$

Véanse los problemas 10-12.

Problemas resueltos

1. Calcular el 15o. término y la suma de los primeros 15 términos de la progresión aritmética 2, 5, 8, 11, 14, ...

$a = 2$, $d = 3$, $n = 15$; por lo cual,

$$l = a + (n-1)d = 2 + 14(3) = 44 \quad y \quad s = \frac{n}{2}(a+l) = \frac{15}{2}(2+44) = 345$$

2. Calcular la suma de los primeros 20 términos de la progresión aritmética 48, 40, 32, 24, 16, ...

$a = 48$, $d = -8$, $n = 20$; por lo cual,

$$s = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{20}{2}[2(48) + 19(-8)] = -560$$

3. Calcular la suma de la progresión aritmética 1,00; 1,04; 1,08; 1,12; ..., 2,16.

Utilizando $l = a + (n-1)d$, tenemos que, $2,16 = 1,00 + (n-1)(0,04)$. Por tanto,

$$(0,04)(n-1) = 2,16 - 1,00 = 1,16, \quad n-1 = \frac{1,16}{0,04} = 29 \quad y \quad n = 30$$

$$s = \frac{n}{2}(a+l) = \frac{30}{2}(1,00+2,16) = 47,4$$

4. En la fecha, M debe \$4000. Decide pagar \$400 al final de cada 6 meses para disminuir la deuda, pagando además $2\frac{1}{2}\%$ de su obligación por concepto de intereses. Encontrar el interés total que debe pagar.

M debe hacer en total $\frac{4000}{400} = 10$ pagos. El primer pago por intereses es $4000(0,025) = \$100$. Al mismo tiempo, reduce su deuda a $4000 - 400 = \$3600$. El segundo pago por intereses es $3600(0,025) = \$90$. En forma similar, el tercer pago por intereses es \$80 y, así sucesivamente. El interés total pagado es la suma de los primeros 10 términos de la progresión aritmética 100, 90, 80, ... Por tanto,

$$s = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{10}{2}[2(100) + 9(-10)] = \$550$$

5. Encontrar el 8o. término y la suma de los 8 primeros términos de la progresión geométrica 1, 3, 9, 27, ...

$a = 1$, $r = 3$, $n = 8$; por tanto,

$$l = ar^{n-1} = (1)(3)^7 = 2187 \quad y \quad s = \frac{r^n - a}{r-1} = \frac{3^8 - 1}{3-1} = 3280$$

6. Hallar la suma de los 15 primeros términos de la progresión geométrica 1, 1,03, $(1,03)^2$, $(1,03)^3$, ...

$a = 1$, $r = 1,03$, $n = 15$; por tanto,

$$s = \frac{ar^n - a}{r-1} = \frac{(1)(1,03)^{15} - 1}{1,03 - 1} = \frac{(1,03)^{15} - 1}{0,03}$$

7. Encontrar la suma de la progresión geométrica $(1,04)^{-1}$, $(1,04)^{-2}$, $(1,04)^{-3}$, ..., $(1,04)^{-12}$.

$a = (1,04)^{-1}$, $r = (1,04)^{-1}$, $l = (1,04)^{-12}$; por tanto,

$$s = \frac{a - rl}{1-r} = \frac{(1,04)^{-1} - (1,04)^{-1}(1,04)^{-12}}{1 - (1,04)^{-1}} = \frac{1 - (1,04)^{-12}}{1,04 - 1} = \frac{1 - (1,04)^{-12}}{0,04}$$

8. Una máquina costó \$2000. La depreciación mensual al final de cualquier mes es calculada en 5% del valor al comienzo del mes. ¿Qué valor tendrá la máquina al cabo de 24 meses de uso?

Al final del primer mes la máquina valdrá $2000(1 - 0,05) = 2000(0,95) = \1900 ; al final del segundo mes, la máquina estará avaluada en $1900(0,95) = \$1805$; y, así sucesivamente. Se va a hallar el 24o. término de una progresión geométrica cuyo primer término es \$1900 y cuya razón es 0,95. Tenemos,

$$l = ar^{n-1} = 1900(0,95)^{23} = \$583,99 \quad (\text{usando logaritmos})$$

9. Una máquina nueva cuesta \$3150 y se deprecia hasta \$650, en 8 años. Hallar (a) la tasa de depreciación anual por el método del porcentaje constante y (b) el valor contable al final del quinto año.

(a) $C = 3150$, $S = 650$, $n = 8$; y ya que $C(1-d)^n = S$,

$$3150(1-d)^8 = 650 \quad y \quad (1-d)^8 = \frac{650}{3150}$$

$$8 \log(1-d) = \log 650 - \log 3150 = 9,314602 - 10$$

$$\log(1-d) = 9,914325 - 10$$

$$1-d = 0,82097$$

$$y \quad d = 0,17903 = 17,903\%$$

(b) Al final de los 5 años, el valor contable es $B_5 = 3150(1-d)^5$.

$$\log B_5 = \log 3150 + 5 \log(1-d)$$

$$= 3,498311 + 5(9,914325 - 10) = 3,069936$$

$$y \quad B_5 = \$1174,70$$

10. Se deja caer una bola desde una altura de 135 cm y rebota (cada vez que golpea el piso), dos tercias partes de la altura de la cual cae. (a) ¿Cuánto se elevará al cabo del 6o. rebote? (b) ¿Qué distancia habrá recorrido cuando golpea el piso por 8o. vez? (c) ¿Qué distancia habrá recorrido hasta alcanzar el reposo?

El primer rebote es $\frac{2}{3}(135) = 90$ cm; el segundo rebote es $\frac{2}{3}(90) = 60$ cm, etc.

(a) El 6o. término en la progresión para la cual $a = 90$ y $r = 2/3$ es

$$l = ar^{n-1} = 90\left(\frac{2}{3}\right)^5 = 11\frac{2}{3} \text{ cm}$$

(b) La bola cae desde 135 cm, rebota y cae desde 90 cm, rebota y cae desde 60 cm y, así sucesivamente. La distancia recorrida será 135 más dos veces la suma de los 7 primeros términos de la progresión 90, 60, 40, ..., o

$$135 + 2 \frac{90 - 90(2/3)^7}{1 - 2/3} = 135 + 2 \frac{20,590}{1/3} = 643\frac{2}{3} \text{ cm}$$

(c) La distancia recorrida será 135 más dos veces la suma de la progresión geométrica infinita 90, 60, 40, ... o

$$135 + 2 \frac{a}{1-r} = 135 + 2 \frac{90}{1-2/3} = 675 \text{ cm}$$

11. Transformar 0,2222... en fracción común.

Podemos escribir

$$0,2222... = 0,2 + 0,02 + 0,002 + 0,0002 + \dots$$

que es la suma de una progresión geométrica infinita cuyo primer término es 0,2 y cuya razón es 0,1; por tanto,

$$S = \frac{a}{1-r} = \frac{0,2}{1-0,1} = \frac{0,2}{0,9} = \frac{2}{9}$$

12. Transformar 0,227272... en fracción común.

Podemos escribir

$$0,227272... = 0,2 + 0,027 + 0,00027 + 0,0000027 + \dots$$

$$= 0,2 + \frac{0,027}{1-0,01} = \frac{2}{10} + \frac{27}{990} = \frac{5}{22}$$

Problemas propuestos

13. Hallar el 15º término y la suma de los 15 primeros términos de las siguientes progresiones: (a) 2, 8, 14, 20, ... (b) 3, 8, 13, 18, ... Resp. (a) 86; 660 (b) 73; 570

14. Hallar la suma de: (a) los primeros 10 términos de 160, 148, 136, 124, ...
(b) los primeros 12 términos de 600; 546,76; 493,52, ...
Resp. (a) 1060 (b) 3686,16

15. Hallar la suma de: (a) los primeros 200 enteros positivos,
(b) los primeros 100 números pares.
Resp. (a) 20.100 (b) 10.000

16. Demostrar que $B + \left(B - \frac{B}{n}\right) + \left(B - 2\frac{B}{n}\right) + \dots + \left[B - (n-1)\frac{B}{n}\right] = \frac{n+1}{2}B$.

17. Por la compra de una casa una persona se compromete a pagar \$2400 al final del primer año, \$2340 al final del segundo año, \$2280 al final del tercer año y, así sucesivamente. ¿Cuánto pagará por la casa si efectúa 15 pagos en total?
Resp. \$29.700

18. Encontrar el 9º término y la suma de los 9 primeros términos de las siguientes progresiones:

(a) 3, 6, 12, 24, ... (c) 1, 1,05, (1,05)², (1,05)³, ...
(b) 243, 81, 27, 9, ... (d) (1,02)⁻¹, (1,02)⁻², (1,02)⁻³, ...

Resp. (a) 768, 1533 (b) 1/27, 364 1/3 (c) (1,05)⁹, $\frac{(1,05)^9 - 1}{0,05}$ (d) (1,02)⁻⁹, $\frac{1 - (1,02)^{-9}}{0,02}$

19. Determinar la cantidad total a repartir si se van a entregar 12 premios de \$1, \$2, \$4, ... Resp. \$4095

20. Cada succión de una bomba de vacío extrae 4% del aire contenido en un tanque. ¿Qué cantidad de aire habrá en el tanque después de 50 succiones si al principio contenía 1 centímetro cúbico? Resp. 0,1299 centímetros cúbicos.

21. Un edificio tiene un costo de \$500.000. Al final de cada año, los propietarios deducen de su valor determinado al principio del año el 10% por concepto de depreciación. ¿Cuál será el valor del edificio al final de 25 años? Resp. \$35.896

22. Un motor con costo inicial de \$1050 se deprecia a la tasa de 7 1/2% anual. Determinar su valor contable al final del 7º año. Resp. \$608,39

23. A una locomotora con costo de \$150.000 se le ha estimado un valor de salvamento de \$5000 y una vida probable de 30 años. Determinar: (a) la tasa de depreciación anual, (b) el valor en libros al final del 20º año, y (c) el cargo por depreciación del 25º año. Resp. (a) 10,718%, (b) \$15.536, (c) \$1058,10

24. Un automóvil con costo de \$2475 tiene una vida útil de 4 años y un valor de salvamento de \$400. (a) Determinar la tasa anual de depreciación. (b) Preparar una tabla de depreciación que muestre el valor contable cada año. Resp. (a) 36,595%

25. Encontrar la suma de las siguientes progresiones geométricas infinitas:

(a) 1, -1/2, 1/4, -1/8, ... (d) 1, 1/5, 1/25, 1/125, ...
(b) 4, -2, 1, -1/2, ... (e) 0,4, 0,04, 0,004, 0,0004, ...
(f) $\frac{1}{1+i}, \frac{1}{(1+i)^2}, \frac{1}{(1+i)^3}, \frac{1}{(1+i)^4}, \dots$
Resp. (a) 2/3, (b) 8/3, (c) 18, (d) 5/4, (e) 4/9, (f) 1/i

26. Convertir a fracciones comunes:

(a) 0,6666... (b) 0,454545... (c) 0,123123123... (d) 1,23333...
Resp. (a) 2/3, (b) 5/11, (c) 41/333, (d) 37/30

27. El método de suma de dígitos para depreciar un activo con costo C, con vida probable n y con valor de salvamento S responde a la objeción del método de depreciación lineal mediante el uso de distintas fracciones de la diferencia C - S, en cada año. El denominador de cada fracción es igual a

$$1 + 2 + \dots + (n-2) + (n-1) + n = \frac{1}{2}n(n+1)$$

y los numeradores son n para el primer año, n - 1 para el segundo, n - 2 para el tercero, ..., 1 para el último año.

- (a) Elaborar una tabla de depreciación para un automóvil con costo de \$3500, con vida probable de 5 años y con un valor de salvamento de \$800.
(b) Elaborar una tabla de depreciación para una máquina de \$5500 que tiene una vida útil de 8 años y un valor de salvamento de \$700.

Resultado parcial. Depreciación para el primer año: (a) $\frac{5}{15}(2700) = \$900$, (b) $\frac{8}{36}(4800) = \$1066,67$

28. Una variación del método de porcentaje fijo para depreciar un activo con costo C y con vida probable n ignora cualquier valor posible de salvamento y utiliza $d = 2/n$. De aquí que el valor contable después de k ≤ n años será:

$$C \left(1 - \frac{2}{n}\right)^k$$

- (a) Elaborar una tabla de depreciación para un activo de \$5000 con vida probable de 5 años.
(b) Elaborar una tabla de depreciación para un activo de \$4000 con vida probable de 8 años.

Resultado parcial. Valor en libros final: (a) \$388,80, (b) \$400,46

Capítulo 4

Interés simple

COMO EJEMPLO de algunas operaciones que serán estudiadas en este libro considérense las siguientes:

- (a) B obtiene de L un préstamo de \$500 y le firma un documento que establece que al término de 6 meses le pagará los \$500 prestados más una cantidad adicional de \$12,50.
- (b) C compra un bono de \$1000 con vencimiento a 10 años, emitido por la compañía XYZ. El bono estipula, (i) el reembolso de los \$1000 al término de 10 años, y (ii) el pago de \$15 cada tres meses después de los 10 años.

La cantidad de \$12,50 mencionada en (a) y los \$15 de (b) son conocidos como pagos de intereses; es decir, que *el interés es la cantidad pagada por el uso de dinero obtenido en préstamo o la cantidad producida por la inversión del capital.*

Volviendo al ejemplo (a), parece lógico suponer que si B hubiera pedido a L \$1000 prestados por 6 meses, el cargo por intereses sería $2(12,50) = \$25$, y si hubiera pedido \$500 por 3 meses, el cargo por intereses sería $\frac{1}{2}(12,50) = \$6,25$, lo cual significa que el cargo por intereses sobre un préstamo depende tanto de la cantidad del préstamo como del tiempo que será utilizado el dinero. Por otra parte, si B hubiera pedido el préstamo de \$500 por un año, L podría requerir un pago de intereses de \$25 al final del año o dos pagos iguales de \$12,50, uno al final de 6 meses y otro al final del año. Más aun, si en este último caso B no cumpliera en pagar el primer cargo por intereses de \$12,50, L no se conformaría con un pago de \$25 al final del año, sino que reclamaría una cantidad adicional por concepto de intereses sobre el pago de intereses no cumplidos; es decir, que L consideraría los intereses omitidos como un préstamo adicional, puesto que si hubieran sido pagados en su vencimiento, él los podría haber invertido en cualquier otra forma. Con lo anterior, se ilustra la suposición básica de las matemáticas financieras: El dinero se invierte siempre en forma productiva, es decir, siempre está ganando intereses.

En ocasiones se notará que la práctica comercial no está de acuerdo con la lógica. Como ejemplo, consideremos el año que consta de 365 días (exceptuando los años bisiestos con 366 días), divididos en 12 meses, no todos iguales entre sí; sin embargo, frecuentemente al calcular intereses sobre préstamos a corto plazo se utiliza un año teórico que consiste de 12 meses, cada uno con 30 días exactamente.

LA TASA DE INTERES. Designamos por C a una cierta cantidad de dinero en una fecha dada cuyo valor aumenta a S en una fecha posterior;

C se conoce como capital,

S se conoce como monto o valor acumulado de C .

$I = S - C$ se conoce como interés.

Ejemplo 1.

B obtiene de L un préstamo de \$500 y al final de un año le paga \$525. En este caso $C = \$500$, $S = \$525$ e $I = S - C = \$25$.

La *tasa de interés* devengada o cargada es la razón del interés devengado al capital, en la unidad de tiempo. A menos que se establezca lo contrario, la unidad de tiempo convenida es de un año. La tasa anual de interés, representada por i , está dada como un porcentaje (por ejemplo, 6%), o como su equivalente en forma decimal (0,06). En los cálculos se utiliza la fracción decimal.

Ejemplo 2.

En el ejemplo 1, $i = \frac{I}{P} = \frac{25}{500} = 0,05$; es decir que L carga intereses a la tasa de 5%.

INTERES SIMPLE. Cuando únicamente el capital gana intereses por todo el tiempo que dura la transacción, al interés vencido al final del plazo se le conoce como *interés simple*. El interés simple sobre el capital C , por t años a la tasa i , está dado por la expresión

$$I = Cit \quad (1)$$

y el monto simple está dado por

$$S = C + I = C + Cit = C(1 + it) \quad (2)$$

Ejemplo 3.

Determinar el interés simple sobre \$750 al 4% durante $\frac{1}{2}$ año. ¿Cuál será el monto?

En este caso $C = 750$, $i = 0,04$ y $t = \frac{1}{2}$, por lo cual

$$I = Cit = 750(0,04)\frac{1}{2} = \$15$$

$$S = C + I = 750 + 15 = \$765$$

Véanse los problemas 1-6.

DOS PROBLEMAS TIPICOS del interés simple son:

- (a) Hallar el interés simple sobre \$2000 al 5% durante 50 días.
- (b) Hallar el interés simple sobre \$1500 al 6%, del 10 de marzo de 1971 al 21 de mayo de 1971.

Estos dos problemas se resuelven aplicando (1). Sin embargo, debido a las variaciones en la práctica comercial, pueden darse dos respuestas diferentes en el primer problema y no menos de cuatro en el segundo. La diversidad de resultados se origina en las diferentes prácticas para estimar t .

INTERES SIMPLE EXACTO Y ORDINARIO. El *interés simple exacto* se calcula sobre la base del año de 365 días (366 en años bisiestos). El interés simple ordinario se calcula con base en un año de 360 días. El uso del año de 360 días simplifica algunos cálculos, sin embargo aumenta el interés cobrado por el acreedor.

Ejemplo 4.

Determinar el interés exacto y ordinario sobre \$2000, al 5%, durante 50 días.

En este caso $C = 2000$ e $i = 0,05$.

Interés simple exacto.

$$\text{Utilizando el año de 365 días tenemos que } t = \frac{50}{365} = \frac{10}{73} \text{ e } I = Cit = 2000(0,05)\left(\frac{10}{73}\right) = \frac{1000}{73} = \$13,70.$$

Interés simple ordinario.

$$\text{Utilizando un año de 360 días, tenemos que } t = \frac{50}{360} = \frac{5}{36} \text{ e } I = 2000(0,05)\left(\frac{5}{36}\right) = \frac{125}{9} = \$13,89.$$

CALCULO EXACTO Y APROXIMADO DEL TIEMPO. Conociendo las fechas, el número de días que ha de calcularse el interés puede ser determinado de dos maneras:

Cálculo exacto del tiempo. Como su nombre lo indica, es el número exacto de días, tal como se encuentran en el calendario. *Se acostumbra contar una de las dos fechas dadas.*

Cálculo aproximado del tiempo. Se hace suponiendo que cada mes tiene 30 días.

Ejemplo 5.

Determinar en forma exacta y aproximada el tiempo transcurrido del 20 de junio de 1970 al 24 de agosto de 1970.

Tiempo exacto.

- (a) El número requerido de días es igual al número de días restantes del mes de junio, más el número de días de julio, más el número de días indicado para agosto, es decir, $10 + 31 + 24 = 65$.
- (b) En la tabla III, donde aparecen numerados todos los días del año desde el 1.º de enero, encontramos el 20 de junio numerado con 171 y a 24 de agosto numerado con 236. El número de días requerido es $236 - 171 = 65$, igual que en el ejemplo anterior

Tiempo aproximado.

| | | | | |
|------------------|----------------------|------|---------------|----------|
| Podemos escribir | 24 de agosto de 1970 | como | 24 : 8 : 1970 | y restar |
| | 20 de junio de 1970 | | 20 : 6 : 1970 | |
| | | | 4 : 2 : 0 | |

Así, el tiempo transcurrido aproximado es 2 meses y 4 días, es decir, 64 días ya que hemos supuesto que cada mes tiene 30 días. Nótese que como el año es el mismo en cada caso no se utiliza en el cálculo.

Véanse los problemas 6-7.

Ejemplo 6.

Determinar el interés exacto y ordinario sobre \$2000 al 6%, del 20 de abril al 1.º de julio de 1971, calculando el tiempo, (a) en forma exacta, y (b) en forma aproximada.

El tiempo exacto es de 72 días y el tiempo aproximado de 71 días.

Interés exacto.

$$(a) I = 2000(0,06)\left(\frac{72}{365}\right) = \frac{1728}{73} = \$23,67$$

$$(b) I = 2000(0,06)\left(\frac{71}{365}\right) = \frac{1704}{73} = \$23,34$$

Interés ordinario.

$$(a) I = 2000(0,06)\left(\frac{72}{360}\right) = \$24,00$$

$$(b) I = 2000(0,06)\left(\frac{71}{360}\right) = \frac{71}{3} = \$23,67$$

De los cuatro métodos para calcular el interés simple, ilustrados en el ejemplo 6, el más corriente es el del interés ordinario con el número exacto de días, siendo éste el sistema utilizado por las instituciones bancarias, el cual, de los cuatro, es el método que produce el mayor interés en cualquier transacción.

Véanse los problemas 8-11.

PAGARES. Un pagaré es una promesa escrita de pago de una determinada cantidad de dinero, con intereses o sin ellos, en una fecha dada, suscrita por un deudor a favor de un acreedor. En un pagaré intervienen los siguientes elementos:

| | |
|---|-----------------------|
| Bogotá, D.E. <u>Enero 15, 1969</u> | |
| <u>tres meses</u> después de la fecha <u>del suscrito</u> | promete pagar |
| a la orden de <u>Alberto Villalga</u> | |
| <u>cinco mil 25 pesos</u> | |
| valor recibido con intereses al <u>6</u> por ciento | <u>Alberto García</u> |

Plazo. Es el tiempo especificado explícitamente en el documento (número de meses) o (número de días).

Valor nominal. Es la suma estipulada en el documento.

Fecha de vencimiento. Es la fecha en la cual debe ser pagada la deuda.

Valor de vencimiento. Es la suma que debe ser pagada en la fecha de vencimiento.

En un pagaré, en el cual no se estipulen intereses, el valor nominal es igual al valor al vencimiento; en caso contrario, el valor al vencimiento siempre será mayor que el valor nominal.

En este libro, para determinar la fecha de vencimiento de un pagaré procederemos como sigue:

(a) si el plazo está dado en meses, el tiempo se determinará aproximadamente.

(b) si el plazo está dado en días, el tiempo se determinará exactamente.

Por ejemplo, tres meses después del 16 de marzo es el 16 de junio, mientras que 90 días después del 16 de marzo es el 14 de junio.

Siempre utilizaremos el interés simple ordinario en el cálculo del valor al vencimiento de un pagaré.

Ejemplo 7.

En un pagaré firmado el 15 de enero, con vencimiento de tres meses, por \$5000 con un interés del 6%, el plazo es de 3 meses, la fecha de vencimiento es el 15 de abril y el valor de vencimiento es $5000 + 5000(0,06)\frac{3}{12} = \5075 .

Existe otro tipo de documentos comerciales para el mismo fin, constituyendo todos ellos promesas de pago, por lo cual no serán estudiados por separado.

Véase el problema 12.

VALOR PRESENTE DE UNA DEUDA. El valor de una deuda, en una fecha anterior a la de su vencimiento, se le conoce como *valor presente* de la deuda en dicha fecha. De la relación $S = C(1 + it)$, tenemos que

$$C = \frac{S}{1 + it} \quad (3)$$

es el valor presente a la tasa de interés simple i , del monto S , con vencimiento en t años.

Ejemplo 8.

Encontrar el valor presente, al 6% de interés simple, de \$1500 con vencimiento en 9 meses.

En este caso, $S = 1500$, $i = 0,06$, $t = \frac{3}{4}$. Sabemos que $S = C(1 + it)$ por tanto,

$$1500 = C[1 + (0,06)(\frac{3}{4})] = C(1,045)$$

y

$$C = \frac{1500}{1,045} = \$1435,41 \text{ es el valor presente.}$$

Ejemplo 9.

Un pagaré de \$1200 firmado el 1.º de abril con vencimiento en 8 meses y con interés de 5% es vendido a Y el 14 de julio con la base de un rendimiento en la inversión de 6%. ¿Cuánto paga Y por el documento?

La fecha de vencimiento del documento es el 1.º de diciembre y su valor al vencimiento es $1200[1 + (0,05)(2/3)] = \1240 . Necesitamos encontrar el valor presente de \$1240 con vencimiento en 140 días (del 14 de julio al 1.º de diciembre) al 6% de interés simple. Por tanto

$$C = \frac{S}{1 + it} = \frac{1240}{1 + (0,06)(7/18)} = \frac{3720}{3,07} = \$1211,73$$

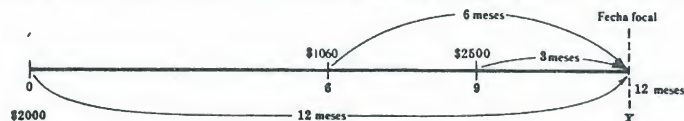
Véanse los problemas 13-14.

ECUACIONES DE VALOR. En algunas ocasiones es conveniente para un deudor cambiar el conjunto de sus obligaciones por otro conjunto. Para efectuar esta operación, tanto el deudor como el acreedor deben estar de acuerdo con la tasa de interés que ha de utilizarse en la transacción y en la fecha en que se llevará a cabo (a menudo llamada fecha focal). Examinense los problemas 15 y 16 para ver que es de esperarse un ligero cambio en el resultado al cambiar de fecha focal.

Ejemplo 10.

En la fecha, B debe \$1000 por un préstamo con vencimiento en 6 meses, contratado originalmente a $1\frac{1}{2}$ años a la tasa de 4% y debe, además, \$2500 con vencimiento en 9 meses, sin intereses. El desea pagar \$2000 de inmediato y liquidar el saldo mediante un pago único dentro de un año. Suponiendo un rendimiento de 5% y considerando la fecha focal dentro de un año, determinar el pago único mencionado.

El valor al vencimiento del préstamo con intereses es $1000[1 + (0,04)(3/2)] = \1060 . Designemos con X el pago requerido. Coloquemos, por encima de una línea de tiempo, las obligaciones originales (\$1060 al final de 6 meses y \$2500 al final de 9 meses) y por debajo el nuevo sistema de pagos (\$2000 en la fecha y X al final de 12 meses).



Calculando cada valor en la fecha focal e igualando la suma del valor resultante de las obligaciones originales con el de las nuevas obligaciones, tenemos

$$\begin{aligned} 2000(1,05) + X &= 1060[1 + (0,05)(\frac{1}{2})] + 2500[1 + 0,05(\frac{1}{4})] \\ 2100 + X &= 1086,50 + 2531,25 \\ X &= 1086,50 + 2531,25 - 2100,00 \\ &= \$1517,75 \end{aligned}$$

Véanse los problemas 17-18.

Problemas resueltos

1. Encontrar el interés simple y el monto de \$1000,

- (a) al $4\frac{1}{2}\%$, durante 1 año. (c) al $3\frac{1}{2}\%$, durante $\frac{1}{2}$ año. (e) al 4%, durante 15 meses.
(b) al $5\frac{1}{4}\%$, durante 2 años. (d) al 6%, durante 8 meses. (f) al 5%, durante 10 meses.

(a) Tenemos que $C = 1000$, $i = 0,045$, $t = 1$; entonces,

$$I = Cit = 1000(0,045)(1) = \$45 \text{ y } S = C + I = 1000 + 45 = \$1045$$

(b) Tenemos que $C = 1000$, $i = 0,0525$, $t = 2$; entonces,

$$I = Cit = 1000(0,0525)(2) = \$105 \text{ y } S = C + I = 1000 + 105 = \$1105$$

(c) En este caso, $C = 1000$, $i = 0,035$, $t = \frac{1}{2}$; entonces,

$$I = Cit = 1000(0,035)(\frac{1}{2}) = \$17,50 \text{ y } S = C + I = 1000 + 17,50 = \$1017,50$$

(d) $C = 1000$, $i = 0,06$, $t = 8/12 = 2/3$; entonces,

$$I = Cit = 1000(0,06)(2/3) = \$40 \text{ y } S = C + I = \$1040$$

(e) $C = 1000$, $i = 0,04$, $t = 15/12 = 5/4$; entonces,

$$I = 1000(0,04)(5/4) = \$50 \text{ y } S = \$1050$$

(f) $I = 1000(0,05)(5/6) = \$41,67 \text{ y } S = \$1041,67$

2. ¿A qué tasa de interés simple,

- (a) el monto de \$2000 será 2110 en un año? (b) el monto de \$720 será 744 en 10 meses?

(a) $C = 2000$, $S = 2110$, $I = S - C = 110$, $t = 1$

Aplicando $I = Cit$, $110 = 2000(i)(1) = 2000i$ e $i = \frac{110}{2000} = 0,055 = 5\frac{1}{2}\%$.

(b) $C = 720$, $S = 744$, $I = 744 - 720 = 24$, $t = 5/6$

Aplicando $I = Cit$, $24 = 720(i)(5/6) = 600i$ e $i = \frac{24}{600} = 0,04 = 4\%$.

3. X compró un radio en \$79,95. Dio un anticipo de \$19,95 y acordó pagar el resto en 3 meses, más un cargo adicional de \$2. ¿Qué tasa de interés simple pagó?

Con la suposición de que X pagó \$2 de intereses sobre 79,95 — 19,95 = \$60,00, por tres meses, tenemos que $C = 60$, $I = 2$, $t = \frac{1}{4}$.

Aplicando $I = Cit$, $2 = 60(i)(\frac{1}{4}) = 15i$ e $i = 2/15 = 0,13333 = 13\frac{1}{3}\%$.

4. ¿En qué tiempo el monto de \$2000 será \$2125 al 5% de interés simple?

En este caso, $S = 2125$, $C = 2000$, $I = S - C = 125$, $i = 0,05$; aplicando $I = Cit$,

$$125 = 2000(0,05)t = 100t \text{ y } t = \frac{125}{100} = 1,25$$

El tiempo requerido es $1\frac{1}{4}$ años.

5. ¿En qué tiempo se duplica una cantidad de dinero al 5% de interés simple?

Haciendo $C = 1$, $S = 2$, $I = 1$, y aplicando $I = Cit$, tenemos que

$$1 = (1)(0,05)t \text{ y } t = \frac{1}{0,05} = 20 \text{ años}$$

6. Determinar en forma aproximada y exacta el tiempo transcurrido entre el 25 de enero de 1968 y el 15 de mayo de 1968.

Forma exacta. Utilizando un calendario, tenemos que $6 + 29 + 31 + 30 + 15 = 111$ días. De la tabla III, tenemos que $135 - 25 = 110$; sin embargo, como 1968 fue un año bisiesto, debemos agregar un día para el mes de febrero obteniendo 111 días.

Forma aproximada. Podemos escribir

$$\begin{array}{rcl} 15 \text{ de mayo} & \text{como} & 15 : 5 \\ 25 \text{ de enero} & & 25 : 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 45 : 4 \\ 25 : 1 \\ \hline 20 : 3 = 110 \text{ días} \end{array}$$

7. Determinar en forma exacta y aproximada el tiempo transcurrido entre el 15 de septiembre de 1968, y el 15 de febrero de 1969.

Forma exacta. Utilizando un calendario, tenemos $15 + 31 + 30 + 31 + 31 + 15 = 153$ días. En la tabla III, encontramos 258 para el 15 de septiembre; febrero lo numeramos como $365 + 46 = 411$, siendo el número de días requerido $411 - 258 = 153$.

Forma aproximada. Podemos escribir

$$\begin{array}{rcl} 15 : 2 : 1969 & \text{como} & 15 : 14 : 1969 \\ 15 : 9 : 1968 & & 15 : 9 : 1969 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 : 14 \\ 15 : 9 \\ \hline 0 : 5 = 150 \text{ días} \end{array}$$

8. Comparar el interés exacto y ordinario sobre \$2500 al 5%, del 15 de abril de 1971 al 25 de julio de 1971, con tiempo aproximado.

El tiempo aproximado son 100 días.

Interés exacto. $I = 2500(0,05)\left(\frac{100}{365}\right) = \frac{2500}{73} = \$34,25$

Interés ordinario. $I = 2500(0,05)\left(\frac{100}{360}\right) = \frac{625}{18} = \$34,72$

9. Determinar, de acuerdo con el sistema bancario, el interés simple sobre \$4280, al 6%, del 21 de marzo al 25 de julio del mismo año.

El número exacto de días es 125. Daremos dos soluciones:

$$(a) I = 4280(0,06) \left(\frac{125}{360} \right) = \frac{535}{6} = \$89,17$$

- (b) La solución siguiente se basa en el hecho que el interés simple ordinario sobre C , al 6%, durante 60 días es $\$(0,01)C$. En consecuencia, sobre \$4280 tenemos que

el interés simple al 6% durante 60 días es \$42,80,

el interés simple al 6% durante 120 días es $2(42,80) = \$85,60$,

el interés simple al 6% durante 5 días es $\frac{1}{12}(42,80) = \$3,57$, y

el interés simple al 6% durante 125 días es $85,60 + 3,57 = \$89,17$.

10. Determinar, de acuerdo con el sistema bancario, el interés simple sobre \$3575 al $4\frac{1}{2}\%$ durante 80 días.

Damos 2 soluciones:

$$(a) I = Cit = 3575(0,0475) \frac{80}{360} = \frac{2717}{72} = \$37,74$$

- (b) El interés al 6% durante 60 días es 35,75.

El interés al 6% durante 80 días es $\frac{4}{3}(35,75) = \$47,667$.

El interés al 4% durante 80 días es $\frac{2}{3}(47,667) = \$31,778$.

El interés al $\frac{3}{2}\%$ durante 80 días es $\frac{1}{8}(47,667) = \$5,958$.

Por tanto, el interés al $4\frac{1}{2}\%$ durante 80 días es $31,778 + 5,958 = \$37,74$.

Nota. Las soluciones (b) de los problemas 10 y 11 son métodos abreviados que se utilizan con frecuencia. El lector debe decidir por sí mismo sobre su aplicación.

11. Demostrar que el interés simple exacto es igual al interés simple ordinario disminuido $1/73$ de sí mismo.

Designemos con I_e el interés exacto y con I_o el interés ordinario. Si d es el número de días en los que se producen intereses, tenemos que

$$I_e = \frac{Cid}{365} \quad \text{e} \quad I_o = \frac{Cid}{360}$$

$$\text{Por tanto, } \frac{I_e}{I_o} = \frac{Cid}{365} \cdot \frac{360}{Cid} = \frac{72}{73}, \quad \text{de donde, } I_e = \frac{72}{73} I_o = \left(1 - \frac{1}{73}\right) I_o = I_o - \frac{1}{73} I_o$$

que es lo que se quería demostrar.

12. Determinar para cada uno de los siguientes pagarés la fecha de vencimiento y el valor al vencimiento.

| | Suma nominal | Fecha | Plazo | Tasa de interés |
|-----|--------------|--------------|----------|-----------------|
| (a) | \$2500 | 1o. de marzo | 4 meses | 6% |
| (b) | \$3000 | 15 de junio | 150 días | 4% |

- (a) La fecha de vencimiento es la que corresponde al cuarto mes después del 1o. de marzo, es decir, el 1o. de julio; el valor al vencimiento es

$$S = C(1 + it) = 2500 [1 + (0,06)(1/3)] = \$2550$$

- (b) La fecha de vencimiento es, de acuerdo con la tabla III, el 12 de noviembre ($166 + 150 = 316$): el valor al vencimiento es

$$S = C(1 + it) = 3000 [1 + (0,04)(5/12)] = 1000(3,05) = \$3050$$

13. ¿Qué suma debe ser invertida al 5% para tener \$1000 después de 8 meses?

Necesitamos encontrar el valor presente de \$1000 al 5%, con vencimiento en 8 meses.

$S = 1000$; $i = 0,05$; $t = 2/3$; de la relación $S = C(1 + it)$, tenemos que

$$C = \frac{S}{1 + it} = \frac{1000}{1 + (0,05)(2/3)} = \frac{3000}{3,1} = \$967,74$$

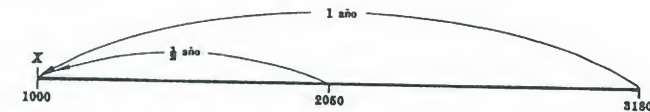
14. Un pagaré a 10 meses por \$3000, al 6%, es suscrito el día de hoy. Determinar su valor dentro de 4 meses, suponiendo un rendimiento de 5%.

El valor al vencimiento del pagaré es $3000 [1 + (0,06)(5/6)] = \3150 . Necesitamos determinar el valor presente de \$3150 con vencimiento en $10 - 4 = 6$ meses al 5%. Aplicando $S = C(1 + it)$, tenemos que

$$C = \frac{S}{1 + it} = \frac{3150}{1 + (0,05)(\frac{1}{2})} = \frac{6300}{2,05} = \$3073,17$$

15. Determinar el valor de las siguientes obligaciones, el día de hoy, suponiendo una tasa de 4% de interés simple: \$1000 con vencimiento el día de hoy, \$2000 con vencimiento en 6 meses con interés del 5% y \$3000 con vencimiento en un año con intereses al 6%. Utilizar el día de hoy como fecha focal.

Designemos con X el valor requerido. X será la suma de los valores presentes al 4%, de las tres obligaciones: \$1000 con vencimiento el día de hoy; $2000 [1 + (0,05)(\frac{1}{2})] = \2050 con vencimiento en 6 meses, y $3000 [1 + (0,06)(1)] = \$3180$ con vencimiento en un año.



O sea que

$$\begin{aligned} X &= 1000 + \frac{2050}{1 + (0,04)(\frac{1}{2})} + \frac{3180}{1 + (0,04)(1)} \\ &= 1000 + 2009,80 + 3057,69 = \$6067,49 \end{aligned}$$

16. Resolver el problema 15, considerando que la fecha focal está un año después.



Tenemos que

$$\begin{aligned} X(1,04) &= 1000(1,04) + 2050[1 + (0,04)(\frac{1}{2})] + 3180 \\ &= 1040 + 2091 + 3180 = \$6311 \end{aligned}$$

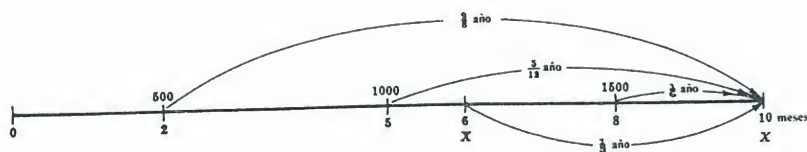
y

$$X = \frac{6311}{1,04} = \$6068,27$$

Obsérvese que el valor de X varía dependiendo de la fecha focal escogida.

17. X debe \$500 con vencimiento en dos meses, \$1000 con vencimiento en 5 meses y \$1500 con vencimiento en 8 meses. Se desea saldar las deudas mediante dos pagos iguales, uno con vencimiento en 6 meses y otro con vencimiento en 10 meses. Determinar el importe de dichos pagos suponiendo un interés de 6%, tomando como fecha focal la fecha al final de 10 meses.

Designemos con X a cada uno de los pagos iguales. De la línea de tiempo tenemos



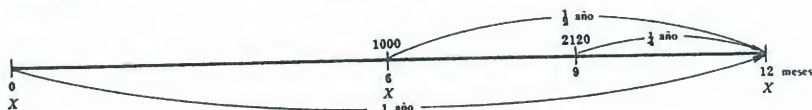
$$X[1 + (0,06)(\frac{8}{12})] + X = 500[1 + (0,06)(\frac{5}{12})] + 1000[1 + (0,06)(\frac{5}{12})] + 1500[1 + (0,06)(\frac{2}{12})]$$

$$1,02X + X = 500(1,04) + 1000(1,025) + 1500(1,01)$$

$$2,02X = 3060 \quad y \quad X = \frac{3060}{2,02} = \$1514,85$$

18. X debe a Y \$1000 pagaderos dentro de 6 meses, sin intereses, y \$2000 con intereses de 4% por $1\frac{1}{2}$ años, con vencimiento dentro de 9 meses. Y está de acuerdo en recibir 3 pagos iguales, uno inmediato, otro dentro de 6 meses y el tercero dentro de un año. Determinar el importe de cada pago utilizando como fecha focal la fecha dentro de 1 año, suponiendo que Y espera un rendimiento de 5% en la operación.

Designemos con X cada uno de los pagos iguales. Con la ayuda de una línea de tiempo tenemos que



$$X(1,05) + X(1,025) + X = 1000(1,025) + 2120(1,0125)$$

$$3,075X = 1025,00 + 2146,50 = 3171,50$$

$$X = \frac{3171,50}{3,075} = \$1031,38$$

Problemas propuestos

19. Determinar el monto y el interés simple de
 (a) \$750 durante 9 meses al $5\frac{1}{2}\%$.
 (b) \$1800 durante 10 meses al $4\frac{1}{2}\%$.
 Resp. (a) \$30,94, \$780,94; (b) \$67,50, \$1867,50; (c) \$15, \$615; (d) \$11,25, \$911,25
20. Hallar la tasa de interés simple sabiendo que el monto de \$1650 es: (a) \$1677,50 en 4 meses, (b) \$1705 en 10 meses.
 Resp. (a) 5%, (b) 4%
21. ¿Qué capital produce en 8 meses, (a) \$48 al 6%?, (b) \$50 al 5%?
 Resp. (a) \$1200, (b) \$1500
22. ¿En qué tiempo un capital de \$3000, (a) produce \$90 al 4% de interés simple?, (b) alcanza un monto de \$3100 al 5% de interés simple?
 Resp. (a) 9 meses, (b) 8 meses
23. Hallar el interés simple ordinario y exacto de
 (a) \$900 durante 120 días al 5%.
 (b) \$1200 durante 100 días al 6%.
 (c) \$1600 durante 72 días al 4%.

- (d) \$3000 durante 146 días al 3%.
 (e) \$1000, del 6 de agosto de 1960 al 14 de diciembre de 1969, al 4%.
 (f) \$1750, del 10 de junio de 1968 al 7 de noviembre de 1968, al 5%.
 (g) \$2500, del 21 de enero de 1968 al 13 de agosto de 1968, al $4\frac{1}{4}\%$.
 (h) \$2000, del 18 de octubre de 1961 al 6 de febrero de 1971, al $5\frac{1}{4}\%$.
 Resp. (a) \$15, \$14,79 (c) \$12,80, \$12,62 (e) \$14,44, \$14,25 (g) \$64,06, \$63,18
 (b) \$20, \$19,73 (d) \$36,50, \$36,00 (f) \$36,46, \$35,96 (h) \$32,38, \$31,93

24. Determinar la fecha de vencimiento y el valor al vencimiento de cada uno de los siguientes pagarés

| | Valor nominal | Fecha | Plazo | Tasa de interés |
|-----|---------------|-------------|----------|------------------|
| (a) | \$2000 | 25 de abril | 3 meses | $5\frac{1}{2}\%$ |
| (b) | \$3000 | 5 de marzo | 8 meses | 5% |
| (c) | \$1250 | 10 de junio | 4 meses | 6% |
| (d) | \$2500 | 10 de enero | 7 meses | 4% |
| (e) | \$1600 | 10 de feb. | 120 días | 7% |
| (f) | \$3200 | 28 de nov. | 45 días | 8% |
| (g) | \$1500 | 15 de ago. | 60 días | 6% |
| (h) | \$2750 | 5 de julio | 135 días | |

- Resp. (a) 25 de julio, \$2000 (d) 10 de agosto, \$2587,50 (g) 14 de octubre, \$1520,00
 (b) 5 de noviembre, \$3110 (e) 10 de junio, \$1621,33 (h) 17 de noviembre, \$2811,88
 (c) 10 de octubre, \$1270,83 (f) 12 de enero, \$3228,00

25. Determinar el valor de un préstamo de \$2500 con vencimiento dentro de 9 meses, (a) el día de hoy, (b) dentro de 3 meses, (c) dentro de 7 meses, (d) dentro de un año; suponiendo un rendimiento del 6%.
 Resp. (a) \$2392,34, (b) \$2427,18, (c) \$2475,25, (d) \$2537,50
26. X obtiene de Y un préstamo de \$1200 a dos años, con intereses al 6%. ¿Qué cantidad tendría que aceptar Y como liquidación del préstamo 15 meses después de efectuado suponiendo que desea un rendimiento del 5%?
 Resp. \$1295,42
27. El señor Pérez debe \$450 con vencimiento dentro de 4 meses y \$600 con vencimiento dentro de 6 meses. Si desea saldar las deudas mediante un pago único inmediato, ¿cuál será el importe de dicho pago suponiendo un rendimiento del 5%? Utilizar como fecha focal el día de hoy.
 Resp. \$1027,99
28. En el problema 27, ¿cuál deberá ser el pago único a partir de hoy, (a) después de 3 meses?, (b) después de 5 meses?, (c) después de 9 meses, para saldar ambas deudas? Utilizar como fecha focal de cada caso la fecha del pago único.
 Resp. (a) \$1040,72, (b) \$1049,39, (c) \$1066,88
29. ¿Qué oferta es más conveniente para el comprador de una casa: \$4000 iniciales y \$6000 después de 6 meses o \$6000 iniciales y \$4000 después de un año? Supóngase un interés del 6% y compárese en la fecha de la compra, el valor de cada oferta.
30. Una persona debe \$2000, para pagar en un año con intereses al 6%. Conviene pagar \$500 al final de 6 meses. ¿Qué cantidad tendrá que pagar al final de 1 año para liquidar el resto de la deuda suponiendo un rendimiento del 6%? Tomar como fecha focal la fecha después de un año.
 Resp. \$1605
31. Una persona debe \$2000 con vencimiento en 2 meses, \$1000 con vencimiento en 5 meses y \$1800 con vencimiento en 9 meses. Desea liquidar sus deudas mediante dos pagos iguales con vencimiento en 6 meses y 12 meses respectivamente. Determinar el importe de cada pago suponiendo un rendimiento del 6% y tomando como fecha focal la fecha un año después.
 Resp. \$2444,33
32. Una persona debe \$500 con vencimiento en 3 meses e intereses al 5% y \$1500 con vencimiento en 9 meses al 4%. ¿Cuál será el importe del pago único que tendrá que hacerse dentro de 6 meses para liquidar las deudas suponiendo un rendimiento del 6%? Tomar como fecha focal la fecha, (a) al final de 6 meses, y (b) al final de 9 meses.
 Resp. (a) \$2036,01, (b) \$2035,90
33. El señor Jiménez adquiere un terreno de \$5000 mediante un pago de contado de \$500. Conviene en pagar el 6% de interés sobre el resto. Si paga \$2000 tres meses después de la compra y \$1500 seis meses más tarde, ¿cuál será el importe del pago que tendrá que hacer 1 año después para liquidar totalmente el saldo? Tomar como fecha focal la fecha al final de 1 año.
 Resp. \$1157,50

Capítulo 5

Descuento simple

DESCUENTO SIMPLE A UNA TASA DE INTERÉS. El valor presente C de una cantidad S con vencimiento en una fecha posterior, tal como se definió en el capítulo 4, puede ser interpretado como el *valor descontado* de S . A la diferencia $D_r = S - C$ se le conoce como *descuento simple* de S a una tasa de interés o sea el *descuento racional* sobre S .

Ejemplo 1.

Determinar el valor presente, al 6% de interés simple, de \$1500 con vencimiento en 9 meses. ¿Cuál es el descuento racional?

En este caso, $S = 1500$, $i = 0,06$, $t = 3/4$; de la relación $S = C(1 + it)$, tenemos que

$$C = \frac{S}{1 + it} = \frac{1500}{1 + (0,06)(3/4)} = \frac{1500}{1,045} = \$1435,41 \text{ es el valor presente}$$

y $D_r = S - C = 1500 - 1435,41 = \$64,59$ es el descuento racional.

Véanse los problemas 1-2.

Nota. Para una tasa de interés dada, a la diferencia $S - C$ se le ha dado, hasta ahora, dos interpretaciones: (i) es el *interés* I que al sumarse a C produce S ; (ii) es el *descuento racional* D_r que al restarse de S produce C .

DESCUENTO SIMPLE A UNA TASA DE DESCUENTO. La *tasa de descuento* se define como la razón del descuento dado en la unidad de tiempo (en este caso un año) al capital sobre el cual está dado el descuento. La tasa de descuento anual se expresa como un porcentaje.

El *descuento simple* D (conocido también como *descuento bancario*) sobre una cantidad S por t años a la *tasa de descuento* d , está dado por

$$D = Sdt \quad (1)$$

y el *valor presente* de S está dado por

$$C = S - D = S - Sdt = S(1 - dt) \quad (2)$$

Ejemplo 2.

Hallar el descuento simple sobre una deuda de \$1500 con vencimiento en 9 meses a una tasa de descuento de 6%. ¿Cuál es el valor presente de la deuda?

Tenemos que $S = 1500$, $d = 0,06$, $t = 3/4$; por tanto,

$$D = Sdt = 1500(0,06)(3/4) = \$67,50 = \text{descuento simple}$$

y

$$C = S - D = 1500 - 67,50 = \$1432,50 = \text{valor presente}$$

Comparando los ejemplos 1 y 2, vemos que cuando el descuento está involucrado, el uso de la tasa de descuento en lugar de la tasa de interés, simplifica los cálculos. Por esta razón, el descuento racional rara vez se utiliza. Al descuento bancario se le conoce frecuentemente como *interés por adelantado*.

Véanse los problemas 3-7.

DESCUENTO DE PAGARES. Un pagaré puede ser vendido una o más veces antes de la fecha de vencimiento. Cada comprador descuenta el valor del documento al vencimiento desde la fecha de la venta hasta la fecha de vencimiento a su tasa de descuento fijada.

Ejemplo 3.

¿Cuál es el importe de la venta del siguiente pagaré, al señor Tomás Martínez, 5 meses antes del vencimiento, a la tasa de descuento de 8%?

Caracas, Enero 1, 1971

Ocho meses después de la fecha el suscrito promete pagar

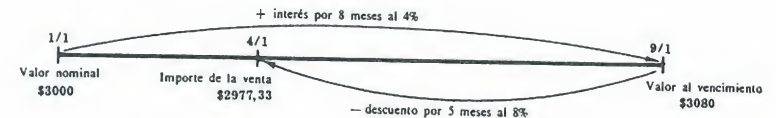
a la orden de Juan Pérez

Tres mil 100 pesos

Valor recibido con interés al 4 por ciento.

Jaime P. García

Un diagrama de tiempo será de utilidad



(i) Interés sobre \$3000 al 4% durante 8 meses = $3000(0,04)(2/3) = \$80$.

Valor al vencimiento = $3000 + 80 = \$3080$.

(ii) El período de descuento es 5 meses.

Descuento sobre \$3080 al 8%, por 5 meses = $3080(0,08)(5/12) = \$102,67$.

Importe de la venta = $3080 - 102,67 = 2977,33$.

Tomás Martínez le paga a Pérez \$2977,33 y obtiene la posesión del documento. Si Martínez lo conserva hasta el vencimiento (1o. de septiembre) recibirá de Jaime P. García el valor al vencimiento, o sea \$3080.

Véanse los problemas 8-10.

Problemas resueltos

1. ¿Cuál es el valor actual de una serie de bonos que totalizan \$1200 y cuyo vencimiento es dentro de un mes, suponiendo una tasa de interés de 6%? ¿Cuál es el descuento racional?

En este caso, $S = 1200$, $i = 0,06$, $t = 1/12$; de la relación $S = C(1 + it)$ tenemos que

$$C = \frac{S}{1 + it} = \frac{1200}{1 + (0,06)(1/12)} = \frac{1200}{1,005} = \$1194,03, \text{ es el valor actual}$$

El descuento racional es $S - C = 1200 - 1194,03 = \$5,97$.

2. Determinar el valor al 1o. de mayo de un pagaré, sin intereses, de \$1500 pagaderos el 15 de junio, suponiendo una tasa de interés simple de 5%. ¿Cuál es el descuento racional?

En este caso, $S = 1500$, $i = 0,05$, $t = 45/360 = 1/8$; de donde

$$C = \frac{S}{1 + it} = \frac{1500}{1 + (0,05)(1/8)} = \frac{12.000}{8,05} = \$1490,68, \text{ valor al 1o. de mayo}$$

El descuento racional es $S - C = 1500 - 1490,68 = \$9,32$.

3. Hallar el valor actual, al 5% de descuento simple de

- (a) \$1000 con vencimiento en 1 año.
 (b) \$1200 con vencimiento en $\frac{1}{2}$ año.
 (c) \$800 con vencimiento en 3 meses.

(a) $S = 1000$, $d = 0,05$, $t = 1$; por tanto,

$$D = Sdt = 1000(0,05)(1) = \$50 \quad y \quad C = S - D = 1000 - 50 = \$950$$

(b) $S = 1200$, $d = 0,05$, $t = \frac{1}{2}$; por tanto,

$$D = Sdt = 1200(0,05)(\frac{1}{2}) = \$30 \quad y \quad C = S - D = 1200 - 30 = \$1170$$

(c) $D = 800(0,05)(\frac{1}{4}) = \10 y $C = \$790$.

4. Un banco carga el 6% de intereses por adelantado (6% de descuento simple). Si X firma un documento por \$2000 a 5 meses, ¿qué cantidad recibirá del banco?

$S = 2000$, $d = 0,06$, $t = 5/12$; por lo cual

$$C = S(1 - dt) = 2000[1 - (0,06)(5/12)] = 2000(0,975) = \$1950$$

5. ¿Qué tasa de interés simple paga X, en el problema 4?

X paga \$50 pesos de intereses por el uso de \$1950 durante 5 meses.

De la relación $I = Cit$ tenemos que $i = \frac{I}{Ct} = \frac{50}{(1950)(5/12)} = 0,06154$ o sea 6,15% aproximadamente.

6. Determinar el valor del documento a 5 meses que X debe firmar con el objeto de recibir \$2000 del banco, del problema 4.

$C = 2000$, $d = 0,06$, $t = 5/12$; de la relación $C = S(1 - dt)$,

$$S = \frac{C}{1 - dt} = \frac{2000}{1 - (0,06)(5/12)} = \frac{2000}{0,975} = \$2051,28$$

7. ¿Cuál es la tasa de interés i equivalente a una tasa de descuento de, (a) 5% por dos meses?, (b) 5% por 9 meses?

Tomar $S = 1$.

(a) Al 5% de descuento simple, $C = S(1 - dt) = 1 - 0,05(1/6) = \frac{5,95}{6}$.

A la tasa de interés simple i , $C = \frac{S}{1 + it} = \frac{1}{1 + i/6} = \frac{6}{6 + i}$.

Por tanto, $\frac{5,95}{6} = \frac{6}{6 + i}$, $5,95i = 36 - 35,70 = 0,3$, e $i = 5,04\%$.

(b) Como en (a), tenemos que $C = 1 - 0,05(3/4) = \frac{3,85}{4}$ y $C = \frac{1}{1 + 3i/4} = \frac{4}{4 + 3i}$.

Por tanto, $\frac{3,85}{4} = \frac{4}{4 + 3i}$, $11,55i = 16 - 15,40 = 0,6$, e $i = 5,19\%$.

8. Un pagaré de \$1000 a tres meses, sin intereses, firmado el 5 de mayo fue descontado el 26 de junio al 6%. Determinar el valor de la transacción.

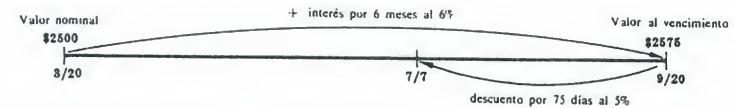


La fecha de vencimiento es el 5 de agosto y el valor al vencimiento es \$1000.

El periodo del descuento es 40 días (del 26 de junio al 5 de agosto).

El descuento es $1000(0,06)(40/360) = \$6,67$, y el valor de la transacción = $1000 - 6,67 = \$993,33$.

9. Un documento por \$2500 a 6 meses, con intereses al 6%, fechado el 20 de marzo, fue descontado el 7 de julio al 5%. Hallar el importe de la operación.

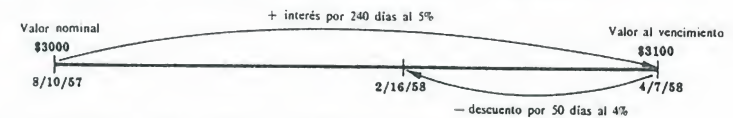


Valor al vencimiento = $2500 + 2500(0,06)(1/2) = \2575 .

Periodo de descuento (del 7 de julio al 20 de septiembre) = 75 días.

Importe de la operación = $2575 - 2575(0,05)(75/360) = \$2548,18$.

10. Un documento por \$3000 a 240 días con intereses al 5%, fechado el 10 de agosto de 1967 fue descontado el 16 de febrero de 1968 al 4%. Hallar el importe de la operación.



Valor al vencimiento = $3000 + 3000(0,05)(240/360) = \3100 .

Importe de la operación = $3100 - 3100(0,04)(50/360) = \$3082,78$.

Problemas propuestos

11. Una hipoteca tiene un valor de \$1200 al vencimiento. Determinar su valor 5 meses antes del vencimiento, suponiendo un rendimiento de $4\frac{1}{2}\%$ de interés simple. ¿Cuál es el descuento racional? Resp. \$1177,91; \$22,09
12. X recibirá un dividendo de \$750 el 14 de junio. ¿Cuál es su valor el 30 de abril suponiendo un rendimiento de 5% de interés simple? ¿Cuál es el descuento racional? Resp. \$745,34; \$4,66
13. Un documento por \$600 establece 5% de interés simple por 120 días. Si B descuenta el documento 30 días antes del vencimiento para obtener 4% de interés simple, ¿cuál es el descuento? Resp. \$2,03
14. Determinar el descuento simple sobre
- (a) \$3500 por 60 días al 4% de descuento simple.
 - (b) \$5000 por 90 días al $3\frac{1}{2}\%$ de descuento simple.
 - (c) \$1200 por 4 meses al 5% de descuento simple.
 - (d) \$2500 del 5 de marzo al 10 de abril, al 6% de descuento simple.
 - (e) \$4000 del 10 de octubre al 13 de noviembre al $5\frac{1}{2}\%$ de descuento simple.
 - (f) \$3000 del 15 de septiembre al 30 de octubre al $4\frac{1}{2}\%$ de descuento simple.
- Resp. (a) \$23,33, (b) \$43,75, (c) \$20, (d) \$15, (e) \$20,78, (f) \$16,88
15. Un banco carga el 6% de interés simple por adelantado (o sea, 6% de descuento simple), en préstamos a corto plazo. Determinar la cantidad recibida por una persona que solicita:
- (a) \$1500 por 60 días.
 - (b) \$1750 por 6 meses.
 - (c) \$2000 por 8 meses.
 - (d) \$1000 del 10 de marzo al 20 de abril.
 - (e) \$2550 del 5 de mayo al 16 de julio.
 - (f) \$3000 del 10 de junio al 18 de noviembre.
- Resp. (a) \$1485, (b) \$1697,50, (c) \$1920, (d) \$991,67, (e) \$2519,40, (f) \$2915

16. ¿Qué tasa de interés simple pagó el prestatario en cada uno de los préstamos del problema 15?
 Resp. (a) 6,06%, (b) 6,19%, (c) 6,1%, (d) 6,05%, (e) 6,07%, (f) 6,17%
17. Un banco carga el 5% de descuento simple en préstamos a corto plazo. Determinar el valor del documento, sin intereses, dado al banco si el prestatario recibe
 (a) \$2500 por 60 días. (d) \$1500 del 20 de septiembre al 4 de noviembre.
 (b) \$1250 por 3 meses. (e) \$2000 del 21 de junio al 10 de septiembre.
 (c) \$1750 por 5 meses. (f) \$3000 del 11 de junio al 18 de noviembre.
 Resp. (a) \$2521,01, (b) \$1265,82, (c) \$1787,23, (d) \$1509,43, (e) \$2020,20, (f) \$3068,18
18. El Banco Central descuenta al 5% un documento sin intereses de \$5000 con vencimiento en 60 días. El mismo día, el documento es vuelto a descontar por el Banco del Ahorro al 4%, pero utilizándose un año de 365 días en el cálculo. Determinar la utilidad obtenida por el Banco Central en la operación. Resp. \$8,79
19. Determinar el importe de la operación en la fecha de descuento de cada uno de los siguientes documentos.
- | | Valor nominal | Fecha | Plazo | Tasa de interés | Fecha del descuento | Tasa de descuento |
|-----|---------------|-----------------|----------|-----------------|---------------------|-------------------|
| (a) | \$2000 | 19 de abril | 3 meses | — | 30 de mayo | 6% |
| (b) | \$3500 | 5 de junio | 4 meses | — | 21 de agosto | 5% |
| (c) | \$1000 | 10 de julio | 75 días | — | 25 de julio | 5½% |
| (d) | \$4500 | 15 de marzo | 90 días | — | 26 de mayo | 8% |
| (e) | \$3000 | 12 de enero | 6 meses | 4% | 28 de abril | 5% |
| (f) | \$800 | 9 de febrero | 45 días | 5% | 10 de marzo | 6½% |
| (g) | \$1200 | 10 de noviembre | 4 meses | 6% | 4 de febrero | 5% |
| (h) | \$2700 | 10 de noviembre | 120 días | 6% | 24 de enero | 5% |
| (i) | \$2500 | 30 de marzo | 90 días | 7% | 14 de mayo | 8% |
| (j) | \$3000 | 10 de junio | 5 meses | 4½% | 10 de septiembre | 4% |
- Resp. (a) \$1983,33 (c) \$990,83 (e) \$3028,12 (g) \$1219,75 (i) \$2518,31
 (b) \$3478,12 (d) \$4482 (f) \$801,37 (h) \$2740,23 (j) \$3032,48
20. Determinar, en el problema 19, la tasa de interés simple que gana el comprador si conserva los documentos hasta su vencimiento.
 Resp. (a) 6,05% (c) 5,55% (e) 5,05% (g) 5,02% (i) 8,08%
 (b) 5,03% (d) 8,03% (f) 6,53% (h) 5,03% (j) 4,03%
21. Aplicando la ecuación (2), demostrar que el interés simple que gana C en t años, es $\frac{C}{1-dt} - C = \frac{C dt}{1-dt}$ y que la tasa anual de interés simple es

$$i = \frac{d}{1-dt} \quad (3)$$

22. Resolver la ecuación (3) del problema 21 para obtener

$$d = \frac{i}{1+it} \quad (4)$$

como la tasa de descuento simple correspondiente a la tasa de interés simple i .

23. Un banco desea ganar el 6% de interés simple por el descuento de documentos. ¿Qué tasa de descuento debe utilizar si el período del descuento es (a) 2 meses?, (b) 90 días?, (c) 6 meses?, (d) 240 días?
 Resp. (a) 5,94%, (b) 5,91%, (c) 5,83%, (d) 5,77%

Capítulo 6

Pagos parciales

LAS OBLIGACIONES FINANCIERAS en ocasiones son cumplidas mediante una serie de pagos parciales, dentro del período de la obligación, en lugar de un pago único en la fecha de vencimiento. Surge el problema de encontrar la cantidad por liquidar en la fecha de vencimiento cuando se han hecho una serie de pagos parciales. Utilizaremos dos métodos para solucionar el problema, la *regla comercial* y la *regla de los Estados Unidos*, (traducido del original *Merchant's Rule* y *United States Rule*).

Regla comercial

Con esta regla, el interés se calcula sobre la deuda original y sobre cada pago parcial a la fecha de vencimiento. La cantidad por liquidar en la fecha de vencimiento es la diferencia entre el monto de la deuda y la suma de los pagos parciales. Esta clase de problemas pueden ser resueltos mediante una ecuación de valor (véase el capítulo 4) haciendo que la fecha de vencimiento sea la fecha focal.

Ejemplo 1.

Una deuda de \$2000 con intereses de 5% vence en 1 año. El deudor paga \$600 en 5 meses y \$800 en 9 meses. Hallar el saldo de la deuda en la fecha de vencimiento.

Primera solución.

Se determina el interés simple sobre la deuda original de \$2000 por 1 año, sobre el primer pago parcial (\$600) por $12 - 5 = 7$ meses y sobre el segundo pago parcial (\$800) por $12 - 9 = 3$ meses.

| | | | |
|---|---------------------------|-----------------------------|---------|
| Deuda original | 2000 | Primer pago parcial | 600,00 |
| Interés por 1 año | 100 | Interés por 7 meses | 17,50 |
| Monto | 2100 | Segundo pago parcial | 800,00 |
| | | Interés por tres meses | 10,00 |
| Saldo de la deuda en la fecha de vencimiento: | | Suma de los pagos parciales | 1427,50 |
| | 2100 - 1427,50 = \$672,50 | | |

Segunda solución.

Escribiendo una ecuación de valor tomando como fecha focal el final de un año, tenemos



$$X + 600[1 + (0,05)(\frac{7}{12})] + 800[1 + (0,05)(\frac{3}{12})] = 2000[1 + (0,05)(1)]$$

$$X + 617,50 + 810,00 = 2100 \quad \text{y} \quad X = \$672,50$$

Regla de los Estados Unidos

Con esta regla, el interés se calcula sobre el saldo no pagado (o insoluto) de la deuda cada vez que se efectúa un pago parcial. Si el pago es mayor que el interés vencido, la diferencia se aplica en reducir la deuda. Si el pago es menor que el interés vencido, el pago se lleva *sin interés* hasta que se hagan otros pagos parciales cuyo monto exceda el interés vencido a la fecha del último de dichos pagos parciales.

Ejemplo 2.

Resolver el ejemplo 1, aplicando la regla de los Estados Unidos.

| | |
|----------------------------------|---------|
| Deuda original | 2000,00 |
| Interés por 5 meses | 41,67 |
| Suma vencida en 5 meses | 2041,67 |
| Primer pago parcial | 600,00 |
| Saldo debido después de 5 meses | 1441,67 |
| Interés por 4 meses | 24,03 |
| Suma vencida en 9 meses | 1465,70 |
| Segundo pago parcial | 800,00 |
| Saldo debido después de 9 meses | 665,70 |
| Interés por 3 meses | 8,32 |
| Saldo en la fecha de vencimiento | 674,02 |

En este caso, cada pago parcial excede el interés vencido en la fecha del pago parcial.

Véase, además, el problema 1.

EN COMPRAS A PLAZOS, el comprador hace un pago inicial por los objetos comprados y se compromete hacer un número determinado de pagos parciales semanales o mensuales.

Ejemplo 3.

Un piano con valor de \$600 es vendido mediante un pago inicial de \$100 y 10 abonos mensuales de \$50, más intereses de 6% sobre el saldo insoluto. Después del pago inicial, el saldo insoluto es $600 - 100 = \$500$. El primer pago mensual es $50 + 500(0,06)(1/12) = \$52,50$. El saldo insoluto es ahora de $500 - 50 = \$450$ y el segundo pago mensual es $50 + 450(0,06)(1/12) = \$52,25$. Obsérvese que el interés cargado decrece en \$0,25 cada mes. (¿Por qué?) El tercer pago mensual es \$52 y el último (el décimo) es $50 + 50(0,06)(1/12) = \$50,25$.

La suma total pagada por el comprador es

$$\begin{aligned} S &= 100 + (52,50 + 52,25 + \dots + 50,25) \\ &= 100 + \frac{10}{2}(52,50 + 50,25) = 100 + 513,75 = \$613,75, \end{aligned}$$

siendo la suma dentro del paréntesis la suma de una progresión aritmética de 10 términos. En consecuencia, el comprador paga $613,75 - 600 = \$13,75$ por el privilegio de no pagar de contado en la fecha de la compra. Está claro que el cargo por intereses es a la tasa del 6%.

Frecuentemente, el cargo adicional por el privilegio de no pagar el importe total el día de la compra, se le suma al saldo insoluto en ese día y esta cantidad es pagada mediante una serie de pagos semanales o mensuales iguales.

Ejemplo 4.

Un radio se vende en \$63 de contado o mediante un pago inicial de \$8 y 12 pagos semanales de \$5 cada uno. En este caso, el saldo insoluto el día de la compra es $63 - 8 = \$55$ y el cargo por pago en abonos es $(12 \times 5) = \$60$.

Aunque el cargo por pago en abonos incluye ciertos costos, tales como la contabilidad y la investigación del crédito, es costumbre considerar dicho cargo como un cargo por intereses. El problema de determinar la tasa de interés cargada en una transacción del tipo mencionado pertenece a un capítulo posterior (véase el capítulo 10). En este capítulo, daremos algunas fórmulas simples que son utilizadas para aproximar las tasas. Para este objeto,

- n = el número de pagos excluyendo el pago inicial
- m = el número de pagos en un año
- i = tasa de interés anual
- R = el pago periódico
- B = el saldo debido = valor de contado — cuota inicial
- $I = Rn - B$ = cargo por pago en abonos = cargo por intereses.

Fórmula residual o comercial

Suponiendo que los pagos parciales R se utilizan en primer lugar para el pago del saldo insoluto B y, además, para el pago del cargo por intereses I , determinamos (véase el problema 7) la tasa de interés como

$$i = \frac{2mI}{B(n+1) - I(n-1)} \quad (1)$$

Se demostrará en el problema 10 que (1) involucra el mismo principio de la regla comercial discutida anteriormente.

Ejemplo 5.

El precio de un televisor es \$349,95 de contado. Puede ser pagado con \$49,95 iniciales y 10 mensualidades de \$35 cada una. Mediante el uso de la fórmula comercial, hallar la tasa de interés cargada.

En este caso, $n = 10$, $m = 12$, $R = 35$, $B = 349,95 - 49,95 = 300$, $I = Rn - B = 35(10) - 300 = 50$. Por tanto,

$$i = \frac{2(12)(50)}{300(11) - 50(9)} = \frac{8}{19} = 0,421 \text{ o sea } 42,1\%$$

Fórmula de razón constante

Bajo la suposición de que cada pago R se utiliza para el pago de parte del saldo insoluto y para el pago de intereses, en la misma razón del saldo insoluto original B al cargo por interés I , encontramos (véase el problema 8) que la tasa de interés es

$$i = \frac{2mI}{B(n+1)} \quad (2)$$

Ejemplo 6.

Resolver el ejemplo 5, aplicando la fórmula de razón constante.

$$i = \frac{2(12)(50)}{300(11)} = \frac{4}{11} = 0,364 \text{ o sea } 36,4\%$$

Fórmula de serie de pagos

Con la suposición de que la suma de los valores presentes en la fecha de la compra, de la secuencia de pagos R a la tasa de *descuento simple* $d\%$, es el saldo insoluto B , tenemos que (véase el problema 9)

$$d = \frac{2mI}{Rn(n+1)} \quad (3)$$

Ejemplo 7.

Resolver el ejemplo 5 utilizando la fórmula de serie de pagos

$$d = \frac{2(12)(50)}{35(10)(11)} = \frac{24}{77} = 0,312 \text{ o sea } 31,2\%$$

Fórmula de razón directa

Una fórmula más precisa

$$i = \frac{6mI}{3B(n+1) + I(n-1)} \quad (4)$$

es debida a H. E. Stelson (véase "The American Mathematical Monthly", vol. 56, pág. 257-261).

Ejemplo 8.

Resolver el ejemplo 5 aplicando la fórmula de razón directa.

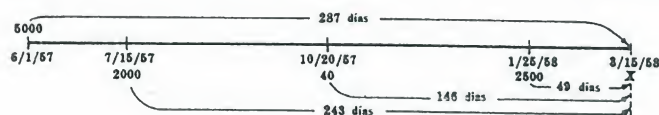
$$i = \frac{6(12)(50)}{3(300)(11) + 50(9)} = \frac{8}{23} = 0,348 \text{ o sea } 34,8\%$$

Véanse los problemas 2-6.

Problemas resueltos

1. El 1o. de junio de 1969 M pidió un préstamo de \$5000 al 6%. Pagó \$2000 el 15 de julio de 1969, \$40 el 20 de octubre de 1969 y \$2500 el 25 de enero de 1970. ¿Cuál es el saldo vencido el 15 de marzo de 1970 calculado mediante, (a) la regla comercial, y (b) la regla de los Estados Unidos?

(a) De una línea de tiempo, tomando como fecha focal el 15 de marzo de 1970 y como X el saldo requerido, tenemos:



$$X + 2500 \left[1 + 0,06 \left(\frac{49}{360} \right) \right] + 40 \left[1 + 0,06 \left(\frac{146}{360} \right) \right] + 2000 \left[1 + 0,06 \left(\frac{243}{360} \right) \right] = 5000 \left[1 + 0,06 \left(\frac{287}{360} \right) \right]$$

$$X + 2520,42 + 40,97 + 2081,00 = 5239,17 \quad y \quad X = \$596,78$$

| | | |
|-----|--|-----------|
| (b) | Deuda el 1o. de junio de 1969 | \$5000,00 |
| | Interés del 1o. de junio al 15 de julio (44 días) | 36,67 |
| | Cantidad vencida el 15 de julio de 1969 | 5036,67 |
| | Pago del 15 de julio de 1969 | 2000,00 |
| | Saldo insoluto el 15 de julio de 1969 | 3036,67 |
| | El interés del 15 de julio al 20 de octubre (97 días), es \$49,09. | |
| | Por ser el pago de \$40 menor que el cargo por interés se toma en cuenta hasta el siguiente pago, sin intereses. | |
| | Interés del 15 de julio de 1969 al 25 de enero de 1970 (194 días) | 98,19 |
| | Cantidad vencida el 25 de enero de 1970 | 3134,86 |
| | Pagos de \$40 y \$2500 | 2540,00 |
| | Saldo el 25 de enero de 1970 | 594,86 |
| | Interés del 25 de enero al 15 de marzo (49 días) | 4,86 |
| | Cantidad vencida el 15 de marzo de 1970 | \$ 599,72 |

2. Un automóvil usado se ofrece en \$600 de contado o \$100 iniciales y 9 mensualidades de \$60 cada una. Determinar, aproximadamente, la tasa de interés cargada mediante, (a) la fórmula comercial, (b) la fórmula de razón constante, y (c) la fórmula de razón directa.

Tenemos que $n = 9$, $m = 12$, $R = 60$, $B = 600 - 100 = 500$, $I = Rn - B = 60(9) - 500 = 40$.

$$(a) \quad i = \frac{2mI}{B(n+1) - I(n-1)} = \frac{2(12)(40)}{500(10) - 40(8)} = 0,205 \text{ o sea } 20,5\%$$

$$(b) \quad i = \frac{2mI}{B(n+1)} = \frac{2(12)(40)}{500(10)} = 0,192 \text{ o sea } 19,2\%$$

$$(c) \quad i = \frac{6mI}{3B(n+1) + I(n-1)} = \frac{6(12)(40)}{3(500)(10) + 40(8)} = 0,188 \text{ o sea } 18,8\%$$

3. Determinar la tasa aproximada de descuento simple cargada en el problema 2, aplicando la fórmula de serie de pagos.

$$d = \frac{2mI}{Rn(n+1)} = \frac{2(12)(40)}{60(9)(10)} = 0,178 \text{ o sea } 17,8\%$$

4. Un automóvil con precio de \$3085 es vendido con \$585 de cuota inicial. El saldo se pagará mediante una serie de pagos mensuales con intereses de 6% anual sobre el saldo inicial. Hallar el importe del pago mensual y de la tasa de interés cargada si en total se harán 18 pagos iguales aplicando, (a) la fórmula de razón constante, y (b) la fórmula de razón directa.

El cargo por intereses es simplemente el interés sobre el saldo insoluto inicial, al 6%, por 18 meses. Tenemos que $n = 18$, $m = 12$, $B = 3085 - 585 = 2500$, $I = 2500(0,06)(3/2) = 225$.

Utilizando $I = Rn - B$, el pago mensual es $R = \frac{B+I}{n} = \frac{2500+225}{18} = \$151,39$.

$$(a) \quad i = \frac{2mI}{B(n+1)} = \frac{2(12)(225)}{2500(19)} = 0,114 \text{ o sea } 11,4\%$$

$$(b) \quad i = \frac{6mI}{3B(n+1) + I(n-1)} = \frac{6(12)(225)}{3(2500)(19) + 225(17)} = 0,111 \text{ o sea } 11,1\%$$

5. Una tienda ofrece un motor eléctrico en \$34 de contado o \$5 iniciales y 10 pagos semanales de \$3. Hallar la tasa de interés cargada usando la fórmula de razón directa.

Tenemos que $n = 10$, $m = 52$, $R = 3$, $B = 34 - 5 = 29$, $I = Rn - B = 3(10) - 29 = 1$. Por tanto,

$$r = \frac{6mI}{3B(n+1) + I(n-1)} = \frac{6(52)(1)}{3(29)(11) + 1(9)} = 0,323 \text{ o sea } 32,3\%$$

6. Una empresa financiera carga el 2% mensual sobre préstamos de \$500 o menos. Usando la fórmula de razón directa, hallar la tasa de interés cargada sobre un préstamo de \$500, si éste será pagado mediante 24 pagos mensuales iguales.

En este caso $n = 24$, $m = 12$, $B = 500$, $I = 500(0,02)24 = 240$, por tanto,

$$i = \frac{6mI}{3B(n+1) + I(n-1)} = \frac{6(12)(240)}{3(500)(25) + 240(23)} = 0,402 \text{ o sea } 40,2\%$$

7. Deducir la fórmula comercial $i = \frac{2mI}{B(n+1) - I(n-1)}$.

Designemos con i la tasa de interés simple cargada y con m el número de abonos en un año. Con la suposición de que cada abono R se utiliza en primer lugar para pagar el saldo insoluto B y después para pagar el cargo por interés I , la secuencia de los saldos insolutos es

$$B, B - R, B - 2R, \dots, B - (n-1)R$$

Como el deudor utiliza cada uno de estos saldos por un intervalo de pago, esto es, por $1/m$ de año, el interés total cargado es

$$I = B(i)(1/m) + (B-R)(i)(1/m) + (B-2R)(i)(1/m) + \dots + (B-(n-1)R)(i)(1/m)$$

$$= \frac{i}{m} [B + (B-R) + (B-2R) + \dots + (B-(n-1)R)]$$

La expresión dentro de los paréntesis rectangulares es la suma de una progresión aritmética de n términos, por tanto

$$I = \frac{i}{m} \cdot \frac{n}{2} [B + B - (n-1)R] = \frac{i}{m} \cdot \frac{n}{2} [2B - (n-1)R]$$

$$i = \frac{2mI}{n[2B - (n-1)R]} = \frac{2mI}{2Bn - Rn^2 + Rn}$$

$$= \frac{2mI}{(Bn + B) - (Rn^2 - Bn - Rn + B)} = \frac{2mI}{B(n+1) - (Rn - B)(n-1)}$$

$$= \frac{2mI}{B(n+1) - I(n-1)}$$

8. Deducir la fórmula de razón constante $i = \frac{2mI}{B(n+1)}$.

Con la suposición de que cada pago parcial R consiste, en parte del pago del saldo insoluto y del interés por pago en cuotas en la misma razón que el saldo insoluto original B es al interés I : cada pago R reduce el saldo insoluto en B/n . (Nótese que de la relación $I = Rn - B$, tenemos que: $R = \frac{B}{n} + \frac{I}{n}$ y la razón de $\frac{B}{n}$ a $\frac{I}{n}$ es la razón de B a I .) La secuencia de los saldos insolutos es

$$B, B - \frac{B}{n}, B - 2\frac{B}{n}, \dots, B - (n-1)\frac{B}{n}$$

y como en el problema 7,

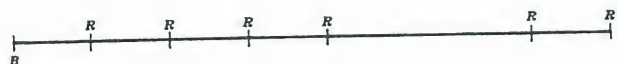
$$\begin{aligned} I &= \frac{i}{m} \left[B + \left(B - \frac{B}{n} \right) + \left(B - 2\frac{B}{n} \right) + \dots + \left(B - (n-1)\frac{B}{n} \right) \right] \\ &= \frac{i}{m} \cdot \frac{n}{2} \left[2B - (n-1)\frac{B}{n} \right] = \frac{i}{m} \cdot \frac{n}{2} \cdot \frac{B(n+1)}{n} = \frac{i}{2m} [B(n+1)] \end{aligned}$$

y

$$i = \frac{2mI}{B(n+1)}$$

9. Deducir la fórmula de serie de pagos, $d = \frac{2mI}{Rn(n+1)}$.

Designemos con d la tasa de descuento simple y con m el número de periodos de pago en un año. Con la suposición de que la suma de los valores presentes de los pagos parciales R en la fecha de la compra es igual al saldo insoluto B , tenemos



$$\begin{aligned} B &= R \left(1 - \frac{d}{m} \right) + R \left(1 - 2\frac{d}{m} \right) + R \left(1 - 3\frac{d}{m} \right) + \dots + R \left(1 - n\frac{d}{m} \right) \\ &= R \cdot \frac{n}{2} \left[2 - (n+1)\frac{d}{m} \right] = \frac{Rn}{2} \cdot \frac{2m - (n+1)d}{m} \end{aligned}$$

De donde,

$$\begin{aligned} 2Bm &= 2Rnm - Rn(n+1)d \\ Rn(n+1)d &= 2Rnm - 2Bm = 2m(Rn - B) = 2mI \end{aligned}$$

y

$$d = \frac{2mI}{Rn(n+1)}$$

10. Deducir la fórmula comercial $i = \frac{2mI}{B(n+1) - I(n-1)}$, aplicando la regla comercial.

Suponemos que se necesitan n pagos periódicos de R cada uno para saldar el saldo insoluto B , con interés simple de i/m , por cada intervalo de pago. De acuerdo con



la regla comercial, tomamos la fecha del último pago parcial como fecha focal y escribimos la ecuación de valor

$$B \left[1 + n\frac{i}{m} \right] = R \left[1 + (n-1)\frac{i}{m} \right] + R \left[1 + (n-2)\frac{i}{m} \right] + \dots + R \left[1 + \frac{i}{m} \right] + R$$

por tanto,

$$B + B\frac{ni}{m} = nR + \frac{n(n-1)}{2} R\frac{i}{m}$$

y

$$\frac{ni}{m} \left[B - R\frac{(n-1)}{2} \right] = nR - B = I$$

tenemos ahora

$$\begin{aligned} \frac{ni}{m} \left[\frac{2B - Rn + R}{2} \right] &= \frac{ni}{m} \left[\frac{B - I + R}{2} \right] = \frac{ni}{2m} \left(B - I + \frac{I + B}{n} \right) \\ &= \frac{i}{2m} (Bn - In + I + B) = \frac{i}{2m} [B(n+1) - I(n-1)] = I \end{aligned}$$

de donde

$$i = \frac{2mI}{B(n+1) - I(n-1)}$$

Problemas propuestos

11. Aplicando, (a) la regla comercial, y (b) la regla de los Estados Unidos, hallar el saldo en la fecha de vencimiento de un documento de \$7500 a 10 meses al 6% si es reducido mediante dos pagos iguales de \$2500 cada uno, efectuados 4 meses y 7 meses antes de la fecha de vencimiento. Resp. (a) \$2737.50, (b) \$2742.97
12. Una deuda de \$3000 con intereses al 6%, vence en 9 meses. Si se pagan \$1000 después de 4 meses y \$1200 tres meses más tarde, hallar el saldo insoluto en la fecha de vencimiento aplicando, (a) la regla comercial, y (b) la regla de los Estados Unidos. Resp. (a) \$898.00, (b) \$899.81
13. El firmante de un documento a 180 días por \$5000, con intereses al 5%, fechado el 10 de marzo de 1969, paga \$1500 el 6 de mayo de 1969; \$750 el 20 de junio de 1969 y \$1000 el 19 de agosto de 1969. Hallar el saldo insoluto en la fecha de vencimiento, aplicando, (a) la regla comercial, y (b) la regla de los Estados Unidos. Resp. (a) \$1838.76, (b) \$1839.72
14. M pide a un banco un préstamo de \$8000 por 8 meses, al 5%. Al término de 2 meses paga \$4000 y al término de 6 meses desea pagar el saldo insoluto. ¿Cuánto tendrá que pagar de acuerdo con la regla de los Estados Unidos? Resp. \$4134.45
15. Una persona da \$3600 de cuota inicial por la compra de una casa cuyo precio es de \$10.000. Posteriormente pagará \$1000 al final de cada trimestre durante 3 trimestres. Hallar el saldo insoluto al final del año aplicando la regla de los Estados Unidos y suponiendo intereses al 8%. Resp. \$3805.96

Resolver los problemas 16-20 para i o d aplicando, (a) la fórmula comercial, (b) la fórmula de razón constante, (c) la fórmula de serie de pagos, y (d) la fórmula de razón directa.

16. Un radio marcado para su venta en \$74.95, es vendido en abonos mediante \$9.95 iniciales y 10 pagos semanales de \$6.75 cada uno. Sugerencia. $n = 10$, $m = 52$, $R = 6.75$, $B = 65$, $I = 2.50$. Resp. (a) 37.5%, (b) 36.4%, (c) 35.0%, (d) 36.0%
17. Un congelador de \$475 se ofrece mediante cuota inicial de \$175 y el saldo en 11 pagos mensuales de \$30 cada uno. Sugerencia. $n = 11$, $m = 12$, $R = 30$, $B = 300$, $I = 30$. Resp. (a) 21.8%, (b) 20.0%, (c) 18.2%, (d) 19.5%
18. Una lavadora cuyo precio de contado es \$199.95, se vende con \$19.95 de cuota inicial. El saldo se pagará mediante 10 pagos mensuales iguales calculados con interés global de 6% anual. Resp. (a) 11.4%, (b) 10.9%, (c) 10.4%, (d) 10.8%

19. Una compañía de ventas por catálogo carga 10% sobre el precio de contado cuando la venta se efectúa a plazos. Se requiere una cuota inicial de una tercera parte y la diferencia en 12 mensualidades iguales. Supóngase un precio de contado de \$300. Resp. (a) 33,6%, (b) 29,1%, (c) 25,2%, (d) 27,9%
20. El valor de contado de una bicicleta es \$3050. M debía pagar \$750 de cuota inicial por la bicicleta usada pero pagó \$500. Acordó pagar el saldo en 15 meses al 6% de interés global.
21. Aplicar la fórmula de razón constante, para obtener la tasa aproximada de interés pagada en cada una de las siguientes operaciones:

| | Préstamo | Intereses | Número de pagos mensuales iguales |
|-----|----------|------------------|-----------------------------------|
| (a) | \$ 400 | 7% del préstamo | 12 |
| (b) | \$ 800 | 8% del préstamo | 15 |
| (c) | \$1000 | 10% del préstamo | 18 |

Resp. (a) 12,9%, (b) 12,0%, (c) 12,6%

22. Aplicar la fórmula de razón directa para obtener la tasa de interés pagada sobre los préstamos del problema 21. Resp. (a) 12,7%, (b) 11,7%, (c) 12,3%
23. Aplicar $i = \frac{d}{1 - dt}$, (véase el problema 21 del capítulo 5) para obtener la tasa equivalente de interés en cada uno de los problemas 16(c)-20(c). Resp. 16(c) 37,5%, 17(c) 21,8%, 18(c) 11,4%, 19(c) 33,7%, 20(c) 12,1%
24. Suponiendo que el saldo insoluto B más los intereses por pago de abonos I , serán saldados mediante $(n - 1)$ pagos iguales más un pago irregular Z en el último período. De acuerdo con la fórmula de razón constante, cada pago de $\frac{B + I - Z}{n - 1}$ se aplica para el pago del saldo insoluto $B_1 = \frac{B(B + I - Z)}{(n - 1)(B + I)}$ y para el pago del interés $\frac{I(B + I - Z)}{(n - 1)(B + I)}$. Mediante el procedimiento del problema 8, obtener $i = \frac{2mI(B + I)}{Bn(B + I + Z)}$ como la tasa de interés cargada.
25. Un radio se vende en \$29,95 de contado o mediante \$9,95 iniciales y \$4 semanales por las próximas 5 semanas y un pago de \$2 una semana después. Determinar la tasa de interés aproximada cargada. Resp. 158,9%
26. Una máquina se vende en \$225 de contado o mediante \$100 de cuota inicial, 10 pagos mensuales de \$15 cada uno y un pago final de \$5 un mes después. Determinar la tasa aproximada de interés cargada. Resp. 50,7%

Capítulo 7

Interés compuesto

INTERES COMPUESTO. En aquellas transacciones que abarcan un período largo de tiempo, el interés puede ser manejado de dos maneras:

- (1) A intervalos establecidos, el interés vencido se paga mediante cheque o cupones. El capital que produce los intereses permanece sin cambio durante el plazo de la transacción. En este caso, estamos tratando con interés simple (véase el capítulo 4).
- (2) A intervalos establecidos, el interés vencido es agregado al capital (por ejemplo, en las cuentas de ahorro). En este caso, se dice que el interés es *capitalizable*, o *convertible* en capital y, en consecuencia, también gana interés. El capital aumenta periódicamente y el interés convertible en capital también aumenta periódicamente durante el período de la transacción. La suma vencida al final de la transacción es conocida como *monto compuesto*. A la diferencia entre el monto compuesto y el capital original se le conoce como *interés compuesto*.

Ejemplo 1.

(a) Hallar el interés simple sobre \$1000 por 3 años al 5% de interés simple. (b) Hallar el interés compuesto sobre \$1000 por 3 años si el interés de 5% es convertible anualmente en capital.

$$(a) I = Cit = 1000(0.05)3 = \$150,00$$

(b) El capital original es \$1000.

El interés por un año es $1000(0,05) = \$50$

El capital al final del primer año es

$$1000 + 50 = \$1050.$$

El interés sobre el nuevo capital por un año es

$$1050(0,05) = \$52,50.$$

El capital al final del segundo año es

$$1050 + 52,50 = \$1102,50.$$

El interés sobre el nuevo capital por un año es

$$1102,50(0,05) = \$55,12.$$

El capital al final del tercer año es

$$1102,50 + 55,12 = \$1157,62.$$

El interés compuesto es $1157,62 - 1000 = \$157,62$

El interés puede ser convertido en capital anualmente, semestralmente, trimestralmente, mensualmente, etc. El número de veces que el interés se convierte en un año se conoce como *frecuencia de conversión*. El período de tiempo entre dos conversiones sucesivas se conoce como período de *interés* o *conversión*. La tasa de interés se establece normalmente como tasa anual. Por "interés al 6%" se entiende que el 6% se convierte anualmente; de otra forma, la frecuencia de conversión se indica expresamente, esto es, 4% convertible semestralmente, 5% convertible trimestralmente, etc.

En problemas que implican interés compuesto, tres conceptos son importantes: (a) el capital original, (b) la tasa de interés por período y (c) el número de períodos de conversión durante todo el plazo de la transacción.

Ejemplo 2.

Una cierta cantidad es invertida durante $8\frac{1}{2}$ años al 7% convertible trimestralmente. El periodo de conversión es 3 meses; la frecuencia de conversión es 4. La tasa de interés por periodo de conversión es

$$\frac{\text{tasa anual de interés}}{\text{frecuencia de conversión}} = \frac{0,07}{4} = 0,0175 \text{ ó } 1\frac{3}{4}\%$$

El número de periodos de conversión es

$$(\text{número dado de años})(\text{frecuencia de conversión}) = 8\frac{1}{2} \times 4 = 34$$

Véanse los problemas 1-2.

EL MONTO COMPUESTO. Sea un capital C invertido a la tasa i por periodo de conversión y designemos con S al monto compuesto de C al final de n periodos de conversión. Puesto que C produce Ci de interés durante el primer periodo de conversión, al final de dicho periodo produce a $C + Ci = C(1 + i)$. En otras palabras, el monto de un capital al final de un periodo de conversión se obtiene multiplicando el capital por el factor $(1 + i)$. En consecuencia, al final del segundo periodo de conversión el capital es $C(1 + i) \cdot (1 + i) = C(1 + i)^2$; al final del tercer periodo de conversión, el monto es $C(1 + i)^2 \cdot (1 + i) = C(1 + i)^3$ y así sucesivamente. La sucesión de montos

$$C(1 + i), C(1 + i)^2, C(1 + i)^3 \dots$$

forma una progresión geométrica cuyo n -ésimo término es

$$S = C(1 + i)^n \quad (1)$$

El factor $(1 + i)^n$ es el *monto compuesto* de 1 a la tasa i por periodo, por n periodos de conversión y será conocido como el *monto compuesto de 1*. Para una i y una n dadas, el monto compuesto puede ser obtenido mediante el teorema binomial utilizando logaritmos. En caso de tasas comunes de interés, el valor puede ser leído directamente de tablas preparadas específicamente (véase la tabla IV). Para el cálculo de S aproximado a centavos, utilizaremos únicamente tantos decimales como dígitos tenga C expresado en centavos. Este procedimiento en ocasiones causará un error de un centavo.

Ejemplo 3.

Si se invierten \$1000 durante $8\frac{1}{2}$ años al 7% convertible trimestralmente, tenemos que, $C = 1000$, $i = 0.0175$, $n = 34$, y

$$S = C(1 + i)^n = 1000(1.0175)^{34} = 1000(1.803725) = \$1803.72 \quad (\text{tabla IV})$$

El interés compuesto es $1803.72 - 1000 = \$803.72$.

Ejemplo 4.

El 20 de marzo de 1945, se invirtieron \$200 en un fondo que pagaba el 5% convertible semestralmente. ¿Cuál era el importe del fondo el 20 de septiembre de 1961?

$$C = 200, i = 0,025, n = 33 \text{ y}$$

$$S = C(1 + i)^n = 200(1.025)^{33} = 200(2.25885) = \$451.77 \quad (\text{tabla IV})$$

Véanse los problemas 3-7.

Para el caso en que n excede la tabla, véase el problema 8.

MONTO COMPUESTO CON PERIODOS DE CONVERSION FRACCIONARIOS. La fórmula (1) se deriva con la suposición de que n es entero. En teoría puede ser aplicable para n entero o fraccionario. Al evaluar la fórmula cuando n es fraccionario, en ocasiones se utilizarán las tablas IV y VI; en otros casos será necesario utilizar logaritmos.

Ejemplo 5.

Hallar el monto compuesto (teórico) de \$3000 en 6 años 3 meses, al 5%.

En este caso $C = 3000$, $i = 0.05$ y $n = 25/4$; por tanto

$$S = 3000(1.05)^{25/4} = 3000(1.05)^6(1.05)^{1/4} \\ = 3000(1.340096)(1.012272) = \$4069.63 \quad (\text{tablas IV y VI})$$

En la práctica, raramente se aplica el procedimiento anterior. En su lugar se determina el monto compuesto correspondiente a los periodos completos de conversión y se aumenta con interés simple por el periodo fraccionario de conversión a la tasa anual estipulada. A menos que se diga otra cosa, deberá entenderse en futuras aplicaciones que este último sistema será el utilizado.

Ejemplo 6.

Resolver el ejercicio 10 con interés simple en el periodo de conversión fraccionario.

Aplicamos interés compuesto por 6 periodos (años) e interés simple sobre el monto compuesto por $\frac{1}{4}$ de año, es decir,

$$S = 3000(1.05)^6[1 + 0.05(\frac{1}{4})] \\ = 3000(1.340096)(1.0125) = \$4070.54$$

Nota. Esta regla es más práctica para simplificar los cálculos; produce un resultado ligeramente mayor que la regla teórica.

Véanse los problemas 10-11.

TASAS NOMINAL Y EFECTIVA DE INTERES. Se dice que dos tasas anuales de interés con diferentes periodos de conversión son *equivalentes* si producen el mismo interés compuesto al final de un año.

Ejemplo 7.

Al final de un año, el monto compuesto de \$100 al

$$(a) \text{ 4\% convertible trimestralmente es } 100(1.01)^4 = \$104.06$$

$$(b) \text{ 4.06\% convertible anualmente es } 100(1.0406) = \$104.06$$

Por tanto, 4% convertible trimestralmente y 4.06% convertible anualmente son tasas equivalentes.

Cuando el interés es convertible más de una vez en un año, la tasa anual dada se conoce como *tasa nominal anual* o simplemente *tasa nominal*. La tasa de interés efectivamente ganada en un año se conoce como *tasa efectiva anual* o como *tasa efectiva*. En el ejemplo 7 (a), 4% es la tasa nominal mientras que en (b) 4.06 es la tasa efectiva. Como se mostró, 4.06 es la tasa efectiva equivalente a una tasa nominal de 4% convertible trimestralmente.

Ejemplo 8.

Hallar la tasa efectiva de interés i equivalente a una tasa nominal de 5% convertible mensualmente.

En un año, el monto de 1 a la tasa efectiva i será $1 + i$ y al 5% convertible mensualmente será $(1 + 0.05/12)^{12}$

Haciendo

$$1 + i = (1 + 0.05/12)^{12}$$

vemos que

$$i = (1 + 0.05/12)^{12} - 1 \\ = 1.05116190 - 1 = 0.05116190 \text{ o sea } 5.116\%$$

Ejemplo 9.

Hallar la tasa nominal j convertible trimestralmente equivalente a una tasa efectiva de 5%.

En un año, el monto de 1 a la tasa j convertible trimestralmente es $(1 + j/4)^4$ y al 5% efectivo es 1,05. Haciendo

$$(1 + j/4)^4 = 1,05$$

vemos que

$$1 + j/4 = (1,05)^{1/4}$$

Por tanto,

$$j = 4[(1,05)^{1/4} - 1] = 4(0,01227223) = 0,04908892 \text{ o sea } 4,909\%$$

Nota. Ciertos autores definen y tabulan valores de

$$j_p(a \text{ la tasa } i) = p[(1 + i)^{1/p} - 1]$$

En el ejemplo anterior escribirían $j = j_4$ (al 0,05) y el valor podría leerse directamente de tablas.

Véanse los problemas 12-14.

APROXIMACION DE LA TASA DE INTERES. Dados C , S y n en la ecuación (1), i puede ser aproximada ya sea interpolando en la tabla IV o utilizando logaritmos.

Ejemplo 10.

¿A qué tasa nominal j convertible semestralmente el monto de \$100 será \$215 en $15\frac{1}{2}$ años?

En este caso $C = 100$, $S = 215$, $n = 31$. Sea $i = j/2$; de la ecuación (1) tenemos,

$$215 = 100(1 + i)^{31} \quad \text{y} \quad (1 + i)^{31} = \frac{215}{100} = 2,1500$$

En la tabla IV encontramos que $(1,025)^{31} = 2,15000677$, por lo cual $i = 0,025$ y $j = 2i = 0,05$ o sea 5%.

Ejemplo 11.

¿A qué tasa nominal j convertible trimestralmente, el monto de \$1250 será \$1900 en 10 años?

En este caso $C = 1250$, $S = 1900$, $n = 40$; de (1) tenemos que,

$$1900 = 1250(1 + i)^{40} \quad \text{y} \quad (1 + i)^{40} = \frac{1900}{1250} = 1,5200$$

Aproximando a cuatro decimales las cifras de la tabla IV, tenemos que $(1,01)^{40} = 1,4889$ y $(1,0125)^{40} = 1,6436$, cercano a 1,5200. Vemos claramente que la tasa i buscada debe estar entre 1% y $1\frac{1}{4}$ % estando más cerca de 1%. Ahora, coloquemos a continuación junto a cada paréntesis rectangular la diferencia de las dos cantidades indicadas. (En este caso escribimos $i - 0,01 = x$.)

$$0,0025 \left[\begin{array}{c} 0,01 \\ i \end{array} \right] x \quad 0,1547 \left[\begin{array}{c} 1,4889 \\ 1,5200 \\ 1,6436 \end{array} \right] 0,0311$$

De la proporción $\frac{x}{0,0025} = \frac{0,0311}{0,1547}$, encontramos que $x = \frac{0,0311}{0,1547}(0,0025) = 0,00050$, por tanto

$$i = 0,01 + x = 0,01050 \quad \text{y} \quad j = 4i = 0,0420 \text{ y } 4,20\%$$

Ejemplo 12.

Resolver el ejemplo 11, usando logaritmos.

De la igualdad $1900 = 1250(1 + i)^{40}$ tenemos

$$\log 1900 = \log 1250 + 40 \log (1 + i)$$

por tanto,

$$\begin{aligned} \log (1 + i) &= \frac{\log 1900 - \log 1250}{40} = \frac{3,278754 - 3,096910}{40} \\ &= 0,004546 \end{aligned}$$

De donde

$$1 + i = 1,01052 \quad i = 0,01052 \quad \text{y} \quad j = 4i = 0,04208 \text{ o sea } 4,208\%$$

Véase el problema 15.

APROXIMACION DEL TIEMPO. Conocidos C , S e i , el tiempo n de la fórmula (1) puede ser calculado interpolando en la tabla IV o aplicando logaritmos.

Ejemplo 13.

¿En qué tiempo el monto de \$2000 será \$3650 al 4% convertible semestralmente?

$C = 2000$, $S = 3650$, $i = 0,02$; de la fórmula (1) tenemos

$$3650 = 2000(1,02)^n \quad \text{y} \quad (1,02)^n = \frac{3650}{2000} = 1,8250$$

En la tabla IV, encontramos

$$(1,02)^{30} = 1,81136158 \quad \text{y} \quad (1,02)^{31} = 1,84758882$$

es decir, que el tiempo requerido está entre 30 y 31 períodos de conversión, o sea entre 15 y $15\frac{1}{2}$ años. Si el interés se carga por períodos completos, únicamente, el tiempo es $15\frac{1}{2}$, existiendo un monto ligeramente mayor en la cuenta. Si el interés se carga por períodos de conversión fraccionarios, el tiempo puede ser estimado en forma similar a la del ejemplo 11. La información se manejará así:

$$1 \left[\begin{array}{c} 30 \\ n \\ 31 \end{array} \right] x \quad 0,0362 \left[\begin{array}{c} 1,8114 \\ 1,8250 \\ 1,8476 \end{array} \right] 0,0136$$

De la relación $\frac{x}{1} = \frac{0,0136}{0,0362}$, $x = 0,38$ y $n = 30 + x = 30,38$, períodos de conversión. El tiempo es 15,19 años, aproximadamente.

Véase el problema 16.

Problemas resueltos

- Una cierta cantidad es invertida por 6 años, 7 meses, al 6% convertible mensualmente. Hallar la tasa de interés i por período de conversión y el número de períodos n .

El período de conversión es un mes; la frecuencia de conversión es 12. Por tanto, $i = 0,06/12 = 0,005$ o sea $\frac{1}{2}$ % y $n = 6 \times 12 + 7 = 79$ períodos de conversión.

- Una cierta cantidad es invertida al 8% convertible trimestralmente, del 10 de octubre de 1954 al 10 de enero de 1962. Hallar la tasa de interés i por período de conversión y el número de períodos n .

El período de conversión es 3 meses; la frecuencia de conversión es 4. Por tanto, $i = 0,08/4 = 0,02$ o sea 2% y

| | | | |
|-----------|------|-----|--|
| | Año | Mes | |
| | 1962 | 1 | |
| Restando: | 1954 | 10 | |
| | 7 | 3 | |

$n = 7 \times 4 + 1 = 29$ períodos de conversión

3. X obtiene un préstamo de \$600 acordando pagar el capital con interés de 3% convertible semestralmente. ¿Cuánto debe al final de 4 años?

$C = 600, i = 0,015, n = 8$; por tanto,

$$S = C(1+i)^n = 600(1,015)^8 = 600(1,12649) = \$675,89$$

4. Acumular \$2500 por 5½ años al 4% convertible mensualmente.

$C = 2500, i = 0,04/12 = 0,01/3, n = 63$; ya que

$$S = C(1+i)^n = 2500(1+0,01/3)^{63} = 2500(1,233247) = \$3083,12$$

Nota. Escribimos $i = 0,01/3$ puesto que de otra forma i sería un decimal ilimitado.

5. El 1o. de febrero de 1948, X obtuvo un préstamo de \$2000 al 5% convertible trimestralmente. ¿Cuánto debía el 1o. de agosto de 1960?

$C = 2000, i = 0,0125, n = 50$; ya que,

$$S = C(1+i)^n = 2000(1,0125)^{50} = 2000(1,861022) = \$3722,04$$

6. Seis años después de que X abrió una cuenta de ahorro con \$2500 ganando intereses al 2½% convertible semestralmente, la tasa de interés fue elevada al 3% convertible semestralmente. ¿Cuánto había en la cuenta 10 años después del cambio en la tasa de interés?

En los primeros 6 años $C = 2500, i = 0,0125, n = 12$, y $S_1 = 2500(1,0125)^{12}$.

En los siguientes 10 años $C = 2500(1,0125)^{12}, i = 0,015, n = 20$. Por tanto,

$$S = 2500(1,0125)^{12}(1,015)^{20} = 2500(1,160755)(1,346855) = \$3908,42$$

7. Acumular \$2000 por 6 años, al 4,2%, convertible trimestralmente.

$C = 2000, i = 0,0105, n = 24$ y $S = 2000(1,0105)^{24}$.

En este caso no nos sirve la tabla IV por lo cual S se determina usando logaritmos.

$$\begin{aligned} \log S &= \log 2000 + 24 \log 1,0105 \\ &= 3,301030 + 0,108871 = 3,409901 \quad y \quad S = \$2569,80 \end{aligned}$$

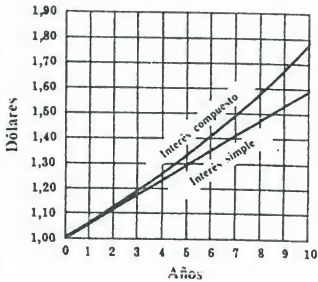
8. Hallar el monto compuesto de \$1000 por 20 años al 5%, convertible mensualmente.

$C = 1000, i = 0,05/12, n = 240$ y

$$\begin{aligned} S &= 1000(1+0,05/12)^{240} \\ &= 1000(1+0,05/12)^{150}(1+0,05/12)^{90} \\ &= 1000(1,865822)(1,453858) = \$2712,64 \end{aligned}$$

9. La tabla dada a continuación, nos da el monto de \$1 a interés simple y a interés compuesto al 6%. El crecimiento comparativo se ilustra claramente en la gráfica adjunta.

| Año | Monto a interés simple | Monto a interés compuesto |
|-----|---------------------------|------------------------------|
| 0 | 1,000 | 1,000 |
| 1 | 1,060 | 1,060 |
| 2 | 1,120 | 1,124 |
| 3 | 1,180 | 1,191 |
| 4 | 1,240 | 1,262 |
| 5 | 1,300 | 1,338 |
| 6 | 1,360 | 1,419 |
| 7 | 1,420 | 1,504 |
| 8 | 1,480 | 1,594 |
| 9 | 1,540 | 1,689 |
| 10 | 1,600 | 1,791 |



10. Hallar el monto compuesto teórico de, (a) \$500 por 7 años, dos meses; al 4½%; (b) \$1500 por 6 años, 7 meses; al 5,2%, convertible semestralmente.

(a) $C = 500, i = 0,045, n = 43/6$, y

$$\begin{aligned} S &= 500(1,045)^{43/6} = 500(1,045)^7(1,045)^{1/6} \\ &= 500(1,36086)(1,00736) \\ &= \$685,44 \end{aligned}$$

(tablas IV y VI)

(b) $C = 1500, i = 0,026, n = 79/6$, y $S = 1500(1,026)^{79/6}$

$$\begin{aligned} \log S &= \log 1500 + \frac{79}{6} \log 1,026 \\ &= 3,176091 + 0,146776 = 3,322867 \quad y \quad S = \$2103,10 \end{aligned}$$

11. Hallar el monto compuesto de, (a) \$500 por 7 años, 2 meses al 4½%, (b) \$1500 por 6 años, 7 meses al 5½%, convertible semestralmente, aplicando la regla práctica.

(a) Utilizamos interés compuesto por 7 periodos de conversión e interés simple por dos meses, con lo cual

$$\begin{aligned} S &= 500(1,045)^7(1+0,045/6) \\ &= 500(1,36086)(1,0075) = \$685,53 \end{aligned}$$

(b) Utilizamos interés compuesto por 13 periodos de conversión e interés simple por 1 mes, con lo cual

$$\begin{aligned} S &= 1500(1,026)^{13}(1+0,052/12) = 1500(1,026)^{13}(1,0043) \\ \log S &= \log 1500 + 13 \log 1,026 + \log 1,0043 \\ &= 3,176091 + 0,144911 + 0,001864 = 3,322866 \quad y \quad S = \$2103,10 \end{aligned}$$

12. Hallar la tasa efectiva i equivalente a $j = 0,0525$ convertible trimestralmente.

En un año, el monto de 1 a la tasa i es $1+i$ y a la tasa $j = 0,0525$ convertible trimestralmente es $(1,013125)^4$; igualando

$$1+i = (1,013125)^4$$

encontramos

$$i = (1,013125)^4 - 1$$

Ahora

$$\log (1,0131)^4 = 4(0,0056523) = 0,022609$$

y

$$(1,0131)^4 = 1,0534$$

Por tanto

$$i = 0,0534 \text{ o sea } 5,34\%$$

13. Hallar la tasa nominal j , convertible mensualmente, equivalente al 6% convertible semestralmente.

En un año, el monto de \$1 a la tasa nominal j , convertible mensualmente, es $(1 + j/12)^{12}$ y al 6% convertible semestralmente es $(1,03)^2$. Haciendo

$$(1 + j/12)^{12} = (1,03)^2$$

encontramos

$$1 + j/12 = (1,03)^{1/6}$$

$$y \quad j = 12[(1,03)^{1/6} - 1] = 12[0,00493862] = 0,05926344 \text{ o sea } 5,926\%$$

14. Hallar la tasa nominal j , convertible semestralmente, equivalente al 4,2% efectivo.

En un año, el monto de \$1 a la tasa nominal j , convertible semestralmente, es $(1 + j/2)^2$ y al 4,2% efectivo es 1,042. Igualando

$$(1 + j/2)^2 = 1,042$$

tenemos

$$j = 2[(1,042)^{1/2} - 1]$$

Aplicando logaritmos, $\log(1,042)^{1/2} = \frac{1}{2}(0,0178677) = 0,0089338$ y $(1,042)^{1/2} = 1,02078$, por tanto

$$j = 2[1,02078 - 1] = 0,04156 \text{ o sea } 4,156\%$$

15. ¿A qué tasa nominal, convertible mensualmente, el monto de \$2000 será \$2650 en 6 años?

$C = 2000$, $S = 2650$, $n = 72$; por tanto,

$$2650 = 2000(1 + i)^{72} \quad y \quad (1 + i)^{72} = \frac{2650}{2000} = 1,3250$$

Utilizando la tabla IV, vemos que i se encuentra entre $\frac{1}{8}\%$ y $\frac{5}{12}\%$ estando más cerca de la última. En la siguiente disposición de cifras, haciendo $x = i - 0,01/3$, tenemos

$$0,01/12 \begin{bmatrix} 0,01/3 \\ i \\ 0,05/12 \end{bmatrix}^x \quad 0,0783 \begin{bmatrix} 1,2707 \\ 1,3250 \\ 1,3490 \end{bmatrix} 0,0543$$

$$\frac{x}{0,01/12} = \frac{0,0543}{0,0783}, \quad x = \frac{0,0543}{0,0783}(0,01/12) = 0,00058$$

$$i = 0,01/3 + x = 0,00391$$

y

$$j = 12i = 12(0,00391) = 0,04692 \text{ o sea } 4,692\%$$

Aplicando logaritmos:

$$\begin{aligned} \log 2650 &= \log 2000 + 72 \log(1 + i) \\ \log(1 + i) &= \frac{\log 2650 - \log 2000}{72} = \frac{3,423246 - 3,301030}{72} \\ &= 0,001697 \end{aligned}$$

Por tanto, $1 + i = 1,00392$, $i = 0,00392$, y $j = 0,04704$ o sea $4,704\%$.

16. ¿En qué tiempo el monto de \$2500 será \$3500 al 6% convertible trimestralmente?

$C = 2500$, $S = 3500$, $i = 0,015$; con lo cual

$$3500 = 2500(1,015)^n \quad y \quad (1,015)^n = \frac{3500}{2500} = 1,4000$$

Utilizando la tabla IV, vemos que n está entre 22 y 23. De la disposición de cifras que sigue, haciendo $x = n - 22$,

$$1 \begin{bmatrix} 22 \\ n \\ 23 \end{bmatrix}^x \quad 0,0208 \begin{bmatrix} 1,3876 \\ 1,4000 \\ 1,4084 \end{bmatrix} 0,0124$$

$$\frac{x}{1} = \frac{0,0124}{0,0208} = 0,60 \quad y \quad n = 22 + x = 22,60$$

El tiempo requerido es $22,60/4 = 5,65$ años, aproximadamente.

Aplicando logaritmos:

$$\begin{aligned} n \log(1,015) &= \log 3500 - \log 2500 \\ 0,006466n &= 3,544068 - 3,297940 = 0,246128 \end{aligned}$$

y

$$n = \frac{0,246128}{0,006466}$$

Para calcular el cociente con logaritmos, escribimos

$$n = \frac{14613}{647}$$

por tanto

$$\begin{aligned} \log n &= \log 14613 - \log 647 = 4,164739 - 2,810904 \\ &= 1,353835 \end{aligned}$$

y $n = 22,59$. El tiempo requerido, como en el caso anterior, es 5,65 años.

Problemas propuestos

17. Hallar la tasa de interés i por período de conversión y el número n de períodos de conversión cuando se invierte un capital C :

- (a) por 5 años al 4%.
- (b) por 8 años al 5%.
- (c) por 6 años al $4\frac{1}{2}\%$ convertible semestralmente.
- (d) por 10 años al $3\frac{1}{2}\%$ convertible semestralmente.
- (e) por $5\frac{1}{2}$ años al 4% convertible trimestralmente.
- (f) por 6 años 9 meses, al 6% convertible trimestralmente.
- (g) del 1.º de enero de 1960 al 1.º de julio de 1971 al 5% convertible semestralmente.
- (h) del 15 de marzo de 1947 al 15 de septiembre de 1962, al $3\frac{1}{2}\%$ convertible semestralmente.
- (i) del 18 de agosto de 1948 al 18 de febrero de 1957, al 6% convertible trimestralmente.
- (j) del 20 de enero de 1955 al 20 de julio de 1962, al 6% convertible mensualmente.
- (k) del 30 de septiembre de 1947 al 30 de marzo de 1963, al 3% convertible mensualmente.

- Resp. (a) $i = 0,4$, $n = 5$, (g) $i = 0,025$, $n = 23$
 (b) $i = 0,05$, $n = 8$ (h) $i = 0,0175$, $n = 31$
 (c) $i = 0,0225$, $n = 12$ (i) $i = 0,015$, $n = 34$
 (d) $i = 0,0175$, $n = 20$ (j) $i = 0,005$, $n = 90$
 (e) $i = 0,01$, $n = 22$ (k) $i = 0,0025$, $n = 186$
 (f) $i = 0,015$, $n = 27$

18. (a) Comparar el monto simple y el monto compuesto de \$100 por un año al 6%. Sacar conclusiones. (b) Comparar el monto simple y el monto compuesto de \$100 por 5 años al 6%. Sacar conclusiones.

19. Hallar el monto compuesto de \$100 al 5% por. (a) 10 años. (b) 20 años. (c) 30 años. En forma aproximada, ¿cuándo el monto compuesto es el doble del capital original? Resp. (a) \$162,89, (b) \$265,33, (c) \$432,19; después de 15 años
20. Hallar el monto compuesto de:
- (a) \$750 por 6 años al 4% convertible semestralmente.
 - (b) \$750 por 6 años al 4% convertible trimestralmente.
 - (c) \$1500 por $8\frac{1}{2}$ años, al 3% convertible trimestralmente.
 - (d) \$1500 por 7 años, 8 meses, al 5% convertible mensualmente.
- Resp. (a) \$951,18, (b) \$952,30, (c) \$1919,46, (d) \$2199,00
21. Un padre coloca \$500 en una cuenta de ahorros al nacer su hijo. Si la cuenta paga el $2\frac{1}{2}\%$ convertible semestralmente, ¿cuánto habrá, al cumplir 18 años el hijo? Resp. \$781,97
22. Se estima que un terreno boscoso, cuyo valor es de \$75.000, aumentará su valor cada año en 4% sobre el valor del año anterior durante 12 años. ¿Cuál será su valor al final de dicho plazo? Resp. \$120.077,42
23. Una póliza total de \$10.000 cuyo vencimiento fue el 1o. de mayo de 1962, fue dejada en la compañía de seguros al $3\frac{1}{2}\%$ convertible anualmente, ¿cuál fue su valor el 1o. de mayo de 1970? Resp. \$13.168,09
24. X desea un préstamo de \$2000 por 2 años. Le ofrecen el dinero al, (a) 5% convertible trimestralmente, (b) $5\frac{8}{9}\%$ convertible semestralmente, (c) $5\frac{1}{2}\%$ de interés simple. ¿Qué oferta debe aceptar? Resp. (a)
25. Acumular \$2000 por 6 años al $6,4\%$ convertible semestralmente. Resp. \$2918,70
26. Acumular \$1500 por $7\frac{1}{2}$ años al $5,2\%$ convertible trimestralmente. Resp. \$2209,90
27. Mediante la regla práctica, hallar el monto compuesto de:
- (a) \$1000 por 8 años, 5 meses, al 4% convertible semestralmente. Resp. \$1395,67
 - (b) \$1500 por 6 años, 10 meses, al 5% convertible trimestralmente. Resp. \$2106,51
28. ¿Qué tasa convertible anualmente es equivalente al 6% convertible trimestralmente? Resp. 6,136%
29. Hallar la tasa nominal convertible trimestralmente equivalente al 5% convertible semestralmente. Resp. 4,969%
30. Hallar la tasa nominal convertible mensualmente equivalente al 5% convertible semestralmente. Resp. 4,949%
31. Hallar la tasa nominal convertible semestralmente a la cual el monto de \$2500 es \$3250 en 5 años. Resp. 5,312%
32. Hallar la tasa nominal convertible trimestralmente a la cual el monto de \$3500 es \$5000 en $5\frac{1}{2}$ años. Resp. 6,849%
33. Hallar la tasa nominal convertible mensualmente a la cual el monto de \$3250 es \$4000 en 8 años. Resp. 2,604%
34. ¿Cuántos años se necesitarán para que:
- (a) \$1500 aumenten al doble, al 6% convertible trimestralmente?
 - (b) el monto de \$2500 sea \$6000 al 5% convertible semestralmente?
 - (c) el monto de \$4000 sea \$5000 al 4% convertible mensualmente?
 - (d) el monto de \$4000 sea \$7500 al $4,6\%$ convertible trimestralmente?
- Resp. (a) 11,64, (b) 17,73, (c) 5,59, (d) 13,74

Capítulo 8

Interés compuesto Valor presente, ecuaciones de valor

EL VALOR PRESENTE a la tasa i , por período de conversión, de un monto S con vencimiento en n períodos de conversión es la suma C tal que invertida ahora a la tasa dada de interés alcanzaría el monto S después de n períodos de conversión. Del capítulo 7 tenemos,

de donde,

$$S = C(1+i)^n$$
$$C = S(1+i)^{-n} \tag{1}$$

En la tabla V se dan valores para el *factor de descuento* $(1+i)^{-n}$, para diferentes tasas y plazos. Cuando no es aplicable la tabla V, deben utilizarse logaritmos.

Ejemplo 1.
Hallar el valor presente de \$2000, pagaderos en 6 años, suponiendo un rendimiento a la tasa de 5% convertible semestralmente.
 $S = 2000, i = 0,025, n = 12$; de (1) tenemos
 $C = S(1+i)^{-n} = 2000(1,025)^{-12} = 2000(0,743556) = \$1487,11$

Ejemplo 2.
Hallar el valor al 15 de febrero de 1965 de \$500 pagaderos el 15 de mayo de 1970, suponiendo un rendimiento al $4,4\%$ convertible trimestralmente.
 $S = 500, i = 0,011, n = 21$, por tanto
 $C = 500(1,011)^{-21}$
 $\log C = \log 500 - 21 \log 1,011$
 $= 2,698970 - 0,099775 = 2,599195$
y $C = \$397,37$

Véanse los problemas 1-3.

PARA HALLAR EL VALOR PRESENTE de un pagaré con intereses, hallar:

- (a) el monto de la deuda al vencimiento,
- (b) el valor presente del monto encontrado en (a).

Ejemplo 3.
Suponiendo una tasa de rendimiento efectivo de 4% , hallar el valor presente de una deuda de \$2500 contratada con intereses al 6% convertible trimestralmente, pagadera en 8 años.
(a) El valor al vencimiento es
 $S = 2500(1,015)^{32} = 2500(1,610324) = \$4025,81$
(b) El valor presente de \$4025,81 pagaderos en 8 años, al 4% efectivo es
 $C = 4025,81(1,04)^{-8} = 4025,81(0,730690) = \$2941,62$

Véase el problema 4.

VALOR PRESENTE PARA EL CASO DE UN PERIODO DE CONVERSION FRACCIONARIO.

Cuando el tiempo es una parte fraccionaria del periodo de conversión, el valor presente puede ser encontrado en forma similar al caso del interés compuesto, mediante la regla teórica y la regla práctica.

Ejemplo 4.

Hallar el valor presente de \$3000 pagaderos en 8 años 10 meses suponiendo un rendimiento de 4% convertible trimestralmente.

$$S = 3000, \quad i = 0.01, \quad n = 106/3; \quad \text{por tanto } C = 3000(1.01)^{-106/3}.$$

Regla teórica. Haciendo uso de las tablas V y VII, tenemos

$$\begin{aligned} C &= 3000(1.01)^{-106/3} = 3000(1.01)^{-35} (1.01)^{-1/3} \\ &= 3000(0.705914)(0.996689) = \$2110.73 \end{aligned}$$

Regla práctica. En este caso $n = 106/3 = 35 \frac{2}{3}$; descontamos S por 36 periodos (el número mayor entero de periodos de conversión más próximo al plazo dado) y le sumamos interés simple por $36 - 35 \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$ de periodo de conversión, es decir por dos meses; por tanto,

$$\begin{aligned} C &= 3000(1.01)^{-36} (1 + 0.04/6) = 3000(0.698925)(3.02/3) \\ &= \$2110.75 \end{aligned}$$

Véase el problema 5.

ECUACIONES DE VALOR. Una ecuación de valor se obtiene igualando en una fecha de comparación o fecha focal, la suma de un conjunto de obligaciones con otro conjunto de obligaciones. En el capítulo 4 se hizo notar que cuando se trata con interés simple, dos conjuntos de obligaciones que son equivalentes en una cierta fecha pueden no serlo en otra distinta. Cuando se trata con interés compuesto, dos conjuntos de obligaciones que son equivalentes en una fecha también lo son en cualquier otra.

Ejemplo 5.

M debe a N \$1000 pagaderos en 2 años y \$3000 pagaderos en 5 años. Acuerdan que M liquide sus deudas mediante un pago único al final de 3 años sobre la base de un rendimiento de 6% convertible semestralmente.



Designemos con X el pago requerido. Tomando el final del tercer año como fecha focal, la deuda de \$1000 está vencida en un año y su valor es $1000(1.03)^2$; la deuda de \$3000 vence en dos años y su valor es $3000(1.03)^{-4}$, mientras que el valor del pago X es X en la fecha focal. Igualando la suma de los valores de las deudas con el valor del pago único, en la fecha focal, tenemos

$$(a) \quad X = 1000(1.03)^2 + 3000(1.03)^{-4}$$

Tomando la fecha inicial como fecha focal, la ecuación de valor es

$$(b) \quad X(1.03)^{-3} = 1000(1.03)^{-4} + 3000(1.03)^{-10}$$

Tomando el final del quinto año como fecha focal, la ecuación de valor es

$$(c) \quad X(1.03)^4 = 1000(1.03)^4 + 3000$$

Nótese que las tres ecuaciones de valor son equivalentes, por ejemplo, (b) puede ser obtenida de (a) multiplicando

esta última por $(1.03)^{-4}$; y (c) puede ser obtenida de (b) multiplicando ésta por $(1.03)^{10}$. Sin embargo, si tomamos 100 años después como fecha focal, la ecuación de valor correspondiente puede ser obtenida de (b) multiplicando ésta por $(1.03)^{300}$. De todas las ecuaciones que puedan formarse, (a) es visiblemente la más simple para determinar X . Utilizándola tenemos

$$\begin{aligned} X &= 1000(1.03)^2 + 3000(1.03)^{-4} \\ &= 1000(1.060900) + 3000(0.888487) = \$3726.36 \end{aligned}$$

Ejemplo 6.

M debe \$1000 pagaderos en 1 año y \$3000 pagaderos en 4 años. Acuerda pagar \$2000 de inmediato y el resto en 2 años. ¿Cuánto tendrá que pagar al final del 2o. año suponiendo un rendimiento de 5% convertible semestralmente?



Designemos con X el pago requerido. Tomando como fecha focal el final del 2o. año, la deuda de \$1000 está vencida 1 año y su valor es $1000(1.025)^2$, mientras que la deuda de \$3000 vence en 2 años y su valor es $3000(1.025)^{-4}$. Análogamente, el pago de \$2000 está vencido dos años en la fecha focal y su valor es $2000(1.025)^4$, mientras que el pago X vale X . Igualando la suma del valor de los pagos y de las dos deudas, tenemos

$$2000(1.025)^4 + X = 1000(1.025)^2 + 3000(1.025)^{-4}$$

Por tanto,

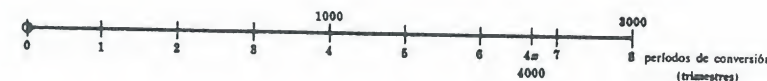
$$\begin{aligned} X &= 1000(1.025)^2 + 3000(1.025)^{-4} - 2000(1.025)^4 \\ &= 1050.62 + 2717.85 - 2207.63 = \$1560.84 \end{aligned}$$

Véanse los problemas 6-8.

TIEMPO EQUIVALENTE. La fecha en la cual un conjunto de obligaciones, con vencimiento en fechas diferentes, puede ser liquidado mediante un pago único igual a la suma de las distintas deudas, se conoce como *fecha de vencimiento promedio* de las deudas. El tiempo por transcurrir hasta dicha fecha se conoce como *tiempo equivalente*.

Ejemplo 7.

¿Cuál es el tiempo equivalente para el pago de unas deudas de \$1000 con vencimiento en 1 año, y \$3000 con vencimiento en 2 años suponiendo un rendimiento de 4% convertible trimestralmente?



Designemos con x (años) el tiempo equivalente. Tomando el día de hoy como fecha focal, la ecuación de valor es

$$4000(1.01)^{-4x} = 1000(1.01)^{-4} + 3000(1.01)^{-8}$$

$$\text{Entonces, } (1.01)^{-4x} = \frac{1000(1.01)^{-4} + 3000(1.01)^{-8}}{4000} = \frac{3731.43}{4000} = 0.9328575$$

Interpolando en la tabla V,

$$1, \begin{bmatrix} 6 \\ 4x \\ 7 \end{bmatrix} 4x - 6 \quad -0.00933 \begin{bmatrix} 0.94205 \\ 0.93286 \\ 0.93272 \end{bmatrix} -0.00919$$

$$\frac{4x-6}{1} = \frac{0,00919}{0,00933} = 0,985 \quad y \quad x = 1,746 \text{ o sea, } 1,75 \text{ años}$$

El lector demostrará que $x = 1,746$ años, si se usan logaritmos.

Frecuentemente se usa la siguiente regla práctica para hallar el tiempo equivalente:

- Multiplíquese cada deuda por el tiempo (años) que falte hasta su vencimiento.
- Súmense los productos obtenidos y dividanse entre la suma de las deudas.

Ejemplo 8.

Aplicando la regla práctica al ejemplo 6, tenemos

$$x = \frac{1000(1) + 3000(2)}{4000} = \frac{7000}{4000} = 1,75 \text{ años}$$

Véase el problema 9.

Problemas resueltos

- Debo \$1250 pagaderos dentro de 3 años, sin intereses. ¿Qué cantidad debería estar dispuesto a aceptar mi acreedor en este momento si puede él invertir el dinero al 4%, convertible semestralmente?

$$S = 1250, i = 0,02, n = 6; \text{ por tanto,}$$

$$C = S(1+i)^{-n} = 1250(1,02)^{-6} = 1250(0,887971) = \$1109,96$$

- ¿Cuánto debe invertir X ahora al 4,6% convertible trimestralmente para tener \$15.000 en su cuenta dentro de 10 años?

$$S = 15.000, i = 0,0115, n = 40; \text{ por lo cual } C = 15.000(1,0115)^{-40}.$$

$$\log C = \log 15.000 - 40 \log 1,0115$$

$$= 4,176091 - 0,198636 = 3,977455 \quad y \quad C = \$9494,10$$

- En la compra de una casa, Y paga \$10.000 de cuota inicial y acuerda pagar \$7500 dos años después. Hallar el valor de contado de la casa al 6% convertible semestralmente.

El valor de contado C, es \$10.000 más el valor presente de \$7500 pagaderos en 2 años al 6% convertible semestralmente. Por tanto,

$$C = 10.000 + 7500(1,03)^{-4} = 10.000 + 7500(0,888487) = \$16.663,65$$

- Un documento fechado el 1.º de febrero de 1960, estipula el pago de \$2500 con intereses al 5% convertible semestralmente 4 años más tarde. Hallar el importe de la venta del documento el 1.º de febrero de 1963 suponiendo un rendimiento al 6% convertible trimestralmente.

El valor al vencimiento del documento es

$$2500(1,025)^8 = 2500(1,218403) = \$3046,01$$

El valor del documento el 1.º de febrero de 1963 al 6% convertible trimestralmente, es el valor presente de \$3046,01 con vencimiento en 1 año, esto es,

$$3046,01(1,015)^{-4} = 3046,01(0,942184) = \$2869,90$$

- Hallar el valor presente de \$5000 pagaderos en 6 años 8 meses suponiendo un rendimiento de 6% convertible trimestralmente.

$$S = 5000, i = 0,015, n = 80/3; \text{ por tanto } C = 5000(1,015)^{-80/3}.$$

Regla teórica. Usando las tablas V y VI,

$$C = 5000(1,015)^{-80/3} = 5000(1,015)^{-27}(1,015)^{1/3} \\ = 5000(0,668986)(1,004975) = \$3361,57$$

Nótese que si las tablas V y VII fueran usadas, como en el ejemplo 4, tendríamos

$$C = 5000(1,015)^{-28}(1,015)^{-1/3}(1,015)^{-1/3}$$

Regla práctica. Siguiendo el ejemplo 4,

$$C = 5000(1,015)^{-27}(1 + 0,06/12) = 5000(0,668986)(1,005) = \$3361,65$$

- B debe \$3000 con vencimiento en 2 años sin intereses; y \$2000 con intereses al 4% convertible trimestralmente, pagaderos en 6 años. Suponiendo un rendimiento de 5% convertible semestralmente, ¿cuál sería el pago único que tiene que hacer dentro de 4 años para liquidar sus deudas?



Designemos con X el pago requerido. Las deudas de B son \$3000 pagaderos en 2 años, y $2000(1,01)^{24}$ pagaderos en 6 años. Tomando el final del cuarto año como fecha focal, la ecuación de valor es

$$X = 3000(1,0125)^4 + 2000(1,01)^{24}(1,025)^{-4} \\ = 3000(1,103813) + 2000(1,269735)(0,905951) \\ = \$5612,08$$

El lector demostrará que con cualquier otra fecha focal se requiere una división.

- M obtiene un préstamo de \$5000 con intereses al 5% convertible semestralmente. Acepta pagar \$1000 dentro de 1 año, \$2000 en 2 años y el saldo en 3 años. Hallar el pago final X.



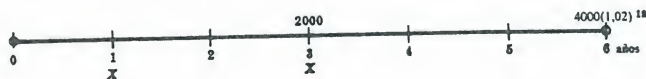
Tomando el final del tercer año como fecha focal, tenemos

$$1000(1,025)^3 + 2000(1,025)^2 + X = 5000(1,025)^3$$

Por tanto,

$$X = 5000(1,025)^3 - 2000(1,025)^2 - 1000(1,025)^3 \\ = 5000(1,159693) - 2000(1,050625) - 1000(1,103813) \\ = \$2593,40$$

8. Suponiendo una tasa efectiva de 4%, ¿con qué pagos iguales X al final de 1 año y al final de 3 años, es posible remplazar las siguientes obligaciones: \$2000 con vencimiento en 3 años sin intereses?, y \$4000 con intereses al 4% convertible semestralmente con vencimiento en 6 años?



Usando el final del 6o. año como fecha focal, la ecuación de valor es

$$X(1,04)^5 + X(1,04)^3 = 2000(1,04)^3 + 4000(1,02)^{12}$$

Por tanto, $X(1,216653) + X(1,124864) = 2000(1,124864) + 4000(1,268242)$
 $2,341517X = 7322,70 \quad y \quad X = \$3127,33$

El lector demostrará que no puede evitarse la división y que cualquier otra fecha focal implicará un triple producto adicional.

9. Deducir la regla práctica para hallar el tiempo equivalente.

Sean las deudas \$A con vencimiento en a años, \$B con vencimiento en b años y \$C con vencimiento en c años. Sea $i = j/m$ la tasa de interés por periodo y sea n (en años) el tiempo equivalente.



Tomando hoy como fecha focal, la ecuación de valor es

$$(i) \quad (A + B + C)(1 + i)^{-n} = A(1 + i)^{-a} + B(1 + i)^{-b} + C(1 + i)^{-c}$$

Sustituyendo $(1 + i)^{-n}$ en (i), por los dos primeros términos de la expansión binomial correspondiente: $1 - ni$, tenemos

$$(A + B + C)(1 - nmi) = A(1 - mai) + B(1 - mbi) + C(1 - mci)$$

Por tanto, $(A + B + C)mni = (Aa + Bb + Cc)mi$

$$y \quad n = \frac{(Aa + Bb + Cc)mi}{(A + B + C)mi} = \frac{Aa + Bb + Cc}{A + B + C}$$

= $\frac{\text{suma de los productos de las deudas y el tiempo (años) a transcurrir hasta el vencimiento}}{\text{suma de las deudas}}$

Problemas propuestos

10. Hallar el valor presente de:

- (a) \$1500 pagaderos en 10 años al 5%.
 (b) \$2000 pagaderos en $8\frac{1}{2}$ años al 5% convertible semestralmente.
 (c) \$5000 pagaderos en 6 años al 4,8% convertible trimestralmente.
 (d) \$4000 pagaderos en 5 años 5 meses al 6% convertible semestralmente.
 (e) \$4000 pagaderos en 5 años 4 meses al 6% convertible trimestralmente.
 Resp. (a) \$920,87, (b) \$1314,39, (c) \$3755,20, (d) \$2903,96, \$2904,13, (e) \$2911,50, \$2911,58

11. Al nacer su hijo, un padre desea invertir una cantidad tal, que acumulada al 3½% convertible semestralmente importe \$6000 cuando el hijo tenga 21 años. ¿Cuánto tendrá que invertir? Resp. \$2895,38
12. Un deudor puede liquidar una deuda pagando (a) \$8000 en la fecha o (b) \$10.000 dentro de cinco años. ¿Qué opción debe aceptar suponiendo un rendimiento del 5% convertible semestralmente? Resp. (b)
13. ¿Cuál es el valor presente de un documento por \$1200 con intereses al 5% convertible semestralmente por 10 años si el rendimiento actual es del 4½% efectivo? Resp. \$1266,18
14. M firma un documento comprometiéndose a pagar a N \$3000 en 6 años con intereses al 5% convertible trimestralmente. Cuatro años después, N vende el documento a P. ¿Cuánto pagó P por el documento si la tasa de interés era del 4% convertible semestralmente? Resp. \$3734,23
15. Una deuda de \$500 pagaderos en 2 años y otra de \$750 pagaderos en 6 años se van a liquidar mediante un pago único dentro de 4 años. Hallar el importe del pago suponiendo un rendimiento del 4% convertible trimestralmente. Resp. \$1234,04
16. Una deuda de \$250 vencida hace dos años y otra de \$750 pagaderos en 3 años se van a liquidar en la fecha mediante un pago único. Hallar el importe del pago suponiendo un rendimiento al 5% convertible semestralmente. Resp. \$922,67
17. M debe \$1000 pagaderos dentro de 3 años. Si hace, el día de hoy, un pago de \$400, ¿cuál será el importe del pago que tendrá que hacer en 2 años para liquidar su deuda suponiendo un rendimiento de 5% convertible semestralmente? Resp. \$510,29
18. El día de hoy, un comerciante compra artículos por valor de \$1500. Paga \$500 iniciales y \$500 al término de 4 meses. Suponiendo un rendimiento de 6% convertible mensualmente, ¿cuál será el importe del pago final que tendrá que hacer al término de 6 meses? Resp. \$525,37
19. M firmó un documento por \$1500 con intereses acumulados por 2 años al 5% convertible trimestralmente, vencido el día de hoy. Paga \$500 únicamente y acuerda pagar el resto en 1 año. Hallar el importe del pago requerido. Resp. \$1215,66
20. Supóngase, en el problema 19, que M acuerda pagar el resto en dos pagos con vencimiento en 6 meses y 1 año a partir de hoy. Hallar el importe de los pagos requeridos. Resp. \$600,28
21. Sustituir dos deudas de \$400 y \$800 con vencimiento en 3 y 5 años respectivamente, por dos pagos iguales con vencimiento en 2 y 4 años, suponiendo un rendimiento de 5% convertible semestralmente. Resp. \$561,69
22. Un terreno es vendido por \$500 en efectivo y \$250 anuales por los próximos 4 años. Suponiendo un rendimiento de 6% efectivo, hallar el precio de contado del terreno. Resp. \$1366,28
23. ¿Cuál será el importe de cada uno de los 4 pagos anuales que tendrán que hacerse para liquidar una deuda de \$2000, con vencimiento el día de hoy, suponiendo un rendimiento de 4% convertible trimestralmente, si, (a) el primer pago se hace de inmediato, (b) el primer pago se hace al término de 1 año. Resp. (a) \$530,24 (b) \$551,76
24. El día de hoy, B contrae el compromiso de pagar \$5000 en 10 años, con intereses al 4,2%. ¿Cuál es el valor de la obligación dentro de 6 años suponiendo para entonces un rendimiento de 3,8%? Resp. \$6499,10
25. ¿A qué tasa efectiva, un pago único de \$1500 hoy, es equivalente a dos pagos de \$800 cada uno con vencimiento en 1 y 2 años respectivamente? Resp. 4,41%
26. ¿En qué tiempo un pago único de \$1200 saldará las dos deudas del problema 21? Resp. En 4,31 años a partir de hoy
27. Hallar el tiempo equivalente para el pago de dos deudas de \$250 cada una, con vencimiento en 6 meses y 1 año respectivamente, suponiendo un rendimiento de 6% convertible mensualmente. Resp. 0,75 años

Capítulo 9

Anualidades ciertas ordinarias

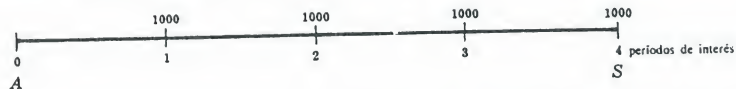
UNA ANUALIDAD es una serie de pagos iguales efectuados a intervalos iguales de tiempo. Ejemplos de anualidades son abonos semanales, pagos de renta mensuales, dividendos trimestrales sobre acciones, pagos semestrales de interés sobre bonos, primas anuales en pólizas de seguros de vida, etc.

El tiempo transcurrido entre cada pago sucesivo de la anualidad se conoce como *intervalo de pago*. El tiempo contado desde el principio del primer intervalo de pago hasta el final del último intervalo de pago se conoce como *plazo* de la anualidad. La suma de todos los pagos hechos en un año se conoce como *renta anual*; en consecuencia, una renta anual de \$2000 pagaderos trimestralmente significa el pago de \$500 cada 3 meses.

Una *anualidad cierta* es una anualidad en la cual los pagos principian y terminan en fechas fijas. Una *anualidad contingente* es aquella en la cual el plazo depende de algún suceso cuya realización no puede fijarse. Una serie predeterminada de pagos periódicos forman una anualidad cierta; ya que los pagos periódicos de primas en el seguro de vida terminan al ocurrir la muerte del asegurado, éstos forman una anualidad contingente. Las anualidades contingentes serán tratadas en capítulos posteriores. Por el momento, la palabra anualidad se referirá invariablemente a una anualidad cierta.

Una *anualidad cierta ordinaria* es aquella en la cual los pagos son efectuados al final de cada intervalo de pago, es decir, que el primer pago se hace al final del primer intervalo de pago, el segundo al final del segundo intervalo de pago y, así sucesivamente. En este capítulo todas las anualidades serán anualidades ciertas ordinarias. Sin embargo, consideraremos únicamente el *caso simple*, esto es, anualidades en las cuales el intervalo de pago y el período de interés coinciden.

MONTO Y VALOR PRESENTE DE UNA ANUALIDAD. Consideremos una anualidad ordinaria de \$1000 anuales, durante 4 años, al 5%.



El *monto* S de la anualidad es la suma de los montos compuestos de los distintos pagos, cada uno acumulado hasta el término del plazo. Puesto que el primer pago gana intereses 3 años, el segundo pago 2 años, el tercero 1 año y el cuarto coincide con el término del plazo, tenemos que:

$$S = 1000(1,05)^3 + 1000(1,05)^2 + 1000(1,05) + 1000$$

o, invirtiendo el orden,

$$S = 1000 + 1000(1,05) + 1000(1,05)^2 + 1000(1,05)^3$$

Por lo cual,

$$\begin{aligned} (i) \quad S &= 1000[1 + (1,05) + (1,05)^2 + (1,05)^3] \\ &= 1000[1 + 1,05 + 1,1025 + 1,157625] \\ &= 1000(4,310125) = \$4310,12 \end{aligned}$$

Puesto que en (i) la suma dentro de los paréntesis rectangulares corresponde a la suma de una progresión geométrica (capítulo 3) con término inicial 1 y con razón $1,05 > 1$, podemos escribir

$$\begin{aligned} S &= 1000 \frac{(1,05)^4 - 1}{(1,05) - 1} = 1000 \frac{1,21550625 - 1}{0,05} = 1000 \frac{0,21550625}{0,05} \\ &= 1000(4,310125) = \$4310,12 \end{aligned}$$

El *valor presente* A de una anualidad es la suma de los valores presentes de los distintos pagos, cada uno descontado al principio del plazo, por tanto,

$$\begin{aligned} A &= 1000(1,05)^{-1} + 1000(1,05)^{-2} + 1000(1,05)^{-3} + 1000(1,05)^{-4} \\ &= 1000[(1,05)^{-1} + (1,05)^{-2} + (1,05)^{-3} + (1,05)^{-4}] \\ &= 1000 \frac{(1,05)^{-1} - (1,05)^{-5}}{1 - (1,05)^{-1}} = 1000 \frac{1 - (1,05)^{-4}}{(1,05) - 1} = 1000 \frac{1 - 0,82270247}{0,05} \\ &= \$3545,95 \end{aligned}$$

Es conveniente que el lector represente cada anualidad en una línea de tiempo tomando como unidad de medida el *período de interés* (p.i.). No es necesario marcar todos los períodos de interés; sin embargo, el principio del plazo (representado por 0 en la escala), el término del plazo (n , en la escala) y algunos de los períodos de interés, deben mostrarse. (El hecho que el intervalo de pago coincida con el período de interés, es únicamente requisito de este capítulo.) La representación básica de una anualidad aparece en el problema 1; en los problemas 4-6 aparecen variaciones.

FORMULAS DE ANUALIDADES. Sean

- R = el pago periódico de una anualidad,
- i = j/m = la tasa de interés por período de interés,
- n = el número de intervalos de pago = el número de períodos de interés,
- S = el monto de la anualidad,
- A = el valor presente de la anualidad.

En el problema 1, deduciremos las fórmulas básicas de anualidades

$$S = R \cdot s_{\overline{n}|i} = R \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (1)$$

y

$$A = R \cdot a_{\overline{n}|i} = R \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \quad (2)$$

Donde $s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$ es el monto de una anualidad de 1 por intervalo de pago durante n intervalos y $a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$ es el valor presente de una anualidad de 1 por intervalo de pago durante n intervalos. El símbolo $s_{\overline{n}|i}$ se lee como "S sub n al i". Para determinadas i y n , encontramos su valor en la tabla XII. El símbolo $a_{\overline{n}|i}$ se lee "a sub n al i". Para determinadas i y n encontramos su valor en la tabla XIII.

Ejemplo 1.

Hallar el monto y valor presente de una anualidad de \$150 mensuales durante 3 años 6 meses al 6% convertible mensualmente.

$R = 150$, $i = 0,005$, $n = 42$; de (1) y (2) tenemos

$$S = R \cdot s_{\overline{n}|i} = 150 s_{\overline{42}|0,005} = 150(46,60654) = \$6990,98 \quad (\text{tabla XII})$$

y

$$A = R \cdot a_{\overline{n}|i} = 150 a_{\overline{42}|0,005} = 150(37,79830) = \$5669,74 \quad (\text{tabla XIII})$$

Cuando la tasa o el tiempo dados no corresponden a los de las tablas XII y XIII, los cálculos pueden hacerse utilizando logaritmos.

Ejemplo 2.

Hallar el monto y valor presente de una anualidad de \$2275 cada 6 meses durante 8 años y 6 meses al 5,4% convertible semestralmente.

$R = 2275$, $i = 0,027$, $n = 17$; con lo cual

$$S = 2275 s_{\overline{17}|0,027} = 2275 \frac{(1,027)^{17} - 1}{0,027}$$

Calculamos primero $N = (1,027)^{17}$ con logaritmos:

$$\log N = 17 \log (1,027) = 17(0,0115704) = 0,196697 \quad y \quad N = 1,5729$$

Por tanto

$$\begin{aligned} S &= 2275 \frac{0,5729}{0,027} \\ \log 2275 &= 3,356981 \\ \log 0,5729 &= 9,758079 - 10 \\ \text{colog } 0,027 &= 1,568636 \\ \hline \log S &= 4,683696 \\ S &= \$48.272 \end{aligned}$$

y

es el monto requerido.

$$A = 2275 a_{\overline{17}|0,027} = 2275 \frac{1 - (1,027)^{-17}}{0,027}$$

Primero calculamos $N = (1,027)^{-17}$ con logaritmos:

$$\log N = -17 \log 1,027 = 0 - 0,196697 = 9,803303 - 10 \quad y \quad N = 0,63578$$

Por tanto,

$$\begin{aligned} A &= 2275 \frac{0,36422}{0,027} \\ \log 2275 &= 3,356981 \\ \log 0,36422 &= 9,561364 - 10 \\ \text{colog } 0,027 &= 1,568636 \\ \hline \log A &= 4,486981 \\ A &= \$30.689 \end{aligned}$$

y

es el valor presente requerido.

Véanse los problemas 2-3.

Las dificultades con las anualidades provienen principalmente de no tener en cuenta los siguientes hechos al aplicar las fórmulas:

(i) La fórmula (1) nos da el monto de la anualidad justamente después que el último pago ha sido efectuado.

(ii) La fórmula (2) nos da el valor de la anualidad un período antes de hacer el primer pago.

Véanse los problemas 4-7.

Problemas resueltos

1. Deducir: (a) $s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$, (b) $a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$.



Considérese una anualidad de 1 por período de interés por n años a la tasa i por períodos de interés.

- (a) El último pago no gana interés, el anterior gana interés durante un período de interés y su monto es $1(1+i) = 1+i$, el antepenúltimo pago gana interés durante dos períodos de interés y su monto es $(1+i)^2$, ..., el primer pago gana intereses durante $(n-1)$ períodos de interés y su monto es $(1+i)^{n-1}$. Tenemos que

$$s_{\overline{n}|i} = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1}$$

es la suma de una progresión geométrica de n términos cuyo primer término es $a = 1$ y cuya razón es $(1+i) > 1$. Por tanto,

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{ar^n - a}{r - 1} = \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

- (b) Vemos claramente en la línea de tiempo anterior que el valor presente de la anualidad es el valor presente de $s_{\overline{n}|i}$ con vencimiento en n períodos de interés. Por tanto, tenemos que

$$a_{\overline{n}|i} = (1+i)^{-n} s_{\overline{n}|i} = (1+i)^{-n} \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Se recomienda al lector que deduzca esta fórmula como la suma de una progresión geométrica.

2. En los últimos diez años, X ha depositado \$500 al final de cada año en una cuenta de ahorro, la cual paga el 3½% efectivo. ¿Cuánto había en la cuenta inmediatamente después de haber hecho el décimo depósito?

$R = 500$, $i = 0,035$, $n = 10$; aplicando (1),

$$S = R s_{\overline{10}|0,035} = 500 s_{\overline{10}|0,035} = 500(11,73139) = \$5865,70$$

3. El día de hoy, M compra una anualidad de \$2500 anuales durante 15 años, en una compañía de seguros que utiliza el 3% anual. Si el primer pago vence en un año, ¿cuál fue el costo de la anualidad?

$R = 2500$, $i = 0,03$, $n = 15$; por tanto, aplicando (2) tenemos que

$$A = 2500 a_{\overline{15}|0,03} = 2500(11,937935) = \$29.844,84$$

4. La compañía de televisión XYZ tiene en oferta una máquina, con \$200 de cuota inicial y \$25 mensuales por los próximos 12 meses. Si se carga un interés de 9% convertible mensualmente, hallar el valor de contado equivalente C .



La cuota inicial no es parte de la anualidad. El valor de contado de la máquina es \$200 más el valor presente de una anualidad de 12 pagos mensuales de \$25 cada uno. Por tanto, el valor de contado será

$$C = 200 + 25 a_{\overline{12}|0,0075} = 200 + 25(11,4349) = \$485,87$$

5. M depositó cada 6 meses \$100 en una cuenta de ahorros, la cual le producía intereses al 3% convertible semestralmente. El primer depósito se hizo cuando el hijo de M tenía 6 meses de edad y el último cuando cumplió 21 años. El dinero permaneció en la cuenta y fue entregado al hijo cuando cumplió 25 años. ¿Cuánto recibió?



Designemos con X la cantidad recibida.

Primera solución.

El monto de la anualidad (justamente después del último depósito) es $S = 100 \cdot s_{\overline{42}|0.015}$ y X es el monto acumulado de S después de 8 períodos de interés, esto es,

$$X = S(1,015)^8 = 100 s_{\overline{42}|0.015} (1,015)^8 = 100(57,92314)(1,126493) = \$6525,00$$

Segunda solución.

Una forma simple de cálculo se obtiene con el siguiente razonamiento: Imaginemos que se hicieron 8 pagos adicionales (50 en total). En este caso X es el monto de 50 pagos menos el monto de los 8 pagos que en realidad no se hicieron, por tanto

$$X = 100 s_{\overline{50}|0.015} - 100 s_{\overline{8}|0.015} = 100(73,68283) - 100(8,43284) = \$6525,00$$

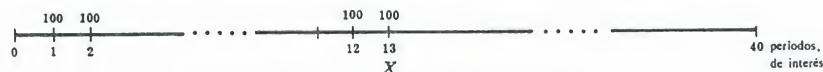
6. M compró una casa por \$5000 de cuota inicial, comprometiéndose a pagar \$200 cada 3 meses durante los próximos 10 años. Se pactó un interés de 6% convertible trimestralmente.

- (a) ¿Cuál era el valor de contado de la casa?
 (b) Si M omitiera los primeros 12 pagos, ¿cuánto debe pagar en el vencimiento del 13o. pago para ponerse al corriente?
 (c) Después de haber hecho 8 pagos, M desea liquidar el saldo existente mediante un pago único en el vencimiento del 9o. pago. ¿Cuánto debe pagar además del pago regular vencido?
 (d) Si M omite los primeros 10 pagos, ¿cuánto debe pagar cuando venza el 11o. pago para liquidar el total de su deuda?

- (a) Designemos con C el valor de contado de la casa. Procediendo como en el problema 4,

$$C = 5000 + 200 a_{\overline{40}|0.015} = 5000 + 200(29,91585) = \$10,983,17$$

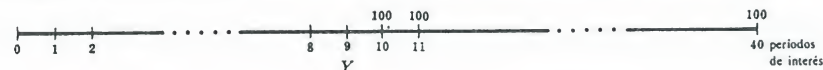
- (b) Designemos con X el pago requerido. M debe el monto acumulado de los primeros 13 pagos



en la fecha del 13o. pago. Como en dicha fecha vence un pago, tenemos que

$$X = 200 s_{\overline{13}|0.015} = 200(14,23683) = \$2847,37$$

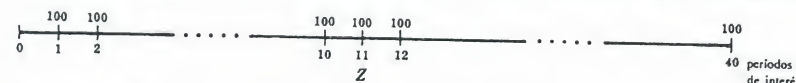
- (c) Designemos con Y el pago requerido. Después que el 9o. pago regular ha sido hecho, $40 - 9 = 31$



quedan por hacerse. Como el primero de dichos pagos vencerá en un período de interés,

$$Y = 200 a_{\overline{31}|0.015} = 200(24,64615) = \$4929,23$$

- (d) Designemos con Z el pago requerido. En la fecha indicada por Z en la línea de tiempo, M pagará 10 pagos vencidos,



un pago inmediato y $40 - 11 = 29$ pagos futuros. Para cumplir con las exigencias de las fórmulas (1) y (2), separamos los pagos en dos grupos:

- (i) los primeros 11 pagos (con un pago en la fecha del cálculo) importan $200 s_{\overline{11}|0.015}$,
 (ii) los 29 pagos restantes (el primero con vencimiento de un período de interés después de la fecha del cálculo) tienen un valor presente de $200 a_{\overline{29}|0.015}$. Por tanto,

$$Z = 200 s_{\overline{11}|0.015} + 200 a_{\overline{29}|0.015} = 200(11,86326) + 200(23,37608) = \$7047,87$$

7. Para liquidar una cierta deuda con intereses al 6% convertible mensualmente, M acuerda hacer pagos de \$50 al final de cada mes por los próximos 17 meses y un pago final de \$95,25 un mes después. ¿Cuál es el importe de la deuda?



La deuda X puede ser determinada, ya sea como

- (i) el valor presente de una anualidad de \$50 mensuales por 17 meses, más el valor presente de \$95,25, son pagaderos en 18 meses, esto es,

$$50 a_{\overline{17}|0.005} + 95,25(1,005)^{-18}$$

o como

- (ii) el valor presente de una anualidad de \$50 mensuales por 18 meses más el valor presente de \$45,25 pagaderos en 18 meses, esto es,

$$50 a_{\overline{18}|0.005} + 45,25(1,005)^{-18}$$

El lector demostrará que la deuda era de \$900.

8. Demostrar que: $(1+i)s_{\overline{n}|i} = s_{\overline{n+1}|i} - 1$.

$$\begin{aligned} (1+i)s_{\overline{n}|i} &= (1+i) \frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{(1+i)^{n+1} - 1 - i}{i} \\ &= \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - \frac{i}{i} = s_{\overline{n+1}|i} - 1 \end{aligned}$$

9. Deducir: (a) $s_{\overline{n+k}|i} = s_{\overline{n}|i} + (1+i)^k s_{\overline{k}|i}$ (b) $a_{\overline{n+k}|i} = a_{\overline{n}|i} + (1+i)^{-k} a_{\overline{k}|i}$.

$$\begin{aligned} (a) s_{\overline{n+k}|i} &= \frac{(1+i)^{n+k} - 1}{i} \\ &= \frac{(1+i)^n(1+i)^k - 1}{i} = \frac{(1+i)^n(1+i)^k - (1+i)^n + (1+i)^n - 1}{i} \\ &= (1+i)^n \frac{(1+i)^k - 1}{i} + \frac{(1+i)^n - 1}{i} = (1+i)^n s_{\overline{k}|i} + s_{\overline{n}|i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b) a_{\overline{n+k}|i} &= \frac{1 - (1+i)^{-(n+k)}}{i} = \frac{1 - (1+i)^{-n} + (1+i)^{-n} - (1+i)^{-(n+k)}}{i} \\ &= \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} + (1+i)^{-n} \frac{1 - (1+i)^{-k}}{i} = a_{\overline{n}|i} + (1+i)^{-n} a_{\overline{k}|i} \end{aligned}$$

10. Aplicando las fórmulas del problema 9, obtener (a) $s_{\overline{178}|.02}$, (b) $a_{\overline{184}|.03}$.

(a) Escribiendo $178 = 100 + 78 = h + k$ y utilizando $s_{\overline{h+k}|i} = s_{\overline{h}|i} + (1+i)^h s_{\overline{k}|i}$,

$$\begin{aligned} s_{\overline{178}|.02} &= s_{\overline{100}|.02} + (1.02)^{100} s_{\overline{78}|.02} \\ &= 312,232,305.91 + (7,244,646.12)(184,305,995.58) = 1,647,464,021.67 \end{aligned}$$

(b) Escribiendo $184 = 100 + 84 = h + k$ y utilizando $a_{\overline{h+k}|i} = a_{\overline{h}|i} + (1+i)^{-h} a_{\overline{k}|i}$,

$$\begin{aligned} a_{\overline{184}|.03} &= a_{\overline{100}|.03} + (1.03)^{-100} a_{\overline{84}|.03} \\ &= 31,598,905.34 + (0,05203284)(30,550,085.56) = 33,188,513.05 \end{aligned}$$

Problemas propuestos

11. Hallar el monto y el valor presente de las siguientes anualidades ordinarias:

(a) \$400 anuales durante 12 años al 2½%.
 (b) \$150 mensuales durante 6 años 3 meses al 6% convertible mensualmente.
 (c) \$500 trimestrales durante 8 años 9 meses al 6% convertible trimestralmente.

Resp. (a) \$5518,22; \$4103,10 (b) \$13,608,98; \$9362,05 (c) \$22,796,04; \$13,537,80

12. B ahorra \$600 cada medio año y los invierte al 3% convertible semestralmente. Hallar el importe de sus ahorros después de 10 años. Resp. \$13,874,20

13. Hallar el valor efectivo equivalente a una anualidad de \$100 al final de cada 3 meses durante 15 años, suponiendo un interés de 5% convertible trimestralmente. Resp. \$4203,46

14. M está pagando \$22,50 al final de cada semestre por concepto de la prima de una póliza dotal, la cual le pagará \$1000 al término de 20 años. ¿Qué cantidad tendría si en su lugar depositara cada pago en una cuenta de ahorros que le produjera el 3% convertible semestralmente? Resp. \$1221,03

15. ¿Qué es más conveniente, comprar un automóvil en \$2750 de contado o pagar \$500 iniciales y \$200 al final de cada mes por los próximos 12 meses, suponiendo intereses calculados al 6% convertible mensualmente?

16. ¿Qué cantidad debió ser depositada el 1.º de junio de 1950 en un fondo que produjo el 5% convertible semestralmente con el fin de poderse hacer retiros semestrales de \$600 cada uno, a partir del 1.º de diciembre de 1950 y terminando el 1.º de diciembre de 1967? Resp. \$13,887,10

17. Se estima que un terreno boscoso producirá \$15,000 anuales por su explotación en los próximos 10 años y entonces la tierra podrá venderse en \$10,000. Encontrar su valor actual suponiendo intereses al 5%. Resp. \$121,965,15

18. Suponiendo intereses al 5,2% convertible trimestralmente, ¿qué pago único inmediato es equivalente a 15 pagos trimestrales de \$100 cada uno, haciéndose el primero al final de tres meses? Resp. \$1354,85

19. M invierte \$250 al final de cada 6 meses en un fondo que paga el 3¾% convertible semestralmente. ¿Cuál será el importe del fondo, (a) precisamente después del 12.º depósito?, (b) antes del 12.º depósito?, (c) precisamente antes del 15.º depósito? Resp. (a) \$3329,33, (b) \$3079,33, (c) \$4034,00

20. Al comprar M un coche nuevo de \$3750, le reciben su coche usado en \$1250. ¿Cuánto tendrá que pagar en efectivo si el saldo restante lo liquidará mediante el pago de \$125 al final de cada mes durante 18 meses, cargándole intereses al 6% convertible mensualmente? Resp. \$353,40

21. Un contrato estipula pagos semestrales de \$400 por los próximos 10 años y un pago adicional de \$2500 al término de dicho período. Hallar el valor efectivo equivalente del contrato al 7% convertible semestralmente. Resp. \$6941,37

22. M acuerda liquidar una deuda mediante 12 pagos trimestrales de \$300 cada uno. Si omite los tres primeros pagos, ¿qué pago tendrá que hacer en el vencimiento del siguiente para, (a) quedar al corriente en sus pagos? (b) saldar su deuda? Tomar intereses al 8% convertible trimestralmente. Resp. (a) \$1236,48 (b) \$3434,12

23. Con el objeto de reunir una cantidad que le será entregada a su hijo al cumplir 21 años, un padre deposita \$200 cada seis meses en una cuenta de ahorro que paga el 3% convertible semestralmente. Hallar el monto de la entrega si el primer depósito se hizo el día del nacimiento del hijo y el último cuando tenía 20½ años. Resp. \$11,758,40

24. M ha depositado \$25 al final de cada mes durante 20 años en una cuenta que paga el 3% convertible mensualmente. ¿Cuánto tenía en la cuenta al final de dicho período? Resp. \$8207,52

25. ¿Cuánto debió depositarse el 1.º de junio de 1940 en un fondo que pagó el 4% convertible semestralmente, con el objeto de poder hacer retiros semestrales de \$500 cada uno, desde el 1.º de junio de 1955 hasta el 1.º de diciembre de 1970? Resp. \$6607,65

26. El 1.º de mayo de 1950, M depositó \$100 en una cuenta de ahorros que paga el 3% convertible semestralmente, y continuó haciendo depósitos similares cada 6 meses desde entonces. Después del 1.º de mayo de 1962, el banco elevó el interés al 4%, convertible semestralmente. ¿Cuánto tuvo en la cuenta precisamente después del depósito del 1.º de noviembre de 1970? Sugerencia. $100 s_{\overline{25}|.015} (1.02)^{17} + 100 s_{\overline{17}|.02}$

27. En los últimos 10 años, M ha depositado \$40 al final de cada mes en una cuenta de ahorros que paga el 3% convertible semestralmente. Si la política del banco es colocar cada depósito al 3% de interés simple el día primero de cada mes y capitalizarlos semestralmente, hallar el importe de la cuenta de M. Resp. 241,50 $s_{\overline{20}|.015}$

28. Desarrollar $(1+i)^n$ por el teorema del binomio y demostrar que

$$s_{\overline{n}|i} = n + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} i + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} i^2 + \dots$$

29. Utilizando los seis primeros términos del desarrollo del problema 28, hallar el valor de $s_{\overline{10}|.01}$ con 8 decimales. Comparar con el valor de la tabla XII.

30. Demostrar que $(1+i) a_{\overline{n}|i} = a_{\overline{n-1}|i} + 1$.

31. Demostrar que: (a) $s_{\overline{h-k}|i} = s_{\overline{h}|i} - (1+i)^h a_{\overline{k}|i}$ ($h > k$)

$$(b) a_{\overline{h-k}|i} = a_{\overline{h}|i} - (1+i)^{-h} s_{\overline{k}|i} \quad (h > k)$$

32. Demostrar que: $\frac{1}{s_{\overline{n+m}|i}} = \frac{\frac{1}{s_{\overline{n}|i}}}{\frac{1}{s_{\overline{n}|i}} \cdot s_{\overline{m}|i} + (1+i)^m}$

Capítulo 10

Anualidades ciertas ordinarias

Pago periódico, plazo, tasa de interés

PAGO PERIODICO. Resolviendo para R las fórmulas (1) y (2), del capítulo 9, tenemos que

$$R = S \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} \quad (1)$$

y

$$R = A \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} \quad (2)$$

es el pago periódico o la renta periódica de una anualidad cuyo monto (1) o valor presente (2) es conocido. Para determinados i y n , el valor de $\frac{1}{s_{\overline{n}|i}}$ está dado en la tabla XIV. No se incluyen tablas para valores de $\frac{1}{a_{\overline{n}|i}}$ ya que (véase el problema 1),

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} + i \quad (3)$$

Ejemplo 1.

De la tabla XIV tenemos que, $\frac{1}{s_{\overline{20}|0.02}} = 0.04115672$. Por tanto,

$$\frac{1}{a_{\overline{20}|0.02}} = \frac{1}{s_{\overline{20}|0.02}} + 0.02 = 0.04115672 + 0.02 = 0.06115672$$

Ejemplo 2.

¿Cuál tiene que ser el importe de cada uno de los depósitos semestrales que deberán hacerse en una cuenta de ahorros que paga el $3\frac{1}{2}\%$ convertible semestralmente, durante 10 años para que el monto sea de \$25,000, precisamente después del último depósito?



$S = 25,000$, $i = 0.0175$, $n = 20$; de (1) tenemos que

$$R = S \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = 25,000 \frac{1}{s_{\overline{20}|0.0175}} = 25,000(0.0421912) = \$1054.78$$

Véase el problema 2.

Ejemplo 3.

Tres meses antes de ingresar al colegio un estudiante recibe \$10,000, los cuales son invertidos al 4% convertible trimestralmente. ¿Cuál es el importe de cada uno de los retiros trimestrales que podrá hacer durante cuatro años, iniciando el primero, transcurridos tres meses?



$A = 10,000$, $i = 0.01$, $n = 16$; de (2) tenemos que

$$R = A \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = 10,000 \frac{1}{a_{\overline{16}|0.01}} = 10,000(0.0579446 + 0.01) = 10,000(0.0679446) = \$679.45$$

Véanse los problemas 3-5.

PLAZO. Las fórmulas (1) y (2) del capítulo 9 pueden ser resueltas aproximadamente para n , ya sea interpolando en las tablas XII y XIII o utilizando logaritmos.

Ejemplo 4.

M obtiene un préstamo de \$3750, acordando pagar capital e intereses al 6% convertible semestralmente mediante pagos semestrales de \$225 cada uno haciendo el primero en 6 meses. ¿Cuántos pagos deberá hacer?

$A = 3750$, $R = 225$, $i = 0.03$; por tanto

$$3750 = 225 a_{\overline{n}|0.03} \quad \text{y} \quad a_{\overline{n}|0.03} = \frac{3750}{225} = 16.6667$$

En la tabla XIII, encontramos para $i = 0.03$ que

$$a_{\overline{23}|0.03} = 16.44361 \quad \text{y} \quad a_{\overline{24}|0.03} = 16.93554$$

O sea que una anualidad de 23 pagos tiene un valor presente ligeramente menor de \$3750, mientras que una de 24 pagos tiene un valor presente de algo más de \$3750.

En este caso, nada se ganaría intentando obtener n con más exactitud, ya que a M se le presentaría alguna solución con las dos alternativas siguientes:

- (i) aumentar el 23º. pago en una cierta cantidad (véase el problema 7, capítulo 9), o
- (ii) hacer 23 pagos de \$225 cada uno, y 6 meses después un pago final menor a \$225.

En la práctica, se utiliza con más frecuencia la alternativa (ii).

Ejemplo 5.

Hallar el pago final que tendría que hacerse con la alternativa (ii), en el ejemplo 4.

Con la alternativa (ii), M saldará su deuda haciendo 23 pagos semestrales de \$225 cada uno y el 24º. de X , 6 meses más tarde. Tomando como fecha focal el principio del plazo, tenemos



$$225 a_{\overline{23}|0.03} + X(1.03)^{-24} = 3750$$

de donde

$$\begin{aligned} X &= (3750 - 225 a_{\overline{23}|0.03})(1.03)^{24} \\ &= (3750 - 3699.81)(2.0328) = \$102.03 \end{aligned}$$

Ejemplo 6.

Se va a constituir un fondo de \$5000 mediante depósitos de \$250 cada 3 meses. Si el fondo gana 4% convertible trimestralmente, hallar el número de depósitos de \$250 que tendrán que hacerse y el importe del depósito que será necesario hacer 3 meses más tarde.

$S = 5000$, $R = 250$, $i = 0.01$; por tanto,

$$250 s_{\overline{n}|0.01} = 5000 \quad \text{y} \quad s_{\overline{n}|0.01} = 20$$

En la tabla XII, encontramos que para $i = 0.01$

$$s_{\overline{18}|0.01} = 19.61475 \quad \text{y} \quad s_{\overline{19}|0.01} = 20.81090$$

O sea que se harán 18 depósitos de \$250 cada uno y un depósito final de X , tres meses después.

Para hallar el depósito final, tomamos como fecha focal el final del 19º. periodo de interés.



Primera solución.

Designemos con S el monto de los 18 depósitos regulares justamente después de haberse hecho el último. Tenemos que,

$$X + S(1,01) = X + 250 s_{\overline{18}|0,01}(1,01) = 5000$$

$$\begin{aligned} X &= 5000 - 250 s_{\overline{18}|0,01}(1,01) \\ &= 5000 - 250(19,61475)(1,01) = \$47,28 \end{aligned}$$

Segunda solución. Del problema 8, capítulo 9, tenemos que

$$250 s_{\overline{18}|0,01}(1,01) = 250(s_{\overline{18}|0,01} - 1)$$

Por tanto
$$\begin{aligned} X &= 5000 - 250(s_{\overline{18}|0,01} - 1) \\ &= 5000 - 250(20,81090 - 1) = 5000 - 4952,72 = \$47,28 \end{aligned}$$

Véanse los problemas 6-7.

APROXIMACION DE LA TASA DE INTERES. En el capítulo 6 se desarrolló una serie de fórmulas para aproximar la tasa de interés de compras a plazos. Ya que la serie de abonos conocidos constituye una anualidad cuyo plazo y valor presente son conocidos, consideremos aquí nuevamente el problema.

Ejemplo 7.

Un televisor puede ser comprado con \$449,50 al contado o \$49,50 de cuota inicial y \$27,50 mensuales durante 18 meses. (a) ¿Qué tasa nominal de interés se está cargando? (b) ¿Qué tasa efectiva de interés se está cargando?

(a) $A = 449,50 - 49,50 = 400$, $R = 27,50$, $n = 18$; con lo cual

$$27,50 a_{\overline{18}|i} = 400 \quad \text{y} \quad a_{\overline{18}|i} = \frac{400}{27,50} = 14,5455$$

En la tabla XIII, encontramos que para $n = 18$

$$a_{\overline{18}|0,02} = 14,9920 \quad \text{y} \quad a_{\overline{18}|0,025} = 14,3534$$

O sea, que i está entre 2% y 2½% y la tasa nominal j está entre 24% y 30% convertible mensualmente.

Para un resultado más preciso, podemos interpolar en la tabla XIII; en consecuencia,

$$0,005 \begin{bmatrix} 0,02 \\ i \\ 0,025 \end{bmatrix} x \quad -0,6386 \begin{bmatrix} 14,9920 \\ 14,5455 \\ 14,3534 \end{bmatrix} -0,4465$$

$$\frac{x}{0,005} = \frac{-0,4465}{-0,6386}, \quad x = \frac{0,4465}{0,6386} (0,005) = 0,00350$$

$$i = 0,02 + x = 0,02350$$

y $j = 12 \cdot i = 28,20\%$ es la tasa nominal convertible mensualmente.

(b) Designemos con i la tasa efectiva; entonces tenemos que

$$1 + i = (1,0235)^{12} = 1,3215$$

por tanto, $i = 32,15\%$.

Problemas resueltos

1. Demostrar que, $\frac{1}{s_{\overline{n}|i}} + i = \frac{1}{a_{\overline{n}|i}}$.

Tenemos que,

$$\begin{aligned} \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} + i &= \frac{i}{(1+i)^n - 1} + i = \frac{i + i(1+i)^n - i}{(1+i)^n - 1} \\ &= \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} = \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} \end{aligned}$$

2. La compañía XYZ debe acumular \$12.000 durante los próximos 10 años, para remplazar algunas máquinas. ¿Qué cantidad debe invertir al final de cada año en un fondo que paga el 3% efectivo para lograr su propósito?

$S = 12.000$, $i = 0,03$, $n = 10$; de (1) tenemos que,

$$R = S \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = 12.000 \frac{1}{s_{\overline{10}|0,03}} = 12.000(0,0872305) = \$1046,77$$

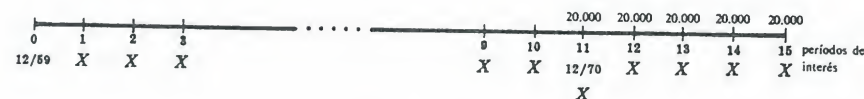
3. M compra un auto usado en \$1350. Acuerda pagar \$225 de cuota inicial y la diferencia en 15 abonos mensuales, el primero con vencimiento en un mes. Si el concesionario carga el 9% convertible mensualmente, ¿cuál es el importe del abono mensual?

$A = 1350 - 225 = 1125$, $i = 0,0075$, $n = 15$; de (2) tenemos

$$R = A \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = 1125 \frac{1}{a_{\overline{15}|0,0075}} = 1125(0,070736) = \$79,58$$

4. Principiando el 1.º de diciembre de 1970 y continuando por 4 años más, se necesitarán \$20.000 anuales para redimir ciertos bonos escolares. ¿Cuál será el importe de cada uno de los depósitos anuales que deberá hacerse en un fondo que paga el 2% efectivo, principiando el 1.º de diciembre de 1960 y continuando por 14 años más, para redimir los bonos en su vencimiento?

Designemos con X el depósito anual requerido. Los pagos para redimir los bonos constituyen una anualidad de 5 pagos de \$20.000 cada uno, y los depósitos constituyen una anualidad de 15 pagos de X cada uno. Igualando los montos de ambas anualidades (esto es, escribiendo una ecuación de valor con fecha focal el 1.º de diciembre de 1974), tenemos



$$X s_{\overline{15}|0,02} = 20.000 s_{\overline{5}|0,02}$$

Por tanto,

$$X = 20.000 s_{\overline{5}|0,02} \frac{1}{s_{\overline{15}|0,02}} = 20.000(5,2040402)(0,05782547) = \$6018,52$$

5. M ha estado acumulando un fondo al 3% efectivo, el cual le proporcionará un ingreso de \$2000 anuales durante 15 años, haciéndose el primer pago al cumplir 65 años de edad. Si desea reducir el número de pagos a 10, ¿cuánto recibirá anualmente?

Designemos con X el nuevo pago anual. El conjunto de los pagos originales



forma una anualidad cuyo valor presente es $2000 a_{\overline{13}|.03}$, y el nuevo conjunto de pagos forma una anualidad cuyo valor presente es $X a_{\overline{10}|.03}$. Por tanto,

$$X a_{\overline{10}|.03} = 2000 a_{\overline{13}|.03}$$

y

$$X = 2000 a_{\overline{13}|.03} \frac{1}{a_{\overline{10}|.03}} = 2000(11.937935)(0.1172305) = \$2798.98$$

6. Tan pronto B ahorre \$10,000, montará un taller de reparaciones. Si puede ahorrar \$500 cada 3 meses e invertirlos al 3% convertible trimestralmente, determinar el número de depósitos de \$500 que debe hacer, y el importe del depósito final.

$$S = 10,000, R = 500, i = 0.0075; \text{ por tanto,}$$

$$500 s_{\overline{n}|.0075} = 10,000 \quad \text{y} \quad s_{\overline{n}|.0075} = 20$$

En la tabla XII, para $i = 0.0075$ encontramos

$$s_{\overline{18}|.0075} = 19.1947 \quad \text{y} \quad s_{\overline{19}|.0075} = 20.3367$$

B tiene que hacer 18 depósitos de \$500 cada uno y un depósito final de X . Por lo cual,



$$X + 500 s_{\overline{18}|.0075} (1.0075) = 10,000$$

o sea (véase el ejemplo 5),

$$X + 500[s_{\overline{19}|.0075} - 1] = 10,000$$

y

$$X = 10,000 - 500(20.3367 - 1) = \$330.66$$

es el depósito final.

7. El 1.º de junio de 1971 M obtuvo un préstamo de \$5000 del banco XYZ, el cual carga el 5% de interés convertible trimestralmente. Acuerda pagar su deuda mediante pagos trimestrales de \$400 cada uno, haciendo el primero el 1.º de septiembre de 1971. (a) ¿Cuándo tendrá que hacer el último pago de \$400? (b) ¿Cuál es el importe del pago final que tendrá que hacer tres meses después? (c) ¿Cuánto deberá al banco precisamente después de hacer el 8.º pago?

$$A = 5000, R = 400, i = 0.0125; \text{ por tanto}$$

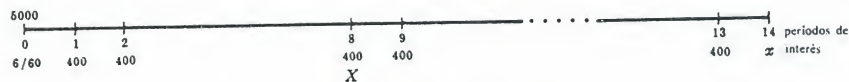
$$400 a_{\overline{n}|.0125} = 5000 \quad \text{y} \quad a_{\overline{n}|.0125} = 12.5$$

Utilizando la tabla XIII, encontramos

$$a_{\overline{13}|.0125} = 11.93018 \quad \text{y} \quad a_{\overline{14}|.0125} = 12.77055$$

(a) M hará 13 pagos de \$400, el último se hará el 1.º de septiembre de 1973.

(b) Para hallar el pago final x , tomamos el 1.º de diciembre de 1973 como fecha focal.



$$x = 5000(1.0125)^{14} - 400(s_{\overline{14}|.0125} - 1) \\ = 5000(1.189955) - 400(14.19638) = \$271.23$$

- (c) Designemos con X la suma que M debe al banco justamente después de haber hecho el 8.º pago. Tomando el 1.º de junio de 1972 como fecha focal, tenemos que

$$(i) \quad X = 400 a_{\overline{5}|.0125} + 271.23(1.0125)^{-5} \\ = 400(4.81784) + 271.23(0.92817) = \$2178.89$$

o, de otra forma,

$$(ii) \quad X = 5000(1.0125)^8 - 400 s_{\overline{8}|.0125} \\ = 5000(1.104486) - 400(8.35889) = \$2178.87$$

Problemas propuestos

8. ¿Cuánto debe invertir M al final de cada 3 meses, durante los próximos 4 años, en un fondo que paga el 4% convertible trimestralmente con el objeto de acumular \$2500? *Resp.* \$144.86
9. Una ciudad emite \$100,000 en bonos a 20 años y constituye un fondo para redimirlos a su vencimiento. ¿Cuánto debe tomarse anualmente de los impuestos para este propósito si el fondo produce el 2½%? *Resp.* \$3914.71
10. M compra un piano que cuesta \$1250. Paga \$350 iniciales y acuerda hacer pagos mensuales de X pesos cada uno por los próximos 2 años venciendo el primero en un mes. Hallar X con intereses al 8% convertible mensualmente. *Resp.* \$40.71
11. Remplazar una serie de pagos de \$2000 al final de cada año por el equivalente en pagos mensuales al final de cada mes suponiendo un interés al 6% convertible mensualmente. *Resp.* \$162.13
12. Con el objeto de tener disponibles \$8000 el 1.º de junio de 1970, se tendrán que hacer depósitos iguales cada 6 meses en un fondo que paga el 5% convertible semestralmente. Determinar el importe del depósito requerido. *Resp.* \$484.30
13. Sustituir una serie de pagos de \$3000 al principio de cada año por el equivalente en pagos al final de cada 3 meses suponiendo intereses de 4% convertible trimestralmente. *Resp.* \$768.84
14. Para liquidar una deuda de \$10,000, con intereses al 4% convertible semestralmente, B acuerda hacer una serie de pagos de X cada uno, el primero con vencimiento al término de 6 meses y el último con vencimiento en cinco años y un año después un pago de \$2500. Hallar X . *Resp.* \$893.82
15. Al 1.º de mayo de 1970, M tiene \$2475.60 en un fondo que paga el 3% convertible trimestralmente. Haciendo depósitos trimestrales iguales en el fondo, el 1.º de agosto de 1970 y el último el 1.º de noviembre de 1976, tendrá en esta última fecha \$10,000 en el fondo. Hallar el depósito requerido. *Resp.* \$244.61
16. M desea acumular \$7500 en un fondo que paga el 5% convertible semestralmente, haciendo depósitos semestrales de \$250 cada uno. (a) ¿Cuántos depósitos completos tendrá que hacer? (b) ¿Qué depósito adicional hecho en la fecha del último depósito completará los \$7500? (c) ¿Qué depósito hecho 6 meses después del último depósito completo completará los \$7500? *Resp.* (a) 22, (b) \$284.28, (c) \$103.89
17. Como beneficiaria de una póliza de \$10,000 de seguro, una viuda recibirá \$1000 inmediatamente y posteriormente \$500 cada tres meses. Si la compañía paga intereses al 2% convertible trimestralmente, (a) ¿cuántos pagos completos de \$500 recibirá?, (b) ¿con qué suma adicional, pagada con el último pago completo, cesará el beneficio?, (c) ¿con qué suma pagada 3 meses después del último pago completo cesará el beneficio? *Resp.* (a) 18, (b) \$452.47, (c) \$454.73

18. B adquiere un auto de \$3250 con una cuota inicial de \$500. Un mes después empezará una serie de pagos mensuales de \$100 cada uno. Si le cargan intereses de 12% convertible mensualmente, (a) ¿cuántos pagos completos deberá hacer?, (b) ¿qué cantidad pagada, un mes después del último pago completo, saldará su deuda? Resp. (a) 32, (b) \$32,00
19. Al cumplir 45 años, M depositó \$1000 en un fondo que paga el $3\frac{1}{2}\%$, y continuó haciendo depósitos similares cada año, el último al cumplir 64 años. A partir de los 65 años, M desea hacer retiros anuales de \$2000. (a) ¿Cuántos de dichos retiros podrá hacer? (b) ¿Con qué retiro final, hecho un año después del último retiro completo, se agotará el fondo? Resp. (a) 19, (b) \$1711,24
20. Una persona obtiene un préstamo de \$4000 y acuerda pagarlo con intereses al 4% convertible trimestralmente en pagos trimestrales de \$300 cada uno, durante el tiempo necesario. Si el primer pago lo hace 3 meses después de recibido el dinero, (a) determinar el número necesario de pagos completos, (b) hallar el pago final que se hará 3 meses después del último pago completo. Resp. (a) 14, (b) \$114,81
21. Una institución de préstamos otorga préstamos de \$200 pagaderos con 12 pagos mensuales de \$20,15 cada uno. Hallar la tasa convertible mensualmente que se carga. Resp. 36,60%
22. M coloca \$300 al final de cada 3 meses durante 6 años en un fondo mutuo de inversión. Al final de 6 años él adquiere acciones valuadas en \$9874,60. ¿Qué tasa nominal convertible trimestralmente ganó su inversión? Resp. 10,56%
23. Una aspiradora puede ser adquirida con \$125 de contado o mediante una cuota inicial de \$20, seguido de 10 pagos mensuales de \$11 cada uno. Hallar la tasa nominal convertible mensualmente y la tasa efectiva cargada. Resp. 10,32%; 10,82%
24. Para comprar un televisor con costo de \$650, puede obtenerse un préstamo del banco ABC y liquidarlo con 12 pagos mensuales de \$60 cada uno. También puede conseguirse el dinero en el banco XYZ y pagarlo con una suma de \$750 al término de 1 año. Comparar las tasas efectivas de interés cargadas y demostrar que el plan del banco XYZ es más conveniente.
25. ¿A qué tasa nominal convertible trimestralmente, el monto de 20 depósitos trimestrales de \$200 cada uno, será de \$5250, justamente después del último depósito? Resp. 11,08%
26. M compró una granja con valor de \$25.000. Pagó \$12.000 iniciales y acordó pagar el saldo con intereses al 3%, mediante pagos anuales de \$2000, tanto tiempo como fuera necesario y un pago final menor un año más tarde. Justamente después del tercer pago anual, los documentos firmados por M se vendieron a un inversionista que esperaba ganar el $3\frac{1}{2}\%$. ¿Cuál fue el precio de venta? Resp. \$7921,51

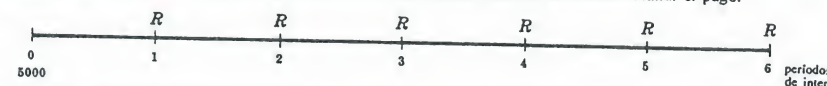
Capítulo 11

Amortización y fondos de amortización

AMORTIZACION. Se dice que un documento que causa intereses está *amortizado* cuando todas las obligaciones-contráidas (tanto capital como intereses) son liquidadas mediante una serie de pagos (generalmente iguales), hechos en intervalos de tiempos iguales.

Ejemplo 1.

Una deuda de \$5000 con intereses al 5% convertible semestralmente se va a amortizar mediante pagos semestrales iguales R en los próximos 3 años, el primero con vencimiento al término de 6 meses. Hallar el pago.



Los 6 pagos R constituyen una anualidad cuyo valor presente es \$5000. Por tanto

$$R a_{\overline{6}|0,025} = 5000 \quad \text{y} \quad R = 5000 \frac{1}{a_{\overline{6}|0,025}} = \$907,75$$

Amorticemos una deuda A amparada con un documento que causa intereses, mediante una serie de n pagos de R cada uno, tal como en el ejemplo 1. Cada pago R se aplica en primer lugar para el pago del interés vencido en la fecha del pago; la diferencia se utiliza para disminuir la deuda. En consecuencia, la cantidad disponible para disminuir la deuda aumenta con el transcurso del tiempo.

La parte de la deuda no cubierta en una fecha dada se conoce como *saldo insoluto* o *capital insoluto* en la fecha. El capital insoluto al inicio del plazo es la deuda original. El capital insoluto al final del plazo es 0 en teoría, sin embargo, debido a la práctica de redondear al centavo más próximo, puede variar ligeramente de 0. El *capital insoluto justamente después de que se ha efectuado un pago es el valor presente de todos los pagos que aún faltan por hacerse.*

TABLA DE AMORTIZACION. Para efectos contables es conveniente preparar una tabla que muestre la distribución de cada pago de la amortización respecto a los intereses que cubre y a la reducción de la deuda.

Ejemplo 2.

Construir una tabla de amortización para la deuda del ejemplo 1.

| Período | (a) Capital insoluto al principio del período | (b) Interés vencido al final del período | (c) Pago | (d) Capital pagado al final del período |
|---------|--|---|-------------|--|
| 1 | 5000,00 | 125,00 | 907,75 | 782,75 |
| 2 | 4217,25 | 105,43 | 907,75 | 802,32 |
| 3 | 3414,93 | 85,37 | 907,75 | 822,38 |
| 4 | 2592,55 | 64,81 | 907,75 | 842,94 |
| 5 | 1749,61 | 43,74 | 907,75 | 864,01 |
| 6 | 885,60 | 22,14 | 907,75 | 885,61 |
| Totales | | 446,49 | 5446,50 | 5000,01 |

La tabla se llena por renglones como sigue: El capital insoluto (a) al principio del primer periodo es la deuda original de \$5000. El interés vencido (b) al final de ese mismo periodo es $5000(0,025) = \$125$. El pago semestral (c) es \$907,75, de los cuales se utilizan \$125 para el pago del interés vencido y $\$907,75 - 125 = \$782,75$ se utilizan para el pago del capital (d). Al principio del segundo periodo el capital insoluto (a) es $5000 - 782,75 = \$4217,25$. Al término de este periodo, el interés vencido (b) es $4217,25(0,025) = \$105,43$. Del pago (c) de \$907,75, quedan $907,75 - 105,43 = \$802,32$ para pago del capital (d). Al principio del tercer periodo, el capital insoluto (a) es $4217,25 - 802,32 = \$3414,93$ y así sucesivamente.

Cuando tiene que hacerse un gran número de pagos, debe revisarse la tabla ocasionalmente durante su elaboración.

Ejemplo 3.

En el ejemplo 1, hallar el capital insoluto justamente después del 4o. pago y comparar con la cifra de la tabla del ejemplo 2.

El capital insoluto P justamente después del 4o. pago es el valor presente de los $6 - 4 = 2$ pagos que aún faltan por hacerse. En consecuencia

$$P = 907,75 a_{\overline{2}|0,025} = \$1749,62$$

INTERES EN EL VALOR DE UN BIEN ADQUIRIDO. Cuando se compra un bien mediante una serie de pagos parciales, el *interés del comprador* del bien, en cualquier tiempo, es aquella parte del precio del bien que ha pagado. Al mismo tiempo, el *interés del vendedor* del bien, es aquel que queda por pagarse, esto es, el capital insoluto en la fecha. Claramente vemos que

$$\text{interés del comprador} + \text{interés del vendedor} = \text{precio de venta}$$

Ejemplo 4.

M compró una casa en \$25.000. Paga \$10.000 de cuota inicial y el saldo lo amortiza con intereses al 6% convertible mensualmente, mediante pagos iguales al final de cada mes en los próximos 10 años. ¿Cuál es el interés justamente después de hacer el 50o. pago periódico?

El pago periódico es $R = 15.000 \frac{1}{a_{\overline{120}|0,005}} = \$166,53$. El capital insoluto justamente después del 50o. pago periódico es $166,53 a_{\overline{70}|0,005} = \$9815,18$. Del precio de venta de \$25.000, M debe aún \$9815,18. Su interés en la propiedad es $25.000 - 9815,18 = \$15.184,82$.

Véanse los problemas 1-2.

EXTINCION DE DEUDAS CONSOLIDADAS. Cuando una deuda contraída mediante la emisión de bonos con intereses es amortizada, cada pago se aplica para cubrir los intereses correspondientes vencidos y para redimir un cierto número de bonos. Los pagos periódicos no pueden permanecer iguales, sin embargo tienen que ser lo más similares que sea posible. Por ejemplo, si la denominación de los bonos es \$100 y se dispone de \$712,86, serán redimidos 7 bonos; si se dispone de \$763,49, se redimirán 8 bonos.

Ejemplo 5.

Construir una tabla para la liquidación mediante 6 pagos anuales, lo más iguales posible, de una deuda de \$30.000 contraída mediante la emisión de bonos de \$100 con intereses al 5%.

La deuda de \$30.000 con intereses al 5%, será liquidada mediante 6 pagos anuales iguales de

$$R = 30.000 \frac{1}{a_{\overline{6}|0,05}} = \$5910,52$$

Al término del primer año, el cargo por intereses es $30.000(0,05) = 1500$. Quedan disponibles $5910,52 - 1500 = \$4410,52$ para el retiro de 44 bonos. Quedan ahora $300 - 44 = 256$ bonos que representan un capital insoluto al principio del segundo año de \$25.600. Al final del segundo año, el cargo por intereses es $25.000(0,05) = \$1280$. Hay disponibles $5910,52 - 1280 = \$4630,52$ para el retiro de 46 bonos. Quedan ahora $256 - 46 = 210$ bonos, que representan un capital insoluto al principio del tercer año de \$21.000 y así sucesivamente.

TABLA QUE MUESTRA LOS PAGOS PARA LA EXTINCION DE UNA DEUDA CONSOLIDADA

| Periodo | Capital insoluto al principio del periodo | Interés vencido | Número de bonos retirados | Pago periódico |
|---------|---|-----------------|---------------------------|----------------|
| 1 | 30.000,00 | 1500,00 | 44 | 5.900,00 |
| 2 | 25.600,00 | 1280,00 | 46 | 5.880,00 |
| 3 | 21.000,00 | 1050,00 | 49 | 5.950,00 |
| 4 | 16.100,00 | 805,00 | 51 | 5.905,00 |
| 5 | 11.000,00 | 550,00 | 54 | 5.950,00 |
| 6 | 5.600,00 | 280,00 | 56 | 5.880,00 |
| Totales | | 5465,00 | 300 | 35.465,00 |

Véanse los problemas 3-4.

FONDOS DE AMORTIZACION. En el método de fondo de amortización para liquidar una deuda, el acreedor recibe el interés pactado en su vencimiento y el valor nominal de la deuda al término del plazo. Con el objeto de poder hacer el último pago, el deudor crea un fondo por separado en el cual hace depósitos periódicos iguales durante el plazo, de tal forma que justamente después del último depósito, el fondo importa el valor de la deuda original. Es de suponerse que el fondo gana intereses, pero no necesariamente a la misma tasa que carga el acreedor.

Ejemplo 6.

Una deuda de \$5000 con vencimiento al término de 5 años, sin intereses, va a ser liquidada mediante el sistema de fondo de amortización. Si se van a hacer 5 depósitos anuales iguales, el primero con vencimiento en un año, en un fondo donde gana el 3%, hallar el importe de cada depósito.

El monto de los cinco depósitos anuales de R cada uno, justamente después de efectuado el último es \$5000; por tanto

$$R s_{\overline{5}|0,03} = 5000 \quad \text{y} \quad R = 5000 \frac{1}{s_{\overline{5}|0,03}} = \$941,78$$

Ejemplo 7.

Una deuda de \$5000 que devenga intereses al 5% convertible semestralmente va a ser liquidada mediante el método de fondo de amortización. Si se van a hacer 8 depósitos semestrales iguales, el primero con vencimiento en 6 meses, en un fondo que paga el 3% convertible semestralmente, hallar, (a) el importe R de cada depósito, y (b) el costo semestral C de la deuda.

$$(a) \quad R = 5000 \frac{1}{s_{\overline{8}|0,015}} = \$592,92$$

(b) El cargo semestral por intereses es $5000(0,025) = \$125$. El costo semestral de la deuda es el cargo por intereses más el depósito periódico en el fondo de amortización, en consecuencia

$$C = 125 + 592,92 = \$717,92$$

TABLA DEL FONDO DE AMORTIZACION. El crecimiento del fondo de amortización del ejemplo 7 se muestra en la siguiente tabla:

TABLA DEL FONDO DE AMORTIZACION

| Período | (a) Aumento de interés | (b) Depósito | (c) Incremento al fondo | (d) Importe del fondo al final del período |
|---------|------------------------------|-----------------|-------------------------------|--|
| 1 | 0 | 592,92 | 592,92 | 592,92 |
| 2 | 8,89 | 592,92 | 601,81 | 1194,73 |
| 3 | 17,92 | 592,92 | 610,84 | 1805,57 |
| 4 | 27,08 | 592,92 | 620,00 | 2425,57 |
| 5 | 36,38 | 592,92 | 629,30 | 3054,87 |
| 6 | 45,82 | 592,92 | 638,74 | 3693,61 |
| 7 | 55,40 | 592,92 | 648,32 | 4341,93 |
| 8 | 65,13 | 592,92 | 658,05 | 4999,98 |
| Totales | 256,62 | 4743,36 | 4999,98 | |

Al final del primer período se efectúa un depósito (b) de \$592,92 y constituye tanto el incremento al fondo (c) como el importe del fondo (d) al final del primer período. Al final del segundo período el aumento por intereses (a) es $592,92(0,015) = \$8,89$, el depósito (b) es \$592,92 y el incremento en el fondo (c) es $8,89 + 592,92 = \$601,81$, y el importe del fondo (d) es $592,92 + 601,81 = \$1194,73$. Al final del tercer período, el aumento por interés (a) es $1194,73(0,015) = \$17,92$, el depósito (b) es \$592,92, el incremento en el fondo (c) es $17,92 + 592,92 = \$610,84$, y el importe del fondo (d) es ahora $1194,73 + 610,84 = \$1805,57$, y así sucesivamente.

La diferencia de \$0,02 en la última cifra de (d) es debida al redondeo de cada cifra a la centena. Al construir una tabla de fondo de amortización es recomendable comprobar las cifras ocasionalmente.

Ejemplo 8.

En el ejemplo 7, hallar: (a) El importe del fondo justamente después del 5o. depósito; (b) cuánto del incremento al fondo por el 6o. depósito es debido a intereses.

- (a) El importe del fondo justamente después del 5o. depósito es $592,92 s_{\overline{5}|0,015} = \$3054,88$.
- (b) El aumento por intereses al efectuarse el 6o. depósito es el interés producido en un período por el monto en el fondo justamente después del 5o. depósito, en consecuencia, el incremento es $3054,88(0,015) = \$45,82$.

Véanse los problemas 5-6.

DEPRECIACION. En los capítulos 1 y 3 se discutieron algunos métodos para la depreciación de activos físicos. En cada método, se constituye un fondo de depreciación para tener al final de la vida útil del activo la diferencia entre el costo original y el valor de salvamento, en su caso. Si la vida útil del activo es n años, la meta se alcanza por el método lineal del capítulo 1 haciendo n depósitos iguales anuales en un fondo de depreciación. Hay dos objeciones a este simple procedimiento.

La primera objeción está relacionada con el hecho de que la más fuerte depreciación de la mayoría de los activos ocurre durante el primer año de uso y posteriormente la depreciación decrece año tras año, mientras que por el método lineal se supone que es la misma para cada año. Esta objeción fue refutada mediante el método de porcentaje-constante del capítulo 3.

La segunda objeción proviene del hecho de que aun cuando el fondo de depreciación es normalmente utilizado como capital de trabajo por la compañía, no se acredita interés al fondo en ningún método. Esta objeción se refuta con el método de fondo de amortización. Designemos con C el costo original, S el valor de salvamento y n (años) la vida útil del activo. Si i es la tasa efectiva ganada por el fondo de depreciación, el depósito anual R en el fondo estará dado por

$$R \cdot s_{\overline{n}|i} = C - S \quad \text{o sea} \quad R = (C - S) \frac{1}{s_{\overline{n}|i}}$$

En esta forma, el incremento anual al fondo será ahora la suma del cargo por depreciación anual R y del interés ganado por el fondo durante el año. Excepto por la columna que nos da el valor en libros del activo, la tabla es la misma que para un fondo de amortización ordinario.

Ejemplo 9.

Se estima que una máquina cuyo costo de nueva es \$4000 tendrá después de 6 años de uso un valor de salvamento de \$400. Si el fondo de depreciación gana el 3% efectivo, aplíquese el método de fondo de amortización para, (a) hallar el depósito anual en el fondo, (b) hallar el monto del fondo al término del 4o. año, y (c) preparar una tabla de depreciación.

- (a) $C = 4000$, $S = 400$, $n = 6$, $i = 0,03$; por tanto

$$R \cdot s_{\overline{6}|0,03} = 4000 - 400 = 3600$$

y

$$R = 3600 \frac{1}{s_{\overline{6}|0,03}} = 3600(0,154598) = \$556,55$$

- (b) Inmediatamente después del 4o. depósito, el monto en el fondo de depreciación es

$$556,55 s_{\overline{4}|0,03} = 556,55(4,18363) = \$2328,40$$

- (c)

| Antigüedad | Cargo por depreciación | Interés sobre el fondo | Incremento al fondo | Importe del fondo | Valor en libros |
|------------|------------------------|------------------------|---------------------|-------------------|-----------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4000,00 |
| 1 | 556,55 | 0 | 556,55 | 556,55 | 3443,45 |
| 2 | 556,55 | 16,70 | 573,25 | 1129,80 | 2870,20 |
| 3 | 556,55 | 33,89 | 590,44 | 1720,24 | 2279,76 |
| 4 | 556,55 | 51,61 | 608,16 | 2328,40 | 1671,60 |
| 5 | 556,55 | 69,85 | 626,40 | 2954,80 | 1045,20 |
| 6 | 556,55 | 88,64 | 645,19 | 3599,99 | 400,01 |

El error de \$0,01 en el valor en libros final es debido al redondeo de todas las cifras a dos decimales.

Debe notarse que mientras que el método de fondo de amortización acredita interés al fondo de depreciación, aumentan las otras características objetables del método lineal, ya que ahora el fondo de depreciación se incrementa con cantidades crecientes cada año.

AGOTAMIENTO. La pérdida de valor de una mina o de un pozo petrolero por la extracción gradual de metal o petróleo, de los cuales depende su valor, se conoce como *agotamiento*. El comprador de uno de estos activos espera recibir:

- interés a una cierta tasa por su inversión, y
- el reembolso eventual de su inversión original.

En consecuencia, el producto anual del activo debe alcanzar tanto para el interés requerido como para el fondo de amortización (fondo de reembolso), el cual alcanzará el valor de la inversión original menos cualquier valor de salvamento del activo en la fecha en que esté agotado.

Ejemplo 10.

Se estima que una mina producirá un rendimiento anual de \$25.000 durante los próximos 20 años, quedando sin valor al término de dicho período. Si el fondo de reembolso gana el $3\frac{1}{2}\%$ efectivo, hallar el precio de compra que proporcione un rendimiento de 5%.

Designemos el precio de compra con V . El rendimiento anual debe proporcionar $0,05V$ por intereses y $V \frac{1}{s_{20|0,035}}$ para depósito en el fondo de reembolso, en consecuencia

$$0,05V + V \frac{1}{s_{20|0,035}} = 25.000$$

y

$$V = \frac{25.000}{0,05 + \frac{1}{s_{20|0,035}}} = \frac{25.000}{0,08536108} = \$292.873,52$$

Véanse los problemas 7-8.

Problemas resueltos

1. Un comerciante pide un préstamo de \$20.000 para renovar su tienda. Acuerda amortizar su deuda, capital e intereses al $4\frac{1}{2}\%$, mediante pagos anuales iguales por los próximos 8 años, el primero con vencimiento en un año. Hallar, (a) el costo anual de la deuda, (b) el capital insoluto justamente después del 6o. pago, y (c) en cuánto se reduce la deuda con el 4o. pago.

(a) el pago anual es $R = 20.000 \frac{1}{a_{8|0,045}} = \$3032,19$.

(b) el capital insoluto justamente después del 6o. pago es $3032,19 a_{2|0,045} = \$5678,28$.

(c) el capital insoluto justamente después del 3er. pago es $3032,19 a_{5|0,045} = \$13.311,24$. El interés vencido cuando sea hecho el 4o. pago es $13.311,24(0,045) = \$599,01$. El 4o. pago reduce la deuda en $3032,19 - \$599,01 = \$2433,18$.

2. Una deuda de \$3600 con intereses al 6% convertible semestralmente se va a amortizar mediante pagos semestrales de \$900 cada uno, el primero con vencimiento al término de 6 meses, junto con un pago parcial final si fuera necesario. Construir una tabla. Hallar en forma independiente el capital insoluto justamente después del tercer pago.

Tal como en el capítulo 10, tenemos

$$900 a_{\overline{4}|0,03} = 3600 \quad \text{y} \quad a_{\overline{4}|0,03} = 4$$

por lo que, aplicando la tabla XIII, vemos que se requieren 4 pagos completos. La construcción de la tabla es similar a la del ejemplo 2.

| Período | Capital insoluto al principio del período | Interés vencido al final del período | Pago | Capital pagado al final del período |
|---------|---|--------------------------------------|---------|-------------------------------------|
| 1 | 3600,00 | 108,00 | 900,00 | 792,00 |
| 2 | 2808,00 | 84,24 | 900,00 | 815,76 |
| 3 | 1992,24 | 59,77 | 900,00 | 840,23 |
| 4 | 1152,01 | 34,56 | 900,00 | 865,44 |
| 5 | 286,57 | 8,60 | 295,17 | 286,57 |
| Totales | | 295,17 | 3895,17 | 3600,00 |

El capital insoluto requerido puede encontrarse sin que sea necesario determinar primero el pago final (parcial). De la línea de tiempo



tenemos que el capital insoluto P justamente después del tercer pago es

$$\begin{aligned} P &= 3600(1,03)^3 - 900 s_{\overline{3}|0,03} \\ &= 3600(1,092727) - 900(3,09090) = \$1152,01 \end{aligned}$$

3. Una deuda de \$500.000 distribuida en 100 bonos de \$1000, 500 bonos de \$500 y 1500 bonos de \$100 que pagan intereses de 4% convertible semestralmente, será amortizada en los próximos 5 años mediante pagos semestrales lo más iguales posible. Construir una tabla.

Si los pagos semestrales fueran iguales, cada uno sería de

$$R = 500.000 \frac{1}{a_{\overline{10}|0,02}} = \$55.663,26$$

No hay ninguna estipulación sobre la distribución de la suma disponible en cualquier período entre las tres denominaciones. En la tabla dada a continuación, \$35.000 de la suma disponible se han utilizado para redimir 10 de los bonos de \$1000 y 50 de los bonos de \$500.

| Período | Capital insoluto | Interés vencido | Número de bonos redimidos | | | Pago semestral |
|---------|------------------|-----------------|---------------------------|-------|-------|----------------|
| | | | \$1000 | \$500 | \$100 | |
| 1 | 500.000,00 | 10.000,00 | 10 | 50 | 107 | 55.700,00 |
| 2 | 454.300,00 | 9.086,00 | 10 | 50 | 116 | 55.686,00 |
| 3 | 407.700,00 | 8.154,00 | 10 | 50 | 125 | 55.654,00 |
| 4 | 360.200,00 | 7.204,00 | 10 | 50 | 135 | 55.704,00 |
| 5 | 311.700,00 | 6.234,00 | 10 | 50 | 144 | 55.634,00 |
| 6 | 262.300,00 | 5.246,00 | 10 | 50 | 154 | 55.646,00 |
| 7 | 211.900,00 | 4.238,00 | 10 | 50 | 164 | 55.638,00 |
| 8 | 160.500,00 | 3.210,00 | 10 | 50 | 175 | 55.710,00 |
| 9 | 108.000,00 | 2.160,00 | 10 | 50 | 185 | 55.660,00 |
| 10 | 54.500,00 | 1.090,00 | 10 | 50 | 195 | 55.590,00 |
| Totales | | 56.622,00 | 100 | 500 | 1500 | 556.622,00 |

4. Una deuda de \$100.000 en forma de bonos de \$1000 que devengan intereses al 3% se amortizarán durante los próximos 5 años mediante pagos anuales lo más iguales posible. Los bonos están cotizados en el mercado de valores a 90. Construir una tabla.

Decir que un bono está cotizado en 90 significa que un bono de \$1000 puede ser comprado en \$900. En consecuencia, el valor presente de la deuda es \$90.000 y la tasa de interés es $\frac{\text{pago por interés}}{\text{precio}} = \frac{30}{900} = 0,03\frac{1}{3}$. El pago semestral igual, necesario para liquidar la deuda sería

$$\begin{aligned} R &= 90.000 \frac{1}{a_{\overline{5}|0,03\frac{1}{3}}} = 90.000 \left\{ \frac{1}{a_{\overline{5}|0,03}} + \frac{2}{3} \left[\frac{1}{a_{\overline{5}|0,03}} - \frac{1}{a_{\overline{5}|0,03}} \right] \right\} \\ &= 90.000(0,2204391) = \$19.839,52 \end{aligned}$$

interpolando en la tabla XIV.

El interés vencido al final del primer año es $100.000(0,03) = \$3000$. Quedan disponibles $19.839,52 - 3000 = 16.839,52$ con lo cual pueden redimirse 19 bonos de \$900 cada uno. La tabla completa es la siguiente

| Período | Capital insoluto | Interés vencido | Número de bonos adquiridos | Costo de los bonos | Pago total anual |
|---------|------------------|-----------------|----------------------------|--------------------|------------------|
| 1 | 100.000,00 | 3.000,00 | 19 | 17.100,00 | 20.100,00 |
| 2 | 81.000,00 | 2.430,00 | 19 | 17.100,00 | 19.530,00 |
| 3 | 62.000,00 | 1.860,00 | 20 | 18.000,00 | 19.860,00 |
| 4 | 42.000,00 | 1.260,00 | 21 | 18.900,00 | 20.160,00 |
| 5 | 21.000,00 | 630,00 | 21 | 18.900,00 | 19.530,00 |
| Totales | | 9.180,00 | | 90.000,00 | 99.180,00 |

5. La compañía XYZ obtiene un préstamo de \$10.000 por 5 años al 6% convertible semestralmente. Con el objeto de pagar el capital al término de los 5 años, se establece en una cuenta de ahorros que paga el 4% convertible semestralmente, un fondo de amortización mediante depósitos semestrales iguales, el primero con vencimiento en 6 meses. Hallar, (a) el costo semestral de la deuda, (b) la tasa nominal convertible semestralmente que la compañía está pagando para liquidar la deuda.

(a) El cargo por intereses es $10.000(0,03) = \$300$.

El depósito periódico en el fondo de amortización es $10.000 \frac{1}{s_{\overline{10}|0,02}} = \$913,27$.

El costo semestral de la deuda es $300 + 913,27 = \$1213,27$.

(b) En lugar de pagar ahora \$10.000 la compañía XYZ paga \$1213,27 al final de cada 6 meses durante los próximos 5 años. Sea la tasa nominal requerida $2i$ convertible semestralmente. Tenemos que

$$1213,27 a_{\overline{10}|i} = 10.000 \quad \text{o sea} \quad \frac{1}{a_{\overline{10}|i}} = \frac{1213,27}{10.000} = 0,121327$$

Interpolando en la tabla XIV, $i = 0,03677$ y la tasa requerida es 7,35% convertible semestralmente.

6. M desea un préstamo de \$20.000 a 6 años. El Banco Nacional, presta el dinero al $5\frac{1}{2}\%$ si la deuda se amortiza en anualidades. El Banco Regional presta el dinero al 5% si el interés se paga anualmente y el capital al término de 6 años. Si se establece un fondo de amortización, pagando el 3% mediante depósitos anuales iguales, el primero con vencimiento en 1 año, ¿qué plan es más barato y cuánto se ahorraría anualmente aceptándolo?

Si se utiliza el plan del Banco Nacional, el costo anual de la deuda sería

$$R_1 = 20.000 \frac{1}{a_{\overline{6}|0,055}} = \$4003,58$$

Si se utiliza el plan del Banco Regional, el costo anual de la deuda sería

$$R_2 = 20.000(0,05) + 20.000 \frac{1}{s_{\overline{6}|0,03}} = \$4091,95$$

El plan del Banco Nacional es $4091,95 - 4003,58 = \$88,37$ más barato anualmente.

7. Resolver el ejemplo 10 si al término de 20 años la propiedad puede ser vendida en \$5000.

Sea V el precio de compra requerido. En este caso el cargo por intereses es $0,05V$ mientras que el fondo de reembolso debe acumular la diferencia entre el costo original V y el valor de reventa, esto es $V - 5000$. Por tanto

$$0,05V + (V - 5000) \frac{1}{s_{\overline{20}|0,035}} = 25.000$$

$$y \quad V = \frac{25.000 + 5000 \frac{1}{s_{\overline{20}|0,035}}}{0,05 + \frac{1}{s_{\overline{20}|0,035}}} = \frac{25.000 + 5000(0,035361)}{0,08536108} = \$294.944,72$$

8. Se estima que una mina tendrá un rendimiento neto anual de \$75.000 en los próximos 10 años, al término de los cuales podrá venderse en \$10.000. Hallar el rendimiento anual que obtendría un comprador sobre su inversión si paga \$375.000 por la mina y el fondo de reembolso se acumula al 4%.

Designemos con r el rendimiento anual requerido. El interés ganado por el inversionista es 375.000 y el depósito anual en el fondo de reembolso es $365.000 \frac{1}{s_{\overline{10}|0,04}}$. Por lo cual

$$375.000r + 365.000 \frac{1}{s_{\overline{10}|0,04}} = 75.000 \quad y \quad r = \frac{75.000 - 365.000 \frac{1}{s_{\overline{10}|0,04}}}{375.000} = 11,89\%$$

Problemas propuestos

9. Hallar el pago anual necesario para amortizar una deuda de \$5000 con intereses al $4\frac{1}{2}\%$, en 12 años. Resp. \$548,33
10. Hallar el pago trimestral que debe hacer M para amortizar una deuda de \$5000 con intereses al 4% convertible trimestralmente, en 10 años. Resp. \$152,28
11. Una deuda de \$10.000 con intereses al 6% convertible trimestralmente está siendo amortizada mediante pagos trimestrales iguales durante los próximos 8 años. Hallar, (a) el capital insoluto justamente después del 12o. pago, (b) el capital insoluto justamente antes del 15o. pago, (c) la distribución del 20o. pago respecto al pago de interés y a la reducción del capital. Resp. (a) \$6794,83; (b) \$6295,77; (c) \$69,64; \$326,13
12. Una persona obtiene un préstamo de \$10.000 con intereses al $3\frac{1}{2}\%$. La deuda será liquidada mediante un pago de \$2500 al término de 4 años, seguido de 6 pagos anuales iguales. (a) Hallar el pago periódico necesario. (b) Hallar el capital insoluto justamente después del tercer pago periódico. (c) ¿Qué parte del último pago se aplica al pago de intereses? Resp. (a) \$1684,36; (b) \$4718,96; (c) \$56,96
13. Construir una tabla para la amortización de
(a) una deuda de \$4000 con intereses al 4%, mediante 5 pagos anuales iguales.
(b) una deuda de \$6000 con intereses al 6% convertible semestralmente, mediante 6 pagos semestrales iguales.
14. Construir una tabla para el pago de una deuda de \$200.000, en bonos de \$1000 que devengan intereses al 3%, durante un período de 5 años, procurando que el costo anual sea lo más igual posible.

15. Construir una tabla para el pago de 5 bonos de \$10,000 cada uno, 20 bonos de \$1000 cada uno, 35 bonos de \$500 cada uno y 125 bonos de \$100 cada uno, pagando 4% por los próximos 6 años, procurando que el costo anual sea lo más igual posible.
16. Hallar el importe del depósito anual que es necesario hacer en un fondo de amortización que paga el $4\frac{1}{2}\%$ efectivo, para liquidar una deuda de \$25,000 con vencimiento en 10 años. Resp. \$2034.47
17. Una empresa obtiene un préstamo de \$50,000 a 10 años, acordando pagar intereses de 5% al final de cada año, y al mismo tiempo, establecer un fondo de amortización para el pago del capital. (a) Hallar el costo anual de la deuda si el fondo paga el $3\frac{1}{2}\%$. (b) ¿Cuánto habrá en el fondo justamente después del 7o. depósito? (c) ¿Qué tanto del incremento al fondo en la fecha del 5o. depósito es debido a intereses? Resp. (a) \$6762.07; (b) \$33,156.38; (c) \$628.75
18. Una deuda de \$75,000 va a ser liquidada al término de 20 años, teniéndose que pagar intereses de 4% convertible trimestralmente, cada tres meses. Puede establecerse un fondo de amortización mediante depósitos trimestrales iguales, el primero de los cuales vencería en tres meses, ganando el fondo intereses de 3% convertible trimestralmente. Hallar, (a) el costo trimestral de la deuda, (b) la tasa nominal convertible trimestralmente a la cual podría ser amortizada la deuda con el mismo gasto trimestral. Resp. (a) \$1437.62; (b) 4.62%
19. El 1o. de junio de 1960, una institución empezó a hacer depósitos anuales de R cada uno en un fondo que produce el 3% efectivo, para poder disponer de \$15,000 anuales durante los siguientes 5 años, con los cuales redimirá unos bonos emitidos. Los primeros bonos vencen el 1o. de junio de 1970. Hallar R si el último depósito en el fondo se hace, (a) el 1o. de junio de 1970, (b) el 1o. de junio de 1974.
Sugerencia. (a) $R = 15,000(1 + a_{\overline{4}|.03}) \frac{1}{s_{\overline{11}|.03}}$ (b) $R = 15,000 s_{\overline{5}|.03} \frac{1}{s_{\overline{15}|.03}}$
20. Construir una tabla para acumular, (a) \$6000 mediante depósitos anuales iguales, al término de cada uno de los próximos 4 años, en un fondo que produce el 3% efectivo, (b) \$8000 mediante depósitos anuales iguales, al término de cada uno de los próximos 5 años en un fondo que produce el $2\frac{1}{2}\%$ efectivo.
21. Una cierta maquinaria cuyo costo es \$1500, se estima que tendrá una vida útil de 5 años y al término de dicho período un valor de salvamento de \$200. Preparar una tabla de depreciación utilizando el método de fondo de amortización con intereses al 5%.
22. Para depreciar una maquinaria, cuyo valor es \$40,000 y un valor de salvamento de \$5000, al término de 25 años, se utiliza el método de fondo de amortización, con intereses al 4%. Hallar el valor en libros al término de 15 años. Resp. \$23,171.27
23. Se estima que una máquina con costo de \$6400 tendrá una vida útil de 8 años y al término de los cuales un valor de salvamento de \$400. Hallar el valor en libros al final del 5o. año si se utiliza el método de fondo de amortización con intereses al 3%. Resp. \$2817.71
24. Se espera que una mina de carbón tenga un rendimiento anual de \$30,000 por los próximos 25 años. Hallar el precio de compra sobre la base de un rendimiento de 7% anual, suponiendo que el fondo de reembolso produce el 4%. Resp. \$319,108.33
25. Se estima que el rendimiento anual de un pozo petrolero será de \$75,000 y que al término de 15 años el pozo no tendrá valor alguno. Hallar el precio que debe pagarse por el pozo para que produzca un 10% sobre la inversión, si puede disponerse de un fondo de amortización que produce el 3%. Resp. \$487,752.28
26. M paga \$25,000 por los derechos sobre la patente de un invento, por 10 años. Si puede acumularse un fondo de amortización al $3\frac{1}{2}\%$, ¿qué ingreso anual le producirá 8% sobre su inversión? Resp. \$4131.04
27. Se espera que una mina de carbón con costo de \$225,000 produzca un ingreso anual de \$25,000 en los próximos 20 años. Suponiendo que puede establecerse un fondo de amortización con rendimiento de 4%, ¿qué tasa de interés ganará el comprador? Resp. $7\frac{3}{4}\%$

28. Una cierta maquinaria evaluada en \$3000 tiene una vida útil de 3 años, produce 250 unidades anuales, y se gastan \$750 anuales por mantenimiento. Hallar el costo unitario de producción C , si se desea un rendimiento de 4% sobre la inversión.

Sugerencia El costo total anual es la sumatoria del costo anual del mantenimiento, del interés sobre la inversión y del cargo anual por depreciación. Por tanto

$$C = \frac{750 + 3000(0.04) + 3000 \frac{1}{s_{\overline{3}|.04}}}{250}$$

29. Un comprador puede escoger entre dos máquinas: La primera produce 100 unidades anuales, cuesta \$2000, tiene una vida útil de 8 años y requiere \$600 anuales para mantenimiento; la segunda, produce 125 unidades anuales, cuesta \$2500, la vida útil es de 10 años y requiere \$750 anuales para mantenimiento. Comparar el costo unitario en cada máquina suponiendo que se desea un rendimiento de $3\frac{1}{2}\%$.
30. La maquinaria del problema 28 puede ser reacondicionada en tal forma que su vida útil sea de 5 años. Si en estas condiciones produce 300 unidades anuales y se necesitan únicamente \$500 anuales para mantenimiento, ¿cuánto debe estar dispuesto a gastar el propietario en el reacondicionamiento, sobre la base de 4%?

$$\text{Resp. } \left\{ 400 + 3600 \frac{1}{a_{\overline{3}|.04}} \right\} a_{\overline{5}|.04} - 3000$$

31. Un préstamo de \$4500 va a ser amortizado en los próximos 10 años mediante pagos mensuales iguales. La tasa de interés es 3% convertible mensualmente durante los primeros 4 años y luego el 4% convertible mensualmente. Hallar el pago mensual.

$$\text{Resp. } \frac{4500}{a_{\overline{48}|.001/4} + a_{\overline{72}|.001/3} (1.00\frac{1}{4})^{-48}}$$

32. Demostrar que cuando un fondo de amortización puede ser acumulado a la misma tasa de interés que se está pagando por la deuda, el costo periódico de la deuda es igual al cargo periódico por amortización.
33. Una deuda está siendo amortizada al 5% mediante pagos de \$500 anuales. Si el capital insoluto es \$9282.57 justamente después del k -ésimo pago, (a) ¿cuánto era justamente después del $(k - 1)$ pago?, (b) ¿cuánto será justamente después del $(k + 1)$ pago? No usar tablas. Resp. (a) \$9316.73; (b) \$9246.70
34. Un fondo de amortización está siendo acumulado al 3% mediante depósitos de \$300 anuales. Si el fondo tiene \$10,327.94 justamente después del k -ésimo depósito, (a) ¿cuánto tendrá justamente después del $(k - 1)$ depósito?, (b) ¿cuánto tendrá justamente después del $(k + 1)$ depósito? No usar tablas. Resp. (a) \$9,735.86, (b) \$10,937.78
35. Si una deuda A con intereses a la tasa i por período de interés está siendo amortizada mediante n pagos de R cada uno, demostrar que el capital insoluto justamente después del k -ésimo pago es

$$A(1+i)^k - R s_{\overline{k}|i}$$

36. Si en el problema 35, A es el precio de compra de un activo, demostrar que el interés del comprador por el activo, justamente después del k -ésimo pago es

$$(R - Ai) s_{\overline{k}|i}$$

Capítulo 12

Bonos

UN BONO es una promesa escrita de pago de

- (a) una suma fija llamada *valor de redención*, en una fecha dada llamada *fecha de redención*.
- (b) pagos periódicos llamados *pagos de intereses*, hasta la fecha de redención.

La descripción completa de un bono comprende

- (i) su denominación o *valor nominal*. Casi invariablemente es un múltiplo de \$100.
- (ii) la *tasa de interés*. Por ejemplo, 6% pagadero el 1.º de febrero y el 1.º de agosto; abreviando sería el "6%, FA".
- (iii) la fecha de redención, por ejemplo el 1.º de octubre de 1985. Normalmente se redime un bono en una fecha de pago de intereses.
- (iv) el valor de redención. Cuando el valor de redención y el valor nominal son idénticos se dice que el bono es redimible *a la par*. De otra forma, el valor de redención se expresa como un porcentaje del valor nominal, omitiéndose la palabra "por ciento". Por ejemplo, un bono de \$1000 redimible en \$1050 se expresa como "un bono de \$1000 redimible a 105".

Ejemplo 1.

Un bono de \$500, 4% EAJO, redimible el 1.º de octubre de 1990 a 102, estipula

- (a) el pago de $\$500(1.02) = \510 el 1.º de octubre de 1990.
- (b) pagos trimestrales de $\$500(0.01) = \5 los días 1.º de enero, 1.º de abril, 1.º de julio y 1.º de octubre de cada año, desde su emisión hasta el 1.º de octubre de 1990 inclusive.

PRECIO DEL BONO EN UNA FECHA DE PAGO DE INTERESES. Si un inversionista compra un bono en una fecha de pago de intereses, adquiere el derecho de recibir ciertos pagos *futuros*. No recibirá el pago de interés vencido en la fecha de la compra.

Ejemplo 2.

Un inversionista que compró el 1.º de enero de 1960 un bono de \$1000, 5%, EJ, redimible a la par el 1.º de julio de 1988 recibirá

- (a) \$1000 el 1.º de julio de 1988.
- (b) 57 pagos semestrales de \$25 cada uno, el primero con vencimiento el 1.º de julio de 1960.

Si un bono redimible a la par es comprado en una fecha de pago de intereses a su valor nominal, el inversionista ganará precisamente la tasa de interés estipulada en el bono. Si desea obtener una tasa mayor, debe comprar el bono a un precio más bajo que el valor nominal; si está dispuesto a ganar una tasa menor, estará dispuesto a pagar un precio arriba del valor nominal.

Ejemplo 3.

Un bono de \$1000, 4%, MS, redimible a la par el 1.º de septiembre de 1997, es comprado el 1.º de marzo de 1962 con el propósito de ganar el 5% convertible semestralmente. Hallar el precio de compra P .

El comprador recibirá:

- (a) \$1000 el 1.º de septiembre de 1997.
- (b) 71 pagos semestrales de \$20 cada uno, siendo el primero el 1.º de septiembre de 1962. En el siguiente diagrama vemos que



$$P = 1000(1.025)^{-71} + 20 a_{\overline{71}|0.025}$$

$$= 1000(0.173223) + 20(33.0711) = \$834.64$$

Véanse los problemas 1-2.

FORMULAS. Sea F el valor nominal y V el valor de redención de un bono. Sea r la tasa de interés por período de interés del bono, i la tasa del inversionista por período y n el número de períodos de interés desde la fecha de compra (suponiendo que coincide con una fecha de pago de intereses) hasta la fecha de redención. El precio de compra P está dado por

$$P = V(1+i)^{-n} + Fr a_{\overline{n}|i} \quad (1)$$

Esta fórmula requiere el uso de dos tablas. En el problema 3, se desarrollan las siguientes dos fórmulas:

$$P = \frac{Fr}{i} + \left(V - \frac{Fr}{i} \right) (1+i)^{-n} \quad (2)$$

y

$$P = V + (Fr - Vi) a_{\overline{n}|i} \quad (3)$$

Ambas tienen la ventaja de requerir el uso de una sola tabla. Su aplicación es opcional.

Véase el problema 4.

COMPRA A PREMIO O DESCUENTO. Se dice que un bono es comprado a *premio* si su precio de compra P es mayor que su valor de redención V . El premio es $P - V$.

Se dice que un bono es comprado a *descuento* si su precio de compra P es menor que su valor de redención V . El descuento es $V - P$.

Ejemplo 4.

El bono del ejemplo 3 fue comprado con descuento de $1000 - 834.64 = \$165.36$. El bono del problema 1 fue comprado a premio de $1147.28 - 1000 = \$147.28$.

El *valor en libros* de un bono en cualquier fecha es la suma invertida en el bono en dicha fecha. El valor en libros de un bono en la fecha de su compra (suponiendo que coincide con una fecha de pago de intereses) es el precio de compra; el valor en libros en la fecha de redención es el valor de redención. El cambio del valor en libros durante la vida del bono se muestra con claridad construyendo una tabla de inversión.

Ejemplo 5.

Un bono de \$1000, 4% EJ, redimible a la par el 1.º de enero de 1967 es comprado el 1.º de julio de 1964, para que reditúe el 6% convertible semestralmente. Construir una tabla de inversión.

El precio de compra del bono es

$$P = 1000(1.03)^{-6} + 20 a_{\overline{6}|0.03} = \$954.20$$

El 1.º de julio de 1964 el valor en libros del bono es \$954.20. Al término del primer período de intereses, el interés vencido sobre el valor en libros es $\$954.20(0.03) = \28.63 , mientras que el pago por intereses del bono es \$20. Por tanto

28,63 — 20 = \$8,63 del interés vencido no se cobra, por lo cual puede decir el inversionista que tiene \$8,63 más, invertidos en el bono, que lo que tenía al principio del período. El nuevo valor en libros del bono es $954,20 + 8,63 = \$962,83$.

Al final del segundo período de interés, el interés vencido es $962,83(0,03) = \$28,88$, el pago de intereses del bono es \$20, y el nuevo valor en libros es $962,83 + 8,88 = \$971,71$ y así sucesivamente.

| Período | Valor en libros al principio del período | Intereses vencidos sobre el valor en libros | Pago de intereses del bono | Cambio del valor en libros |
|---------|--|---|----------------------------|----------------------------|
| 1 | 954,20 | 28,63 | 20,00 | 8,63 |
| 2 | 962,83 | 28,88 | 20,00 | 8,88 |
| 3 | 971,71 | 29,15 | 20,00 | 9,15 |
| 4 | 980,86 | 29,43 | 20,00 | 9,43 |
| 5 | 990,29 | 29,71 | 20,00 | 9,71 |
| 6 | 1000,00 | | | |
| Totales | | 145,80 | 100,00 | 45,80 |

El valor en libros al principio de cualquier período es simplemente el precio al cual el bono debe ser comprado para que produzca el rendimiento deseado por el inversionista. Puede ser calculado en forma independiente, varias veces, como un método de comprobación de la tabla.

Puesto que el bono del ejemplo 5 fue comprado con descuento, es costumbre utilizar el término *acumulando el descuento* para llevar el valor en libros hasta el valor de redención. Véase el problema 5 para la tabla de inversión de un bono comprado a premio.

PRECIO DEL BONO COMPRADO ENTRE FECHAS DE PAGO DE INTERESES. Para hallar el precio de compra de un bono entre dos fechas de pago de intereses, que produzca un cierto rendimiento:

- hallar el precio de compra en la última fecha que se pagó intereses,
- acumular la suma encontrada en (a) a *interés simple* (aplicando la tasa de interés del comprador) hasta la fecha de compra.

Ejemplo 6.

Un bono de \$1000, $4\frac{1}{2}\%$, EJ, redimible a 105 el 1.º de enero de 1985, se compra el 20 de septiembre de 1962, esperando un rendimiento de 6% convertible semestralmente. Hallar el precio de compra P y el valor en libros del bono.



La fecha de pago de intereses inmediata anterior al 20 de septiembre de 1962, es el 1.º de julio de 1962. El precio de compra en dicha fecha, que proporcionaría un rendimiento de 6% convertible semestralmente es

$$P_1 = 1050(1,03)^{-45} + 22,50 a_{\overline{45}|0,03} = \$829,33$$

Esta cantidad se acumula del 1.º de julio de 1962 al 20 de septiembre de 1962, (81 días exactamente) al 6% de interés simple. Por tanto

$$P = P_1 \left[1 + 0,06 \left(\frac{81}{360} \right) \right] = 829,33(1,0135) = \$840,53$$

El valor en libros del bono el 20 de septiembre de 1962, no es el precio de compra. El vendedor del bono lo ha conservado por 81 días después del último pago de intereses y por tanto, está obligado a participar del siguiente pago de intereses.

Esta parte fraccionada del pago de intereses, $\frac{81}{180} (22,50) = \$10,12$, es conocida como *interés redituable*. El comprador debe considerar que este interés redituable está incluido en el precio de compra, por lo que el valor en libros del bono, al 20 de septiembre de 1962 es

$$\text{precio de compra} - \text{interés redituable} = 840,53 - 10,12 = \$830,41$$

Véanse los problemas 6-7.

EL PRECIO COTIZADO DE UN BONO. El problema tratado anteriormente es hallar el precio que el comprador debe pagar por un bono dado, con el objeto que gane la tasa de interés deseada. En cierto sentido, el problema es un tanto académico, ya que no hay seguridad que un bono en particular pueda ser comprado al precio requerido. Más importante es el problema de determinar la tasa de interés que obtendrá el comprador, si compra un bono determinado a un precio dado y lo conserva hasta su redención.

Los bonos son generalmente ofrecidos al "precio cotizado", expresado como un porcentaje del valor nominal, sin embargo el término por ciento se omite. Por ejemplo, un bono de \$1000 cuyo precio cotizado es \$975 estaría cotizado a $97\frac{1}{2}$. El precio cotizado generalmente no es el precio que paga el comprador. El precio cotizado es lo que previamente se ha designado como valor en libros. Será el precio de compra únicamente si ha sido cotizado en una fecha de pago de intereses. El precio de compra (más conocido como *precio neto*) es el precio cotizado más el interés redituable.

Ejemplo 7.

Un bono de \$1000, $3\frac{1}{2}\%$, MS se redimirá el 1.º de marzo de 1975. Hallar el precio neto al 14 de junio de 1962, si ha sido cotizado a $95\frac{3}{4}$.

El precio cotizado es \$957,50; el pago de intereses es \$17,50. Del 1.º de marzo de 1962 al 14 de junio de 1962 son 105 días; el interés redituable es $\frac{105}{180} (17,50) = \$10,21$. El precio neto es $957,50 + 10,21 = \$967,71$.

Puesto que el comprador paga el precio cotizado más el interés redituable, el precio cotizado también se conoce como *precio con intereses*.

Véase el problema 8.

TASA DE REDITUABILIDAD. Las instituciones de inversión utilizan tablas con las cuales puede ser obtenida la tasa de redituabilidad ya sea en forma directa o mediante interpolación. Dichas tablas son muy voluminosas para ser incluidas aquí. En sustitución daremos dos métodos para obtener aproximadamente la tasa de redituabilidad.

- Método de promedios.** La tasa de redituabilidad por período de intereses es aproximadamente igual a

$$\frac{\text{producto promedio por período}}{\text{valor promedio en libros}}$$

Ejemplo 8.

Un bono de \$1000, 6%, EJ, redimible a 110 el 1.º de julio de 1987, está cotizado en 125 al 1.º de enero de 1962. Hallar por el método de promedios la tasa de redituabilidad suponiendo que es comprado en la fecha mencionada.

En la fecha de compra, el valor en libros del bono es \$1250 y en la fecha de redención será \$1100. El valor promedio en libros es

$$\frac{1}{2}(1250 + 1100) = \$1175$$

Si se conserva el bono hasta su redención, el comprador recibirá 51 pagos de intereses de \$30 cada uno, además del valor de redención de \$1100, esto es \$2630. Puesto que paga \$1250 por el bono, el producto total durante los 51 períodos de interés es $2630 - 1250 = \$1380$ y el producto promedio por período es $1380/51 = \$27,06$. La tasa por período de interés es $27,06/1175 = 0,023$, aproximadamente, y la tasa de redituabilidad es 4,6% convertible semestralmente.

- Método de interpolación.** Este método requiere del precio de compra del bono sobre la base de dos tasas de intereses, en tal forma que un precio sea menor y otro mayor al precio cotizado dado. En esencia, estamos calculando las cifras que necesitamos, correspondientes a las tablas mencionadas para bonos.

Ejemplo 9

Aproximar mediante el método de interpolación la tasa de redituabilidad del bono del ejemplo 8.

En el ejemplo 8 se obtuvo mediante una simple aproximación la tasa de 4,6% convertible semestralmente. Las tablas V y XIII nos permiten hallar rápidamente los precios de compra que reducen 4% y 5% convertible semestralmente al 1.º de enero de 1962, designadas por

$$P = 1100(1,02)^{-31} + 30 a_{\overline{31}|0,02} = \$1354,30$$

y

$$Q = 1100(1,025)^{-31} + 30 a_{\overline{31}|0,025} = \$1171,62$$

Interpolando entre estos dos valores, tenemos

$$0,005 \begin{bmatrix} 0,02 \\ i \\ 0,025 \end{bmatrix} x \quad -182,68 \begin{bmatrix} 1354,30 \\ 1250,00 \\ 1171,62 \end{bmatrix} -104,30$$

$$x = \frac{104,30}{182,68}(0,005) = 0,00285$$

$$i = 0,02 + 0,00285 = 0,02285$$

y la tasa de redituabilidad es 4,57% convertible semestralmente.

En el ejemplo 9 la interpolación ha estado entre las tasas de 2% y 2½% disponibles en nuestras tablas. Estrechando estos límites, obtendríamos mayor precisión, el problema es que debemos utilizar logaritmos en los cálculos.

Ejemplo 10.

Aproximar la tasa de redituabilidad del bono del ejemplo 8 utilizando para la interpolación las tasas de 2½% y 2,3% por período de interés.

Tenemos

$$P = 1100(1,0225)^{-31} + 30 \frac{1 - (1,0225)^{-31}}{0,0225} = 353,64 + 904,68 = \$1258,32$$

y

$$Q = 1100(1,023)^{-31} + 30 \frac{1 - (1,023)^{-31}}{0,023} = 344,93 + 895,33 = \$1240,26$$

Interpolando

$$0,0005 \begin{bmatrix} 0,0225 \\ i \\ 0,023 \end{bmatrix} x \quad -18,06 \begin{bmatrix} 1258,32 \\ 1250,00 \\ 1240,26 \end{bmatrix} -8,32$$

$$x = \frac{8,32}{18,06}(0,0005) = 0,00023$$

$$i = 0,0225 + 0,00023 = 0,02273$$

y la tasa de redituabilidad es 4,546% convertible semestralmente.

Véase el problema 9.

BONOS CON FECHA OPCIONAL DE REDENCION. Con el objeto de estar en posición de tomar ventaja de cualquier futura baja en la tasa de interés, en ocasiones las compañías emiten bonos previendo que pueden ser redimidos antes de la fecha normal de redención. Al calcular el precio que se está dispuesto a pagar por ellos, el inversionista debe suponer la fecha de redención más desfavorable para él. De esta forma tendrá la certeza de obtener la redituabilidad deseada y quizá más.

Ejemplo 11.

Un bono de \$1000, 6%, MS, será redimido a la par el 1.º de septiembre de 1988, sin embargo, puede ser redimido a la par el 1.º de septiembre de 1973 o en cualquier fecha de pago de intereses posterior. Hallar, (a) el precio de compra y el valor en libros al 12 de mayo de 1962, que reditúe por lo menos 4% convertible semestralmente, (b) la utilidad del inversionista, (c) la tasa de redituabilidad si el bono es redimido el 1.º de septiembre de 1980.

En este caso la tasa estipulada en el bono excede la tasa de redituabilidad deseada por lo que el bono será comprado a premio. El valor en libros del bono se reduce gradualmente hasta que alcanza el valor nominal en la fecha de redención (véase el problema 5). El inversionista debe calcular el precio con la suposición de que el bono será redimido en la fecha más próxima (1.º de septiembre de 1973) ya que de otra forma el valor en libros sería mayor que el valor de redención, si el bono se redimiera en dicha fecha.

(a) Al 1.º de marzo de 1962, el precio de compra que reditúa 4% convertible semestralmente es

$$P_1 = 1000(1,02)^{-23} + 30 a_{\overline{23}|0,02} = \$1182,93$$

y al 12 de mayo de 1962 es

$$P = P_1 \left[1 + 0,02 \left(\frac{72}{180} \right) \right] = 1182,93(1,008) = \$1192,39$$

El valor en libros al 12 de mayo de 1962 es $1192,39 - 30\left(\frac{2}{5}\right) = \$1180,39$.

(b) El valor en libros al 1.º de septiembre de 1973 debe haber llegado a \$1000. En cada fecha posterior de pago de intereses, el inversionista recibirá $30 - 20 = \$10$ en exceso de la recuperación esperada. Al 1.º de septiembre de 1980, el monto de dichos excesos es $10 s_{\overline{14}|0,02} = \$159,74$.

(c) Tomando como fecha de redención el 1.º de septiembre de 1980, el precio de compra del bono que reditúa 5% convertible semestralmente es

$$P_1 = [1000(1,025)^{-37} + 30 a_{\overline{37}|0,025}] \left[1 + 0,025 \left(\frac{72}{180} \right) \right]$$

$$= 1119,79(1,01) = \$1130,99$$

y para que reditúe 4% convertible semestralmente sería

$$P_2 = [1000(1,02)^{-37} + 30 a_{\overline{37}|0,02}] \left[1 + 0,02 \left(\frac{72}{180} \right) \right]$$

$$= 1259,69(1,008) = \$1269,77$$

Los valores en libros respectivos serían

$$Q_1 = 1130,99 - 30(2/5) = \$1118,99$$

y

$$Q_2 = 1269,77 - 30(2/5) = \$1257,77$$

Por lo cual

$$0,005 \begin{bmatrix} 0,02 \\ i \\ 0,025 \end{bmatrix} x \quad -138,78 \begin{bmatrix} 1257,77 \\ 1180,39 \\ 1118,99 \end{bmatrix} -77,38$$

$$x = \frac{77,38}{138,78}(0,005) = 0,00279$$

$$i = 0,02 + 0,00279 = 0,02279$$

y la tasa de redituabilidad requerida es 4,558% convertible semestralmente.

Véase el problema 10.

UN BONO DE ANUALIDAD de valor nominal F , es un contrato para el pago de una anualidad cuyo valor presente a la tasa del bono es F .

Ejemplo 12.

Un bono de anualidad a 15 años por \$20.000, con intereses al 6% convertible semestralmente será liquidado en 30 pagos semestrales iguales, el primero con vencimiento en 6 meses. Hallar el precio de compra al término del 5.º año, para ganar el 5% convertible semestralmente.

$$\text{El pago periódico es } 20.000 \frac{1}{a_{\overline{30}|0,03}} = \$1020,39.$$

El comprador está comprando el derecho de cobrar los restantes 20 pagos, el primero de los cuales vence en 6 meses. Por tanto el precio que redituará 5% convertible semestralmente es

$$P = 1020,39 a_{\overline{20}|0,025} = \$15.907,02$$

EMISION SERIADA DE BONOS. Cuando una emisión de bonos va a ser redimida periódicamente en lugar de todos en la misma fecha, se dice que los bonos son de *emisión seriada*. Puede pensarse que los bonos seriados son bonos diferentes con el mismo contrato.

Ejemplo 13.

Una emisión seriada de bonos de \$20.000, con intereses al 6% convertible semestralmente va a ser redimida mediante pagos de \$5000 en 10 años, \$5000 en 12 años y \$10.000 en 15 años. Hallar el precio de compra de la emisión que reditúe 5% convertible semestralmente.

Los bonos seriados son equivalentes a tres bonos ordinarios, uno con valor nominal de \$5000 redimible a la par en 10 años, otro con valor nominal de \$5000 redimible a la par en 12 años, y otro con valor nominal de \$10.000 redimible a la par en 15 años. El precio de compra requerido es la suma de los precios de los tres bonos que reditúen el 5% convertible semestralmente, por lo cual

$$\begin{aligned} P &= 5000(1,025)^{-20} + 150 a_{\overline{20}|0,025} \\ &\quad + 5000(1,025)^{-24} + 150 a_{\overline{24}|0,025} \\ &\quad + 10.000(1,025)^{-30} + 300 a_{\overline{30}|0,025} \\ &= \$21.883,38 \end{aligned}$$

Problemas resueltos

1. Un bono de \$1000, 6%, EJ, redimible a la par el 1o. de julio de 1988, es comprado el 1o. de julio de 1961, para ganar el 5% convertible semestralmente. Hallar el precio de compra P .



$$P = 1000(1,025)^{-64} + 30 a_{\overline{64}|0,025} = \$1147,28$$

2. Un bono de \$1000, 5%, MS, redimible a 102 el 1o. de septiembre de 1990, es comprado el 1o. de marzo de 1962, para ganar el 4% convertible semestralmente. Hallar el precio de compra P .



$$P = 1020(1,02)^{-67} + 25 a_{\overline{67}|0,02} = \$1175,61$$

3. Sea F el valor nominal y V el valor de redención de un bono. Sea r la tasa de interés por período, del bono, i la tasa del inversionista por período y n el número de períodos de interés. Demostrar que el precio de compra, P es

$$(a) \quad P = \frac{Fr}{i} + \left(V - \frac{Fr}{i} \right) (1+i)^{-n} \quad \text{y} \quad (b) \quad P = V + (Fr - Vi) a_{\overline{n}|i}$$

$$\begin{aligned} (a) \quad P &= V(1+i)^{-n} + Fr a_{\overline{n}|i} \\ &= V(1+i)^{-n} + Fr \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = V(1+i)^{-n} + \frac{Fr}{i} - \frac{Fr}{i} (1+i)^{-n} \\ &= \frac{Fr}{i} + \left(V - \frac{Fr}{i} \right) (1+i)^{-n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b) \quad P &= V(1+i)^{-n} + Fr a_{\overline{n}|i} \\ &= V - V + V(1+i)^{-n} + Fr a_{\overline{n}|i} = V - V[1 - (1+i)^{-n}] + Fr a_{\overline{n}|i} \\ &= V - Vi \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} + Fr a_{\overline{n}|i} = V + (Fr - Vi) a_{\overline{n}|i} \end{aligned}$$

4. Un bono de \$1000, $3\frac{1}{2}\%$, FA, es redimible a 105 el 1o. de febrero de 1985. Hallar el precio de compra el 1o. de febrero de 1965, que reditúe 5% convertible semestralmente, utilizando, (a) la fórmula (2), y (b) la fórmula (3).

$$F = 1000, V = 1050, r = 0,0175, i = 0,025, n = 40.$$

$$\begin{aligned} (a) \quad P &= \frac{Fr}{i} + \left(V - \frac{Fr}{i} \right) (1+i)^{-n} \\ &= \frac{1000(0,0175)}{0,025} + \left[1050 - \frac{1000(0,0175)}{0,025} \right] (1,025)^{-40} \\ &= 700 + 350(0,37243) = \$830,35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b) \quad P &= V + (Fr - Vi) a_{\overline{n}|i} \\ &= 1050 + (17,50 - 26,25) a_{\overline{40}|0,025} = 1050 - 8,75(25,103) = \$830,35 \end{aligned}$$

5. Construir una tabla de inversión para un bono de \$1000, 5%, FA, redimible a 103 el 1o. de agosto de 1970, comprado el 1o. de febrero de 1967, para que reditúe 4% convertible semestralmente.

$$\text{Tenemos que } P = 1030(1,02)^{-7} + 25 a_{\overline{7}|0,02} = \$1058,48.$$

El valor en libros en la fecha de la compra es \$1058,48. Al término del primer período, el interés vencido sobre dicho valor en libros, a la tasa del inversionista es $1058,48(0,02) = \$21,17$ mientras que el pago de intereses del bono es por \$25. La diferencia $25 - 21,17 = \$3,83$ es para amortizar el capital; en consecuencia, al principio del segundo período, el valor en libros del bono se reduce a $1058,48 - 3,83 = \$1054,65$, y así sucesivamente.

| Período | Valor en libros al principio del período | Interés vencido sobre el valor en libros | Pago de interés del bono | Cambio en el valor en libros |
|---------|--|--|--------------------------|------------------------------|
| 1 | 1058,48 | 21,17 | 25,00 | 3,83 |
| 2 | 1054,65 | 21,09 | 25,00 | 3,91 |
| 3 | 1050,74 | 21,01 | 25,00 | 3,99 |
| 4 | 1046,75 | 20,94 | 25,00 | 4,06 |
| 5 | 1042,69 | 20,85 | 25,00 | 4,15 |
| 6 | 1038,54 | 20,77 | 25,00 | 4,23 |
| 7 | 1034,31 | 20,69 | 25,00 | 4,31 |
| 8 | 1030,00 | | | |

Como el bono fue comprado a premio, es costumbre hablar de *amortizar el capital* para llevar el valor en libros al valor de redención.

6. Un bono de \$1000, 4%, JD, redimible el 1o. de diciembre de 1995 a la par, es comprado el 31 de marzo de 1961 para que reditúe el 5% convertible semestralmente. Hallar el precio de compra y el valor en libros en dicha fecha.

Al 1o. de diciembre de 1960, la fecha del último pago de interés anterior al día de la compra, el precio de compra que reditúa 5% convertible semestralmente es

$$1000(1,025)^{-70} + 20 a_{70,025} = \$835,51$$

Al 31 de marzo de 1961 (120 días después) el precio de compra es

$$835,51 \left[1 + 0,05 \left(\frac{120}{360} \right) \right] = \$849,44$$

El interés redituable (del 1.º de diciembre de 1960 al 31 de marzo de 1961) es $20(120/180) = \$13,33$ y el valor en libros requerido es $849,44 - 13,33 = \$836,11$.

Solución alterna.

El valor en libros del bono al 1.º de diciembre de 1960, que reditúa 5% convertible semestralmente es

$$1000(1,025)^{-70} + 20 a_{70,025} = \$835,51$$

y en la fecha del siguiente pago de intereses, 1.º de junio de 1961 es

$$1000(1,025)^{-60} + 20 a_{60,025} = \$836,40$$

Interpolando entre las dos cantidades, encontramos el valor en libros al 31 de marzo de 1961, o sea

$$835,51 + \frac{1}{3}(836,40 - 835,51) = \$836,10$$

por lo cual el precio de compra es $836,10 + 13,33 = \$849,43$.

7. Un bono de \$1000, 6%, MN, es redimible a la par el 1.º de noviembre de 1965. Es comprado el 30 de junio de 1962 para que reditúe 4% convertible semestralmente. Hallar el precio de compra y el valor en libros en la fecha de compra. Construir una tabla de inversión.

El precio de compra al 1.º de mayo de 1962, que reditúa 4% convertible semestralmente es

$$P = 1000(1,02)^{-7} + 30 a_{7,02} = \$1064,72$$

El precio de compra al 30 de junio de 1962 es

$$1064,72 \left[1 + 0,02 \left(\frac{60}{180} \right) \right] = \$1071,82$$

mientras que el valor en libros es

$$1071,82 - 30 \left(\frac{60}{180} \right) = 1061,82$$

La tabla se construye como en el problema 4 excepto en el primer renglón donde el valor en libros es el del 30 de junio de 1962, el día de la compra y el interés vencido y el pago de intereses del bono son por 2/3 de período de interés.

| Período | Valor en libros al principio del período | Interés vencido sobre el valor en libros | Pago de intereses del bono | Cambio en el valor en libros |
|---------|--|--|----------------------------|------------------------------|
| 1 | 1061,82 | 14,16 | 20,00 | 5,84 |
| 2 | 1055,98 | 21,12 | 30,00 | 8,88 |
| 3 | 1047,10 | 20,94 | 30,00 | 9,06 |
| 4 | 1038,04 | 20,76 | 30,00 | 9,24 |
| 5 | 1028,80 | 20,58 | 30,00 | 9,42 |
| 6 | 1019,38 | 20,39 | 30,00 | 9,61 |
| 7 | 1009,77 | 20,20 | 30,00 | 9,80 |

8. En el bono del problema 7, cuál es el precio neto y el precio con intereses al 30 de junio de 1962, sobre la base de un rendimiento de 4% convertible semestralmente.

El precio neto es el precio de compra de \$1071,82. El precio con intereses es el valor en libros de \$1061,82. El precio con interés estaría cotizado como $106\frac{1}{2}$ ya que, en la práctica, el precio cotizado siempre se da en octavos.

9. Un bono de \$1000, 3%, EJ, redimible a la par el 1.º de julio de 1977, es comprado en \$952,50 el 1.º de julio de 1963. Hallar la tasa de redituabilidad convertible semestralmente.

Puesto que al 1.º de julio de 1963, el precio de compra que reditúa 3% convertible semestralmente es \$1000, la tasa buscada será mayor. El precio que reditúa $3\frac{1}{2}$ % convertible semestralmente es

$$1000(1,0175)^{-24} + 15 a_{24,0175} = \$945,03$$

por lo cual la tasa buscada está entre 3 y $3\frac{1}{2}$ % convertible semestralmente. Tenemos que

$$0,0025 \begin{bmatrix} 0,015 \\ i \\ 0,0175 \end{bmatrix} x \quad -54,97 \begin{bmatrix} 1000,00 \\ 952,50 \\ 945,03 \end{bmatrix} -47,50$$

$$\text{de donde } x = \frac{47,50}{54,97} (0,0025) = 0,00216$$

$$i = 0,015 + 0,00216 = 0,01716$$

y la tasa de redituabilidad es 3,432% convertible semestralmente.

10. Un bono de \$1000, 3%, EJ, es redimible a la par el 1.º de julio de 1990, pero puede ser redimido el 1.º de julio de 1980 o en cualquier fecha posterior de pago de intereses. (a) Hallar el precio de compra al 1.º de julio de 1963 que reditúe por lo menos 4% convertible semestralmente. (b) Hallar la utilidad del inversionista si el bono es redimido el 1.º de julio de 1985.

Puesto que la tasa de redituabilidad requerida es superior a la tasa del bono, el bono debe ser comprado con descuento. En esta forma, el valor en libros aumenta gradualmente hasta que alcanza el valor nominal en la fecha de redención (véase el ejemplo 5). Por tanto el inversionista debe calcular el precio con la suposición que el bono será redimido en la última fecha posible.

- (a) El 1.º de julio de 1963, el precio de compra que reditúa 4% convertible semestralmente es

$$1000(1,02)^{-24} + 15 a_{24,02} = \$835,80$$

- (b) Al 1.º de julio de 1985, el valor en libros del bono se habrá incrementado hasta el valor en libros en esa fecha sobre la base de redituabilidad del 4% convertible semestralmente, esto es

$$1000(1,02)^{-10} + 15 a_{10,02} = \$955,09$$

Puesto que el inversionista recibirá \$1000 en dicha fecha, su utilidad es $1000 - 955,09 = \$44,91$.

Problemas propuestos

11. En cada uno de los casos siguientes, hallar el precio del bono que reditúe la tasa deseada:

| | Valor nominal | Redimible a | Pago de intereses | Redituabilidad |
|-----|---------------|----------------------------|-------------------|----------------|
| (a) | \$1000 | la par en 25 años | 4% semestral | 6% semestral |
| (b) | \$ 500 | la par en 15 años | 4% semestral | 5% semestral |
| (c) | \$1000 | 105 en 10 años | 5% trimestral | 3% trimestral |
| (d) | \$ 100 | 110 en 20 años | 4% semestral | 3% semestral |
| (e) | \$1000 | la par en 5 años | 5% anual | 4% anual |
| (f) | \$ 500 | la par en 3 años | 6% semestral | 5% semestral |
| (g) | \$1000 | 102 en $2\frac{1}{2}$ años | 3% semestral | 6% semestral |
| (h) | \$ 500 | 105 en $2\frac{1}{2}$ años | 4% semestral | 5% semestral |

Resp. (a) \$742,71; (b) \$447,67; (c) \$1209,32; (d) \$120,47;

(e) \$1044,52; (f) \$513,77; (g) \$948,56; (h) \$510,48

12. Construir una tabla de inversión para cada uno de los bonos del problema 11(e)-(h).
13. En cada uno de los casos siguientes, hallar el precio de compra del bono que reditúe la tasa dada:

| | Valor nominal | Redimible a | Pago de intereses | Fecha de compra | Que reditúe |
|-----|---------------|-------------------------|-------------------|-----------------|---------------|
| (a) | \$1000 | la par el 1o. dic. 1986 | 4% JD | 30 agosto 1960 | 5% semestral |
| (b) | \$1000 | la par el 1o. nov. 1988 | 5% MN | 22 sept. 1962 | 6% semestral |
| (c) | \$ 100 | 105 el 1o. julio 1975 | 5% EJ | 18 abril 1960 | 3½% semestral |
| (d) | \$ 500 | 102 el 1o. oct. 1995 | 5% AO | 30 dic. 1963 | 4% semestral |

Resp. (a) \$864,71; (b) \$888,97; (c) \$122,01; (d) \$598,55

14. Para cada uno de los bonos del problema 13, hallar el precio "con intereses" el día de la compra.

Resp. (a) \$854,71; (b) \$868,97; (c) \$120,51; (d) \$592,30

15. En cada uno de los casos siguientes, hallar la tasa de redituabilidad convertible semestralmente, mediante interpolación:

| | Valor nominal | Redimible a | Pago de intereses | Precio cotizado | Fecha |
|-----|---------------|--------------------------|-------------------|-----------------|----------------|
| (a) | \$1000 | la par el 1o. enero 1988 | 3½% EJ | 93 | 1o. julio 1960 |
| (b) | \$1000 | la par el 1o. marzo 1987 | 3% MS | 90 | 1o. marzo 1962 |
| (c) | \$1000 | 105 el 1o. agosto 1990 | 5% FA | 110 | 1o. feb. 1962 |
| (d) | \$1000 | 103 el 1o. dic. 1989 | 6% JD | 112 | 1o. julio 1963 |

Resp. (a) 3,922%; (b) 3,615%; (c) 4,493%; (d) 5,230%

16. Un bono de \$1000, 4%, EJ, es redimible a la par el 1o. de enero de 1975, pero puede ser redimido el 1o. de enero de 1968 o en cualquier fecha posterior de pago de intereses. (a) Hallar el precio de compra el 1o. de enero de 1961, que reditúe por lo menos 5% convertible semestralmente. (b) Si el bono es redimido el 1o. de julio de 1970, ¿cuál es la utilidad del inversionista y qué tasa convertible semestralmente redituará el bono?

Resp. (a) \$900,18; (b) \$39,85; 5,365%

17. Un bono de \$1000, 5%, EJ, será redimido a la par el 1o. de enero de 1975, pero puede ser redimido el 1o. de enero de 1968 o en cualquier fecha posterior de pago de intereses. (a) Hallar el precio de compra el 1o. de enero de 1961, que reditúe por lo menos 4% convertible semestralmente. (b) Si el bono es redimido el 1o. de julio de 1970, ¿cuál es la utilidad del inversionista y qué tasa convertible semestralmente redituará el bono?

Resp. (a) \$1060,54; (b) \$26,02; 4,228%

18. Hallar el precio de compra de un bono de anualidad de \$5000, a 15 años con intereses al 6% anual, comprado al término del 8o. año, para que reditúe 4½%.

Resp. \$3033,68

19. Hallar el precio de compra de un bono de anualidad de \$10.000, a 10 años con intereses al 4% convertible semestralmente, comprado al término de tres años para que reditúe 5% convertible semestralmente.

Resp. \$7149,81

20. Una compañía emite \$300.000 en bonos al 5% y acuerda redimirlos mediante pagos de \$150.000 al término de 5 y 10 años. Hallar el precio pagado por un banco el día de la emisión, que le redituará 4%.

Resp. \$318.844,07

21. Sustituir $V(1+i)^{-n} = K$ y $Fr = gV$ en (I) para obtener la fórmula de Makeham

$$P = K + \frac{g}{i}(V - K)$$

Utilizar la fórmula para resolver el problema 11.

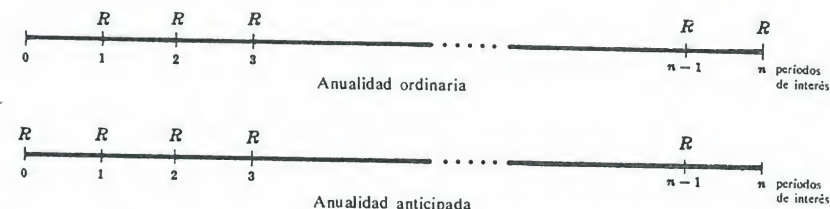
22. Una emisión de \$50.000 en bonos seriados, con intereses al 4% convertible semestralmente, con vencimientos de \$5000 cada 6 meses por los próximos 5 años, es comprada para que reditúe 3% convertible semestralmente. Hallar el precio de compra utilizando la fórmula de Makeham. Sugerencia $K = 5000 a_{\overline{10}|0.015}$ y $g = 0,02$.

Resp. \$51.296,36

Capítulo 13

Anualidades anticipadas, anualidades diferidas, perpetuidades

ANUALIDADES ANTICIPADAS. Una *anualidad anticipada* es una anualidad cuyo pago periódico vence al principio del intervalo de pago. El pago de la renta de una casa es un ejemplo de anualidad anticipada. El plazo de la anualidad anticipada se define como el intervalo que va desde la fecha del primer pago hasta el término del período de pago anterior a la fecha del último pago. En los diagramas se muestra el caso simple (intervalo de pago y período de interés coinciden) de una



anualidad ordinaria y de una anualidad anticipada, cada una de n períodos. Nótese que la anualidad ordinaria no tiene pago al principio del plazo; la anualidad anticipada no tiene pago al final del plazo. La anualidad ordinaria tiene pago al final del plazo; la anualidad anticipada tiene pago al principio del plazo. No son necesarias nuevas fórmulas para manejar anualidades anticipadas. Solamente es necesario tener en mente las observaciones hechas y las definiciones de $a_{\overline{n}|i}$ y $s_{\overline{n}|i}$.

Ejemplo 1.

La renta mensual de un edificio es \$400 pagaderos por adelantado, esto es, al principio de cada mes. ¿Cuál es la renta anual equivalente X pagada por adelantado, al 6% convertible mensualmente?



Recordemos que $a_{\overline{n}|i}$ no incluye un pago al principio del plazo. Tomando el principio del año como fecha focal, el primer pago es efectivo mientras que los 11 restantes forman una anualidad ordinaria, por tanto

$$X = 400 + 400 a_{\overline{11}|0.005} = 400 + 400(10,67703) = \$4670,81$$

Ejemplo 2.

Los días 15 de cada mes, M invierte \$100 en un fondo que paga el 3% convertible mensualmente. ¿Cuánto habrá en el fondo justamente antes del 10o. depósito?

Designemos con X la cantidad requerida. Puesto que $s_{\overline{n}|i}$ incluye un pago efectivo, $S = 100 s_{\overline{9}|0.0025}$ es el monto del fondo



justamente después del 9o. depósito. Por tanto

$$X = S(1,0025) = 100 s_{\overline{9}|0,0025}(1,0025) \\ = 100(9,09053)(1,0025) = \$911,32$$

Solución alterna

Del problema 8, capítulo 9, $s_{\overline{n}|i}(1+i) = s_{\overline{n+1}|i} - 1$. Por tanto

$$X = 100 s_{\overline{9}|0,0025}(1,0025) = 100(s_{\overline{10}|0,0025} - 1) \\ = 100(10,11325 - 1) = \$911,32$$

Generalmente debe preferirse esta alternativa.

Véanse los problemas 1-5.

ANUALIDADES DIFERIDAS. Una *anualidad diferida* es aquella cuyo primer pago se hace algún tiempo después del término del primer período de interés.

Ejemplo 3.

Un puente recién construido no necesitará reparación hasta el término de 5 años, cuando se requerirán \$300 para reparaciones. Se estima que de ahí en adelante se necesitarán \$300 al final de cada año en los próximos 20 años. Hallar el valor presente X del mantenimiento del puente, sobre la base de 3%.



La anualidad está diferida por 4 periodos y después continúa por 21 periodos. El valor de la anualidad un período antes del primer pago (esto es, al término de 4 años) es $A = 300 a_{\overline{21}|0,03}$; por lo cual

$$X = 300 a_{\overline{21}|0,03}(1,03)^{-4} = 300(15,41502)(0,88849) = \$4108,82$$

Solución alterna

Recordemos el artificio del problema 5, capítulo 9. Supondremos una línea de tiempo de 25 pagos agregando pagos al final de cada uno de los 4 primeros periodos; se encuentra el valor de esta anualidad ordinaria y se le resta el valor presente de los 4 pagos agregados (otra anualidad ordinaria). Por tanto

$$X = 300 a_{\overline{25}|0,03} - 300 a_{\overline{4}|0,03} = 300(17,41315 - 3,71710) = \$4108,82$$

Véanse los problemas 6-7.

PERPETUIDAD. Una *perpetuidad* es una anualidad cuyo pago se inicia en una fecha fija y continúa para siempre. Con la suposición que una compañía nunca quebrará, los dividendos sobre sus acciones preferentes pueden considerarse como una perpetuidad. Es claro que no se puede hablar del monto de una perpetuidad, sin embargo, tiene un valor presente definido.

Considérese una perpetuidad de R pagaderos al final de cada período de interés, sobre la base de un interés i por período. El valor presente de la perpetuidad es simplemente la cantidad A que en un período de interés produce R de intereses, esto es, $Ai = R$ o sea que

$$A = \frac{R}{i} \quad (1)$$

Ejemplo 4.

La compañía XYZ espera pagar \$2,50 cada seis meses, indefinidamente, como dividendo sobre sus acciones preferentes. Suponiendo un rendimiento de 6% convertible semestralmente, ¿cuánto debería estar dispuesto a pagar B por cada acción?

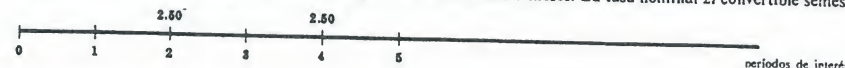
$$A = 2,50, i = 0,03; \text{ por tanto } A = \frac{R}{i} = \frac{2,50}{0,03} = \$83,33.$$

Hay dos variaciones de la situación básica obtenida, cuando el intervalo de pago y el período de interés no coinciden. Tenemos el caso de $k > 1$ período de interés por intervalo de pago o de $k > 1$ intervalo de pago por período de interés. En cualquier caso, primero hallamos la tasa equivalente de interés por intervalo de pago (véase el capítulo 7) y después utilizamos la relación dada en (1).

Ejemplo 5.

¿Cuánto debería estar dispuesto a pagar C por cada acción del ejemplo 4 si espera una redituabilidad de 5% convertible trimestralmente?

En este caso el intervalo de pago es 6 meses y el período de interés es 3 meses. La tasa nominal $2i$ convertible semestralmente



tralmente equivalente al 5% convertible trimestralmente se encuentra resolviendo

$$(1+i)^3 = \left(1 + \frac{0,05}{4}\right)^4 = (1,0125)^4$$

para

$$i = (1,0125)^3 - 1 = 0,02515625$$

Ahora podemos enunciar nuestro problema como sigue: ¿Cuánto debería estar dispuesto a pagar C por cada acción del ejemplo 4 si desea una redituabilidad del 5,03125% convertible semestralmente? La nueva línea de tiempo es



con $R = 2,50$ e $i = 0,02515625$. Por tanto $A = \frac{2,50}{0,025156} = \$99,38$.

Ejemplo 6.

¿Cuánto debería estar dispuesto a pagar D por cada acción del ejemplo 4 si espera una redituabilidad de 5% efectivo?

En este caso el intervalo de pago es 6 meses y el período de interés es 1 año. La tasa nominal $2i$ convertible semestralmente equivalente al 5% efectivo se encuentra resolviendo

$$(1+i)^2 = 1,05$$

para $i = (1,05)^{1/2} - 1 = 0,02469508$, usando la tabla VI.

Ahora podemos enunciar nuestro problema como sigue: ¿Cuánto debería estar dispuesto a pagar D por cada acción del ejemplo 4 si desea una redituabilidad de 4,939016% convertible semestralmente? La nueva línea de tiempo es



con $R = 2,50$ e $i = 0,024695$. Por tanto $A = \frac{2,50}{0,024695} = \$101,24$.

Véanse los problemas 8-9.

COSTO CAPITALIZADO. El *costo capitalizado* C de un activo es el costo inicial F más el valor presente de un número ilimitado de costos de remplazo de cada R , esto es, de una perpetuidad de R por intervalo de remplazo.

Ejemplo 7.

Una cierta máquina costó \$2500 y tiene duración de 10 años, al término de los cuales su valor de salvamento es \$500. Si los remplazos también cuestan \$2500, hallar el costo capitalizado de la máquina sobre la base de 4%.

El remplazo le cuesta a la compañía $2500 - 500 = \$2000$. La tasa de interés i por intervalo de remplazo, esto es, convertible cada 10 años equivalente al 4% convertible anualmente, se determina resolviendo

$$(1+i)^{10} = (1,04)^{10}$$

para $i = (1,04)^{10} - 1 = 0,48024428$. El valor presente de la perpetuidad es $\frac{2000}{0,480244} = \$4164,55$; por lo cual el costo capitalizado es $2500 + 4164,55 = \$6664,55$.

MÉTODOS ALTERNATIVOS. La discusión anterior sobre perpetuidades estuvo basada en el uso de una fórmula, $R = A/i$. Esta simplicidad en ocasiones implica una larga división. Si se utiliza una calculadora o logaritmos, esto no presenta dificultad alguna, sin embargo cuando no se utiliza ni calculadora ni logaritmos, sería conveniente eliminar en cuanto sea posible la división. La consecuencia de esto es una fórmula más complicada.

- (i) Para una perpetuidad de R pagadera al final de cada período de interés k , con la base de una redevuabilidad de i por período de interés y en consecuencia, $(1+i)^k - 1$ por intervalo de pago, tenemos

$$A = \frac{R}{(1+i)^k - 1} = \frac{R}{i} \cdot \frac{i}{(1+i)^k - 1} = \frac{R}{i} \cdot \frac{1}{s_{\overline{k}|i}}$$

En el ejemplo 5, $k = 2$ y $A = \frac{2,50}{0,0125} \cdot \frac{1}{s_{\overline{2}|0,0125}} = 200(0,49689) = \$99,38$.

- (ii) Para una perpetuidad de R pagadera p veces por período de interés, con la base de una redevuabilidad de i por período de interés y en consecuencia, $(1+i)^{1/p} - 1$ por intervalo de pago, tenemos

$$A = \frac{R}{(1+i)^{1/p} - 1} = \frac{R}{i} \cdot \frac{i}{(1+i)^{1/p} - 1} = \frac{R}{i} \cdot \frac{1}{s_{\overline{1/p}|i}}$$

donde para ciertos casos $\frac{1}{s_{\overline{1/p}|i}}$ está dado en la tabla X.

En el ejemplo 6, $k = 2$ y $A = \frac{2,50}{0,05} \cdot \frac{1}{s_{\overline{2}|0,05}} = 50(2,0247) = \$101,24$.

Problemas resueltos

1. En lugar de estar pagando \$125 de renta al principio de cada mes, por los próximos 8 años, M decide comprar una casa. ¿Cuál es el valor en efectivo de los 8 años de renta al 5% convertible mensualmente?



En este caso X (el equivalente en efectivo) es el valor presente de una anualidad anticipada de 96 pagos, esto es, un pago efectivo más el valor presente de una anualidad ordinaria de 95 pagos. Por tanto

$$X = 125 + 125 a_{\overline{95}|0,05/12} = 125 + 125(78,31856) = \$9914,82$$

2. Una corporación reserva \$10.000 al principio de cada año para crear un fondo en caso de futura expansión. Si el fondo gana el 3%, ¿cuál será su monto al término del 10o. año?



En este caso X es el monto de una anualidad anticipada de 10 pagos, esto es, el monto de una anualidad ordinaria justamente antes del 11o. pago. Por tanto

$$X = 10.000[s_{\overline{11}|0,03} - 1] = 10.000(11,8077957) = \$118.077,96$$

3. M desea que el beneficio de un seguro de \$150.000 sea invertido al 3% y que de dicha cantidad su viuda reciba \$7500 anuales, haciéndose el primer pago inmediatamente, y durante todo el tiempo que viva. En la fecha de pago siguiente a la muerte de su esposa, el sobrante del fondo será dado al colegio Hazel. Si su esposa muere 7 años 9 meses más tarde, ¿cuánto recibirá el colegio?

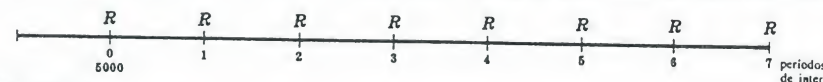


Designemos con X la suma requerida. Tomando el final del 8o. año como fecha focal, el conjunto de pagos de \$7500 forma una anualidad anticipada de 8 pagos cuyo monto es $7500[s_{\overline{8}|0,03} - 1]$. Entonces

$$7500[s_{\overline{8}|0,03} - 1] + X = 150.000(1,03)^8$$

$$y \quad X = 150.000(1,03)^8 - 7500[s_{\overline{8}|0,03} - 1] \\ = 150.000(1,26677008) - 7500(9,159106) = \$121.322,21$$

4. Una deuda de \$5000 con intereses al 4% convertible trimestralmente va a ser liquidada mediante 8 pagos trimestrales iguales, el primero con vencimiento el día de hoy. Hallar el pago trimestral R .



Primera solución.

El valor presente de una anualidad anticipada de 8 pagos es igual a un pago efectivo más el valor presente de una anualidad ordinaria de 7 pagos. Por tanto

$$R(1 + a_{\overline{7}|0,01}) = 5000$$

y

$$R = \frac{5000}{1 + a_{\overline{7}|0,01}} = \frac{5000}{7,7281945} = \$646,98$$

Segunda solución.

Utilizando como fecha focal un período de interés anterior al día de hoy, tenemos

$$R a_{\overline{8}|0,01} = 5000(1,01)^{-1}$$

Por lo cual

$$R = 5000(1,01)^{-1} \cdot \frac{1}{a_{\overline{8}|0,01}} = 5000(0,990099)(0,130690) = \$646,98$$

5. Dentro de 10 años la compañía XYZ necesitará \$12.000 para reemplazar maquinaria desgastada. ¿Cuál será el importe del depósito semestral R que tendrá que hacer desde ahora en un fondo que paga el 3% convertible semestralmente, durante 10 años, para acumular dicha suma?



Primera solución.

Suponiendo un pago extra al término de los 10 años, tenemos

$$R(s_{\overline{21}|0.15} - 1) = 12.000$$

Por lo cual

$$R = \frac{12.000}{s_{\overline{21}|0.15} - 1} = \frac{12.000}{23.470522} = \$511.28$$

Segunda solución.

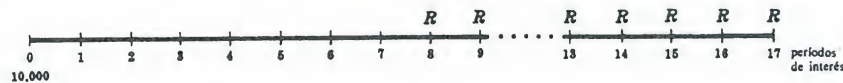
Utilizando como fecha focal el final del 19o. período de interés, tenemos

$$R s_{\overline{20}|0.15} = 12.000(1.015)^{-1}$$

Por lo cual

$$R = 12.000(1.015)^{-1} \frac{1}{s_{\overline{20}|0.15}} = 12.000(0.9852217)(0.0432457) = \$511.28$$

6. Una huerta avaluada en \$15.000 es vendida con \$5000 de cuota inicial. El comprador acuerda pagar el saldo con intereses al 5% convertible semestralmente, mediante 10 pagos semestrales iguales de R cada uno, el primero con vencimiento dentro de 4 años. Hallar R .



Los pagos constituyen una anualidad diferida a 7 períodos de interés.

Primera solución.

Si se supone que los pagos se harán al finalizar los primeros 7 períodos, vemos que

$$R(a_{\overline{17}|0.025} - a_{\overline{7}|0.025}) = 10.000$$

Por lo cual

$$R = \frac{10.000}{a_{\overline{17}|0.025} - a_{\overline{7}|0.025}} = \frac{10.000}{7.3628071} = \$1358.18$$

Segunda solución.

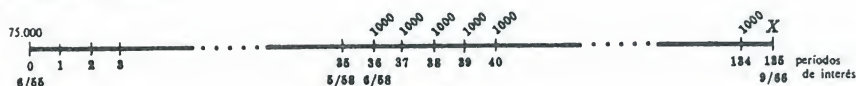
Utilizando como fecha focal el final del 7o. período de interés, tenemos

$$R a_{\overline{10}|0.025} = 10.000(1.025)^7$$

Por tanto

$$R = 10.000(1.025)^7 \frac{1}{a_{\overline{10}|0.025}} = 10.000(1.1886858)(0.1142588) = \$1358.18$$

7. El 1o. de junio de 1955 M obtuvo un préstamo de \$75.000 con intereses al 4% convertible mensualmente. Piensa liquidar la deuda mediante pagos mensuales de \$1000, el 1o. de junio de 1958. Hallar el número de pagos completos y el pago adicional que hará un mes después, necesarios para cancelar la deuda.



Tomando el 1o. de mayo de 1958 como fecha focal, tenemos

$$1000 a_{\overline{n}|0.01/3} = 75.000(1 + 0.01/3)^{35}$$

y

$$a_{\overline{n}|0.01/3} = 75(1 + 0.01/3)^{35} = 75(1.1235) = 84.2625$$

El número de pagos completos es 99. Sea X el pago adicional (irregular). Para hallar X

- (i) Tómese el 1o. de septiembre de 1966, que es la fecha del pago irregular, como fecha focal. De donde

$$1000(s_{\overline{100}|0.01/3} - 1) + X = 75.000(1 + 0.01/3)^{135}$$

y

$$X = 75.000(1.5671390) - 1000(117.451705) = \$83.72$$

- (ii) Tómese el 1o. de mayo de 1958 como fecha focal; tenemos que

$$1000 a_{\overline{99}|0.01/3} + X(1 + 0.01/3)^{-100} = 75.000(1 + 0.01/3)^{35}$$

$$X = \{75.000(1 + 0.01/3)^{35} - 1000 a_{\overline{99}|0.01/3}\}(1 + 0.01/3)^{100} \\ = \{75.000(1.1235268) - 1000(84.20449)\}(1.3948) = \$83.72$$

8. Hallar el valor presente de una perpetuidad de \$780 pagaderos al final de cada año, suponiendo un interés de, (a) 6% efectivo, (b) 6% convertible semestralmente, (c) 6% convertible trimestralmente.

$$(a) A = \frac{780}{0.06} = \$13.000$$

$$(b) A = \frac{780}{(1.03)^2 - 1} = \frac{780}{0.0609} = \$12.807.88$$

$$(c) A = \frac{780}{(1.015)^4 - 1} = \frac{780}{0.06136335} = \$12.711.13$$

Soluciones alternas.

- (b) $R = 780$, $i = 0.03$, $k = 2$; de donde

$$A = \frac{R}{i} \cdot \frac{1}{s_{\overline{k}|i}} = \frac{780}{0.03} \cdot \frac{1}{s_{\overline{2}|0.03}} = 26.000(0.4926108) = \$12.807.88$$

- (c) $R = 780$, $i = 0.015$, $k = 4$; de donde

$$A = \frac{780}{0.015} \cdot \frac{1}{s_{\overline{4}|0.015}} = 52.000(0.2444448) = \$12.711.13$$

9. Hallar el pago semestral de una perpetuidad cuyo valor presente es \$36.000 suponiendo un interés de 4% convertible semestralmente.

$$A = 36.000, i = 0.02 \text{ de donde } R = Ai = 36.000(0.02) = \$720.$$

10. Unas tribunas de madera con vida probable de 15 años, pueden ser construidas con \$100.000. Suponiendo un interés de 5% hallar

- (a) El costo capitalizado de las tribunas.

- (b) La cantidad que sería razonable pagar por unas tribunas de acero con una vida probable de 50 años.

- (a) $R = 100.000$, $i = (1.05)^{15} - 1 = 1.07892818$; de donde

$$A = \frac{100.000}{1.07892818} = \$92.684.58 \quad \text{y} \quad C = 100.000 + 92.684.58 = \$192.684.58$$

- (b) Designemos con R la suma que se pagaría por las tribunas de acero. Como la tasa de interés convertible cada 50 años equivalente al 5% convertible anualmente es $i = (1.05)^{50} - 1 = 10.4674$,

$$R + \frac{R}{10.4674} = 192.684.58 \quad \text{o sea} \quad R = \frac{10.4674(192.684.58)}{11.4674} = \$175.881.75$$

Solución alterna.

(a) $F = R = 100.000$, $i = 0,05$, $k = 15$; de donde

$$\begin{aligned} C &= F + \frac{R}{i} \cdot \frac{1}{s_{\overline{k}|i}} = 100.000 + \frac{100.000}{0,05} \cdot \frac{1}{s_{\overline{15}|0,05}} \\ &= \frac{100.000}{0,05} \left(0,05 + \frac{1}{s_{\overline{15}|0,05}} \right) = 2.000.000 \frac{1}{a_{\overline{15}|0,05}} \\ &= 2.000.000(0,09634229) = \$192.684,58 \end{aligned}$$

(b) $C = 192.684,58$, $i = 0,05$, $k = 50$, $F = R$; de donde

$$C = F + \frac{R}{i} \cdot \frac{1}{s_{\overline{k}|i}} = \frac{R}{i} \left[i + \frac{1}{s_{\overline{k}|i}} \right] = \frac{R}{i} \cdot \frac{1}{a_{\overline{k}|i}}$$

$$y \quad R = C i a_{\overline{k}|i} = 192.684,58(0,05) a_{\overline{50}|0,05} = 9634,23(18,255925) = \$175.881,78$$

Problemas propuestos

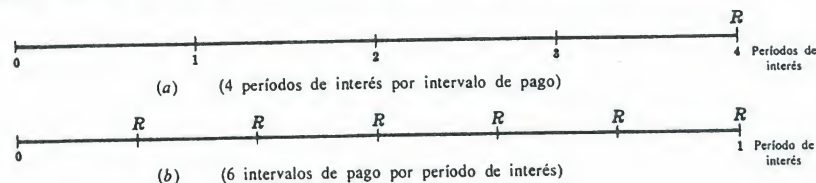
- Un televisor es comprado con \$50 de cuota inicial y \$50 mensuales durante 14 meses. Si se cargan intereses de 21% convertible mensualmente, ¿cuál es el valor de contado del televisor? *Resp.* \$666,10
- B alquila un edificio en \$10.000 cada 3 meses pagados por adelantado. Invierte en forma inmediata \$7500 de cada pago en un fondo que paga el 5% convertible trimestralmente. ¿Cuál será el importe del fondo al término de 6 años? *Resp.* \$211.015,76
- La prima anual por adelantado de una póliza de seguro temporal a 10 años es \$178,40. ¿Cuál es el equivalente de contado al 3½%? *Resp.* \$1535,61
- M acuerda pagar \$250 al principio de cada año durante 15 años. Al 4½% hallar el valor de los pagos restantes, (a) justamente después que haga el tercer pago, (b) justamente antes de hacer el sexto pago. (c) Si después de hacer el pago inicial, M deja de hacer los 4 pagos siguientes, ¿cuánto tendrá que pagar al vencimiento del siguiente pago para ponerse al corriente? *Resp.* (a) 2279,64; (b) \$2067,20; (c) \$1367,68
- El valor de contado de un coche usado es \$1750. B desea pagarlo en 15 abonos mensuales, venciendo el primero el día de la compra. Si se carga el 18% de interés convertible mensualmente, hallar el importe del pago mensual.
Sugerencia. $x(1 + a_{\overline{15}|0,015}) = 1750$ o sea $x = 1750(1,015)^{15} \frac{1}{s_{\overline{15}|0,015}}$
- La renta por un edificio es \$1500 anuales por adelantado. ¿Cuál es la renta mensual por adelantado equivalente al 6% convertible mensualmente? *Resp.* \$128,46
- Un granjero compró un tractor el 1o. de marzo, comprendiendo que haría pagos mensuales de \$200 durante 24 meses, el primero con vencimiento el 1o. de octubre. Si el interés es al 12% convertible mensualmente, hallar el valor de contado equivalente. *Resp.* \$4002,45

- El 1o. de junio de 1958 se compra un negocio con \$10.000 de cuota inicial y 10 pagos trimestrales de \$2500 cada uno, el primero con vencimiento el 1o. de junio de 1961. ¿Cuál es el valor de contado del negocio suponiendo intereses al 6% convertible trimestralmente? *Resp.* \$29.572,55
- En esta fecha, B adquiere un préstamo de \$25.000 para adquirir un plantío de frutas cítricas. Piensa liquidar el préstamo con intereses de 5½% en 10 pagos anuales iguales, haciendo el primero en 8 años. Hallar el pago anual X . *Resp.* \$4824,73
- Al nacimiento de su hijo, M desea depositar en una fiduciaria una cantidad tal que le proporcione a su hijo pagos de \$1250 cada 6 meses durante 4 años, venciendo el primero cuando cumpla 18 años. Si la fiduciaria paga el 3% convertible semestralmente, ¿cuánto tendrá que depositar M? *Resp.* \$5557,05
- En esta fecha, M contrae una deuda con intereses al 5% convertible trimestralmente, la cual será pagada mediante desembolsos de \$250 al final de cada 3 meses por los próximos 5 años, seguidos de pagos de \$400 trimestrales por los siguientes 4 años. Hallar el importe de la deuda. *Resp.* \$8899,01
- Suponiendo que una granja produzca \$5000 anuales indefinidamente, ¿cuál es su valor real sobre la base de 5%? *Resp.* \$100.000
- ¿Qué cantidad es necesaria para patrocinar una serie de conferencias que cuestan \$2500 al principio de cada año, indefinidamente, suponiendo intereses al 5% convertible trimestralmente? *Resp.* \$51.572,20
- Un colegio calcula que el nuevo edificio de la sociedad de alumnos requerirá \$800 de mantenimiento al final de cada año por los próximos 10 años y posteriormente \$1500 al final de cada año, indefinidamente. ¿Qué donativo se hace necesario para asegurar el mantenimiento del edificio, suponiendo intereses de 4%?
Resp. $800 a_{\overline{10}|0,04} + \frac{1500}{0,04} (1,04)^{-10}$
- (i) Una alfombra que cuesta \$50 tiene que ser remplazada cada 2 años al mismo costo; (ii) otra que cuesta \$300 tiene que ser remplazada cada 10 años al mismo precio. Con la base de 5% del interés, ¿cuál es la más económica? *Resp.* (i)
- Demostrar que $a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$ nos da la diferencia entre el valor presente de una perpetuidad ordinaria de 1 por período y el valor presente de una perpetuidad ordinaria de 1 por período, diferida n períodos.
- La compañía XYZ utiliza baterías que cuestan \$30 con una vida útil de 2 años. Se ofrece otro modelo que cuesta \$40 con una vida probable de 3 años. ¿Cuál de los dos modelos es mejor inversión sobre la base de 5%?
- ¿Cuál es el máximo precio que la compañía XYZ puede pagar por el segundo modelo de la batería del problema 27, de tal forma que el costo capitalizado no exceda al del modelo que tiene actualmente en uso? *Resp.* \$43,94
- Las vigas utilizadas en cierta construcción cuestan \$2000 y duran 12 años. Aplicándoles un tratamiento preservativo pueden durar 20 años. ¿Cuánto podría pagarse por el tratamiento suponiendo intereses de 4%?
Resp. $2000 \left[\frac{1}{a_{\overline{12}|0,04}} \cdot a_{\overline{20}|0,04} - 1 \right]$

Capítulo 14

Anualidades ciertas. Caso general

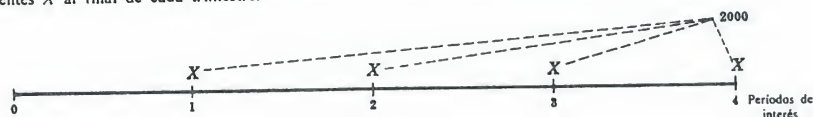
UNA ANUALIDAD GENERAL es aquella cuyo período de interés e intervalo de pago no coinciden. Las anualidades generales que más frecuentemente se presentan tienen ya sea, (a) un número entero de períodos de interés por intervalo de pago, o (b) un número entero de intervalos de pago por período de interés. En los diagramas de estos casos, R es el pago periódico.



Una anualidad general puede ser trasformada en una anualidad simple equivalente, de dos maneras: (i) cambiando la tasa de interés dada en una equivalente (véase el capítulo 7) en la cual el nuevo período de interés coincide con el intervalo de pago, o (ii) reemplazando los pagos dados R por pagos equivalentes X hechos al final de los períodos de interés. Utilizaremos (ii) ya que es generalmente aceptado que los períodos de interés dados son la mejor unidad de tiempo. Los ejemplos 1 y 2, son básicos para nuestro tratamiento a la anualidad general.

Ejemplo 1.

Si el interés es de 6% convertible trimestralmente, reemplazar un pago de \$2000 al final de cada año por pagos equivalentes X al final de cada trimestre.



Tenemos

$$X s_{\overline{4}|.015} = 2000 \text{ o sea } X = 2000 \frac{1}{s_{\overline{4}|.015}} = 2000(0.244445) = \$488.89$$

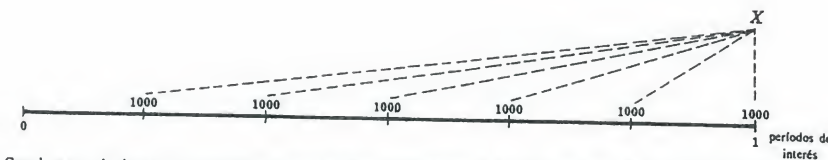
Del ejemplo 1 se deduce rápidamente que si R es el pago periódico, i la tasa por período de interés y hay k períodos de interés por intervalo de pago, R puede ser distribuido en k pagos de X cada uno, con vencimiento al final de cada período de interés, donde

$$X = R \frac{1}{s_{\overline{k}|i}} \quad (1)$$

En consecuencia, podemos hablar de $\frac{1}{s_{\overline{k}|i}}$ como *factor de distribución*.

Ejemplo 2.

Con intereses al 6% convertible semestralmente, sustituir pagos de \$1000 al final de cada mes por pagos equivalentes X al final de cada 6 meses.



Sea la tasa de interés j convertible mensualmente equivalente a la tasa dada de 6% convertible semestralmente. Tenemos

$$\left(1 + \frac{j}{12}\right)^6 = 1.03, \quad 1 + \frac{j}{12} = (1.03)^{1/6}, \quad \text{y} \quad \frac{j}{12} = (1.03)^{1/6} - 1$$

Ahora

$$\begin{aligned} X &= 1000 s_{\overline{6}|j/12} = 1000 \frac{(1 + j/12)^6 - 1}{j/12} \\ &= 1000 \frac{1.03 - 1}{(1.03)^{1/6} - 1} = 1000 \frac{0.03}{(1.03)^{1/6} - 1} = 1000 \frac{1}{s_{\overline{1}|.03}} \\ &= 1000(6.074569) = \$6074.57 \end{aligned}$$

(Tabla X)

Del ejemplo 2 vemos que si R es el pago periódico, i es la tasa por período de interés y si hay p intervalos de pago por período de interés, los p pagos de R cada uno pueden ser combinados en un pago único X al final del período de interés, donde

$$X = R \frac{i}{(1+i)^{1/p} - 1} = R \frac{1}{s_{\overline{1}|p i}} \quad (2)$$

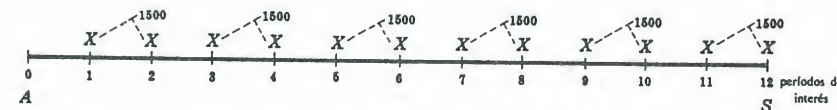
En consecuencia, podemos decir que $\frac{1}{s_{\overline{1}|p i}} = \frac{i}{(1+i)^{1/p} - 1}$ es el *factor de agrupamiento*.

Véanse los problemas 1-3.

MONTO Y VALOR PRESENTE. Después de distribuir o agrupar los pagos periódicos dados para tener un pago al final de cada período de interés, el monto y el valor presente de una anualidad general se encuentran utilizando las fórmulas básicas del capítulo 9.

Ejemplo 3.

Hallar el monto y el valor presente de una anualidad de \$1500 anuales por 6 años con intereses al 6% convertible semestralmente.



El intervalo de pago es 1 año y el período de interés es 6 meses; hay 2 períodos de interés por intervalo de pago. Primero distribuimos cada pago anual de \$1500 en dos pagos equivalentes de X cada uno, donde, de (1),

$$X = 1500 \frac{1}{s_{\overline{2}|.03}}$$

Por lo cual

$$\begin{aligned} S &= X s_{\overline{12}|.03} = 1500 s_{\overline{12}|.03} \frac{1}{s_{\overline{2}|.03}} \\ &= 1500(14.192030)(0.492611) = \$10,486.72 \end{aligned}$$

y

$$A = X a_{\overline{12}|.03} = 1500 a_{\overline{12}|.03} \frac{1}{s_{\overline{2}|.03}}$$

$$= 1500(9.954004)(0.492611) = \$7355.18$$

Ejemplo 4.

Hallar el monto y el valor presente de una anualidad ordinaria de \$1000 trimestrales, por 5 años, al 6% convertible semestralmente.



El intervalo de pago es 3 meses y el período de interés es 6 meses; hay 2 intervalos de pago por período de interés. Primero agrupamos los dos pagos de cada período de interés en un pago X al final del período de interés, donde, de (2)

$$X = 1000 \frac{1}{s_{\overline{1/2}|.03}}$$

Por lo cual

$$S = X s_{\overline{10}|.03} = 1000 s_{\overline{10}|.03} \frac{1}{s_{\overline{1/2}|.03}}$$

$$= 1000(11.463879)(2.014889) = \$23,098.44$$

y

$$A = X a_{\overline{10}|.03} = 1000 a_{\overline{10}|.03} \frac{1}{s_{\overline{1/2}|.03}}$$

$$= 1000(8.530203)(2.014889) = \$17,187.41$$

Véanse los problemas 4-5.

Los ejemplos 3 y 4 dados anteriormente no presentan dificultad ya que los valores de los símbolos usados se encuentran directamente en tablas. En el ejemplo 5, posterior, esto no se cumple. En casos similares, el uso de logaritmos puede en ocasiones evitarse por medio de las siguientes igualdades introducidas en los problemas del capítulo 9:

$$s_{\overline{h+k}|i} = s_{\overline{h}|i} + (1+i)^h s_{\overline{k}|i} \quad (3)$$

$$s_{\overline{h-k}|i} = s_{\overline{h}|i} - (1+i)^h a_{\overline{k}|i} \quad (4)$$

$$a_{\overline{h+k}|i} = a_{\overline{h}|i} + (1+i)^{-h} a_{\overline{k}|i} \quad (5)$$

$$a_{\overline{h-k}|i} = a_{\overline{h}|i} - (1+i)^{-h} s_{\overline{k}|i} \quad (6)$$

Las fórmulas (3)-(6) fueron deducidas con la suposición que h y k son enteros positivos. En este capítulo, las utilizaremos cuando k es una fracción. Por ejemplo, de (3),

$$s_{\overline{5\frac{1}{2}}|i} = s_{\overline{5+1/2}|i} = s_{\overline{5}|i} + (1+i)^5 s_{\overline{1/2}|i}$$

En el problema 6 se establece que símbolos tales como $s_{\overline{5\frac{1}{2}}|i}$ y $a_{\overline{3\frac{1}{4}}|i}$ tienen significado.

Ejemplo 5.

Hallar el monto y el valor presente de una anualidad de \$100 al final de cada mes, durante 40 meses, suponiendo intereses de 5% efectivo.



El intervalo de pago es 1 mes y el período de interés es 1 año; hay dos intervalos de pago por período de interés. El pago equivalente anual X está dado por

$$X = 100 \frac{1}{s_{\overline{1/12}|.05}}$$

Ahora el plazo es 40 meses o sea $3\frac{1}{3}$ períodos de interés. Utilizando (3) con $h = 3$ y $k = \frac{1}{3}$,

$$S = X s_{\overline{3\frac{1}{3}}|.05} = X [s_{\overline{3}|.05} + (1.05)^3 s_{\overline{1/3}|.05}]$$

$$= 100 [s_{\overline{3}|.05} + (1.05)^3 s_{\overline{1/3}|.05}] \frac{1}{s_{\overline{1/12}|.05}}$$

$$= 100 [3.15250 + (1.15762)(0.32793)] (12.27258) = \$4334.82$$

y, utilizando (5) con $h = 3$ y $k = \frac{1}{3}$,

$$A = X a_{\overline{3\frac{1}{3}}|.05} = X [a_{\overline{3}|.05} + (1.05)^{-3} a_{\overline{1/3}|.05}]$$

$$= 100 [a_{\overline{3}|.05} + (1.05)^{-3} a_{\overline{1/3}|.05}] \frac{1}{s_{\overline{1/12}|.05}}$$

$$= 100 [2.72325 + (0.86384)(0.32264)] (12.27258) = \$3684.18$$

Véanse los problemas 7-8.

PAGO PERIODICO. Cuando se requiera el pago periódico R de una anualidad ordinaria general:

- Escribir la expresión dando el pago X por período de interés requerido.
- Expresar la relación entre X y R , ya sea (1) o (2).
- Eliminar X entre las dos relaciones y resolver para R .

Si las fórmulas (3)-(6) son necesarias, la decisión sobre una debe hacerse a la luz del ejemplo 5 y del problema 7.

Ejemplo 6.

Suponiendo un interés de 4% efectivo, ¿qué pagos iguales R hechos al final de cada trimestre durante 15 años amortizarán una deuda de \$20,000?



Al 4% efectivo, el pago *anual* necesario para amortizar la deuda está dado por

$$X = 20,000 \frac{1}{a_{\overline{15}|.04}}$$

De (2),

$$X = R \frac{1}{s_{\overline{1/4}|.04}}$$

De donde

$$R \frac{1}{s_{\overline{1/4}|.04}} = 20,000 \frac{1}{a_{\overline{15}|.04}}$$

y

$$R = 20,000 \frac{1}{a_{\overline{15}|.04}} s_{\overline{1/4}|.04} = 20,000(0.0899411)(0.2463352) = \$443.11$$

Ejemplo 7.

La compañía XYZ desea tener \$20.000 en un fondo, al término de 10 años. ¿Qué depósito R hecho al final de cada año es necesario, si el fondo paga el 3% convertible semestralmente?



Al 3% convertible semestralmente, el depósito *semestral* X por 10 años, necesario para acumular \$20.000 está dado por

$$X = 20.000 \frac{1}{s_{\overline{20}|0,015}}$$

$$\begin{aligned} \text{de donde} \quad R &= X s_{\overline{2}|0,015} = 20.000 \frac{1}{s_{\overline{20}|0,015}} s_{\overline{2}|0,015} \\ &= 20.000(0.0432457)(2.01500) = \$1742.80 \end{aligned}$$

Véanse los problemas 9-10.

EL NUMERO DE PAGOS. El procedimiento para determinar el número de pagos completo y el pago parcial final, cuando es necesario, es similar al caso simple. En este caso, la identidad

$$(1+i)^k \frac{1}{s_{\overline{k}|i}} = \frac{1}{a_{\overline{k}|i}} \quad (\text{siendo } k, \text{ un número racional}) \quad (7)$$

puede ser utilizada para simplificar los cálculos.

Ejemplo 8.

¿Cuántos depósitos anuales de \$1000 y qué depósito final, un año después serán necesarios para acumular \$15.000 si el fondo gana el 4% convertible trimestralmente?

Designemos con X el depósito trimestral equivalente. Tenemos que

$$X s_{\overline{n}|0,01} = 15.000 \quad \text{y} \quad X = 1000 \frac{1}{s_{\overline{4}|0,01}}$$

$$\text{Por lo cual} \quad 1000 s_{\overline{n}|0,01} \frac{1}{s_{\overline{4}|0,01}} = 15.000$$

$$\text{y} \quad s_{\overline{n}|0,01} = 15 s_{\overline{4}|0,01} = 15(4,06040100) = 60,90601500$$

Interpolando en la tabla XII, hallamos que $n = 47,8$ aproximadamente; por lo tanto son necesarios 11 depósitos anuales de \$1000. Sea Y el depósito final requerido un año después. Utilizando como fecha focal la fecha del depósito final, tenemos



tenemos

$$\begin{aligned} Y &= 15.000 - X s_{\overline{48}|0,01} (1,01)^4 \\ &= 15.000 - 1000 s_{\overline{44}|0,01} \frac{1}{s_{\overline{4}|0,01}} (1,01)^4 \\ &= 15.000 - 1000 s_{\overline{44}|0,01} \frac{1}{a_{\overline{4}|0,01}} \quad [\text{por (7)}] \\ &= 15.000 - 1000(54,931757)(0,256281) = \$922.03 \end{aligned}$$

Véanse los problemas 11-13.

LA TASA DE INTERES. Para hallar la tasa de interés involucrada en una anualidad general, resuélvase primero la anualidad simple equivalente.

Ejemplo 9

Una compañía financiera anuncia préstamos de \$402,92 para ser pagados con 18 pagos mensuales de \$28 cada uno. Hallar la tasa efectiva cargada.

Designemos con i la tasa cargada mensual. De donde

$$28 a_{\overline{18}|i} = 402,92 \quad \text{y} \quad a_{\overline{18}|i} = 14,3900$$

Interpolando en la tabla XIII, hallamos que $i = 0,02471$. La tasa efectiva equivalente r es

$$r = (1,02471)^{12} - 1 = 0,3403 \quad (\text{usando logaritmos})$$

Por tanto la tasa efectiva cargada es 34,03%.

Véanse los problemas 16-17.

Problemas resueltos

1. Con intereses de 4% convertible trimestralmente, ¿qué pago X hecho al final de cada trimestre es equivalente a \$500 al final de cada medio año?

Se requiere distribuir cada pago de \$500 en dos pagos de X cada uno. De (1),

$$X = 500 \frac{1}{s_{\overline{2}|0,01}} = 500(0,49751) = \$248,76$$

2. Con intereses al 5% efectivo, ¿qué pago X hecho al final de cada año es equivalente a \$250 al final de cada trimestre?

Se requiere combinar 4 pagos de \$250 cada uno en un pago único X . De (2),

$$X = 250 \frac{1}{s_{\overline{4}|0,05}} = 250(4,07424) = \$1018,56$$

3. Con intereses al 6% convertible semestralmente, ¿qué pago X hecho al final de cada seis meses es equivalente a \$100 al principio de cada mes?

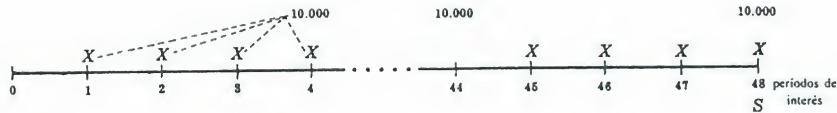


El valor de los 6 pagos hechos en un período de interés inmediatamente después que se ha hecho el último es, según (2),

$$S = 100 \frac{1}{s_{\overline{6}|0,03}}$$

$$\begin{aligned} \text{Por tanto} \quad X &= S(1,03)^{1/6} = 100 \frac{1}{s_{\overline{176}|0,03}} (1,03)^{1/6} = 100 \frac{1}{a_{\overline{176}|0,03}} \\ &= 100(6,10457) = \$610,46 \end{aligned}$$

4. La compañía XYZ deposita \$10.000 al final de cada año en un fondo que gana intereses al 4% convertible trimestralmente. ¿Cuánto habrá en el fondo, al término de 12 años?



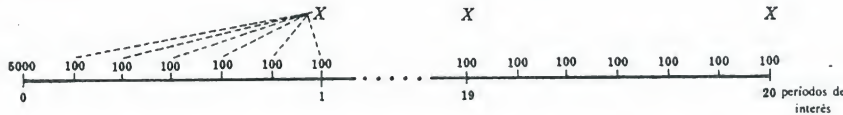
El intervalo de pago es un año y el periodo de interés es 3 meses; hay 4 periodos de interés por intervalo de pago. Para obtener una anualidad simple equivalente, cada depósito anual de \$10.000 debe ser distribuido en 4 depósitos trimestrales iguales X . De (1),

$$X = 10.000 \frac{1}{s_{\overline{4}|.01}}$$

Por lo cual
$$S = X s_{\overline{48}|.01} = 10.000 s_{\overline{48}|.01} \frac{1}{s_{\overline{4}|.01}}$$

$$= 10.000(61,2226078)(0,2462811) = \$15.077,97$$

5. Una casa puede ser comprada con \$5000 de cuota inicial y \$100 al final de cada mes, por los próximos 10 años. Con intereses al 6% convertible trimestralmente, ¿cuál es el valor de contado C de la casa?



Considérese primero la anualidad general. El intervalo de pago es 1 mes y el periodo de interés es 6 meses; hay 6 pagos por periodo de interés. Para obtener una anualidad simple equivalente, los 6 pagos de \$100 cada uno en un periodo de interés deben ser combinados en un solo pago único X hecho al final del periodo de interés. De (2),

$$X = 100 \frac{1}{s_{\overline{176}|.03}}$$

De donde
$$C = 5000 + X a_{\overline{20}|.03} = 5000 + 100 a_{\overline{20}|.03} \frac{1}{s_{\overline{176}|.03}}$$

$$= 5000 + 100(14,87747)(6,07457) = 5000 + 9037,42 = \$14.037,42$$

6. Considérese una anualidad ordinaria general de R por intervalo de pago durante m intervalos de pago. Sea i la tasa de interés por periodo de interés y supóngase que los p periodos de interés son igual a los q intervalos de pago. Finalmente, sea j la tasa de interés por intervalo de pago equivalente a i por periodo de interés. En consecuencia el monto de la anualidad es

$$S = R s_{\overline{m}|j} = R \frac{(1+j)^m - 1}{j}$$

Sin embargo $(1+j)^q = (1+i)^p$; por tanto $1+j = (1+i)^{p/q}$ y

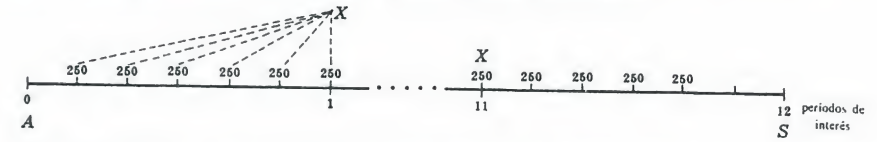
$$S = R \frac{(1+i)^{mp/q} - 1}{(1+i)^{p/q} - 1} = R \frac{(1+i)^{mp/q} - 1}{i} \cdot \frac{i}{(1+i)^{p/q} - 1} = R s_{\overline{mp/q}|i} \frac{1}{s_{\overline{p/q}|i}}$$

Tenemos ahora que mp/q es el número n de periodos de interés correspondiente a m intervalos de pago, por lo cual

$$S = X s_{\overline{n}|i}, \text{ de donde } X = R \frac{1}{s_{\overline{p/q}|i}}$$

Es decir que $s_{\overline{n}|i}$ tiene significado aun no siendo n un entero. Similarmente, podemos demostrar que $a_{\overline{n}|i}$ tiene significado cuando n no es entero.

7. Hallar el monto y el valor presente de una anualidad de \$250 pagaderos al final de cada mes por 5 años 10 meses, suponiendo intereses al 4% convertible semestralmente.



El intervalo de pago es 1 mes y el periodo de interés es 6 meses; hay 6 pagos por periodo de interés. El pago equivalente semestral X está dado por

$$X = 250 \frac{1}{s_{\overline{176}|.02}}$$

Ahora el plazo es 5 años 10 meses, o sea $11\frac{2}{3}$ periodos de interés. Utilizando (4) con $h = 12$ y $k = \frac{2}{3}$,

$$S = X s_{\overline{176}|.02} = X [s_{\overline{12}|.02} - (1,02)^{12} a_{\overline{173}|.02}]$$

$$= 250 [s_{\overline{12}|.02} - (1,02)^{12} a_{\overline{173}|.02}] \frac{1}{s_{\overline{176}|.02}}$$

$$= 250 [13,41209 - (1,26824)(0,32896)] (6,04981) = \$19.654,15$$

y utilizando (6) con $h = 12$ y $k = \frac{2}{3}$,

$$A = X a_{\overline{176}|.02} = X [a_{\overline{12}|.02} - (1,02)^{-12} s_{\overline{173}|.02}]$$

$$= 250 [a_{\overline{12}|.02} - (1,02)^{-12} s_{\overline{173}|.02}] \frac{1}{s_{\overline{176}|.02}}$$

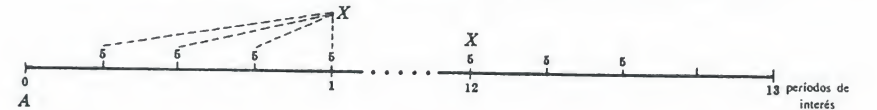
$$= 250 [10,57534 - (0,78849)(0,33114)] (6,04981) = \$15.599,80$$

Nota. El uso de las fórmulas (4) y (6) en este caso, en lugar de las (3) y (5) como en el ejemplo 5, es para permitir el uso de las tablas disponibles. Por ejemplo, la fórmula (3) produciría

$$s_{\overline{176}|.02} = s_{\overline{11}|.02} + (1,02)^{11} s_{\overline{273}|.02}$$

de la cual $s_{\overline{273}|.02}$ tendría que ser calculado con logaritmos.

8. Un contrato estipula el pago de \$5 al final de cada semana durante 50 semanas. Hallar el equivalente en efectivo del contrato suponiendo intereses al $7\frac{1}{2}\%$ convertible mensualmente.



El intervalo de pago es 1 semana y el periodo de interés es 1 mes; hay 4 pagos por periodo de interés. El pago mensual equivalente X está dado por

$$X = 5 \frac{1}{s_{\overline{174}|.00625}}$$

Ahora el plazo es 50 semanas o sea $12\frac{1}{2}$ periodos de interés. En consecuencia

$$A = X a_{\overline{174}|.00625} = 5 a_{\overline{12 1/2}|.00625} \frac{1}{s_{\overline{174}|.00625}}$$

Puesto que $\frac{1}{2}$ no está tabulado, deben utilizarse logaritmos. Escribimos

$$A = 5 \frac{1 - (1,00625)^{-12 1/2}}{0,00625} \cdot \frac{0,00625}{(1,00625)^{1/4} - 1} = 5 \frac{1 - (1,00625)^{-12 1/2}}{(1,00625)^{1/4} - 1}$$

Ahora $\log 1,00625 = 0,0027059$; por lo cual

$$\log (1,00625)^{-12 1/2} = 12,5 \log (1,00625) = 9,9661762 - 10$$

de tal forma que

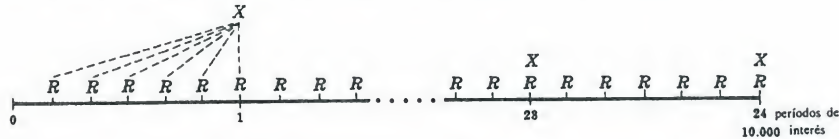
$$(1,00625)^{-12 1/2} = 0,92507$$

$$y \quad \log (1,00625)^{1/4} = \frac{1}{4} \log 1,00625 = 0,0006765$$

$$\text{de tal forma que} \quad (1,00625)^{1/4} = 1,00156$$

$$\text{Por lo cual} \quad A = 5 \frac{0,07493}{0,00156} = \$240,16$$

9. La compañía XYZ desea acumular \$10.000 en un fondo, al término de 12 años. ¿Qué depósito R al final de cada mes debe hacerse, si el fondo paga el 4% convertible semestralmente?



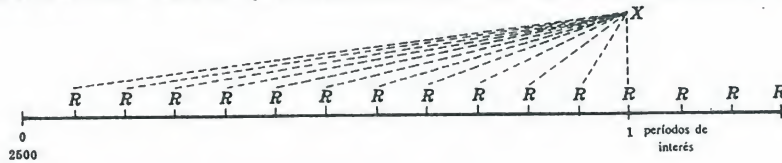
El depósito X hecho al final de cada seis meses durante 12 años, cuyo monto sea \$10.000 está dado por

$$X = 10.000 \frac{1}{s_{24|,03}}$$

$$\text{De (2)} \quad X = R \frac{1}{s_{18|,03}}$$

$$\text{Por lo cual} \quad R = 10.000 \frac{1}{s_{24|,03}} s_{18|,03} = 10.000(0,0290474)(0,1646207) = \$47,82$$

10. Un automóvil cuyo valor de contado es \$3500 es vendido con \$1000 de cuota inicial y con pagos iguales R al final de cada mes por los próximos 15 meses. Hallar R si el interés es de 8% efectivo.



Designemos con X el pago anual equivalente; con lo que

$$X a_{15|,08} = 2500$$

$$\text{De (2),} \quad X = R \frac{1}{s_{1/12|,08}}$$

$$\text{Por lo cual} \quad R = 2500 \frac{1}{a_{15|,08} s_{1/12|,08}} = 2500 \frac{1}{a_{15|,08} + (1,08)^{-1} a_{1/4|,08}} s_{1/12|,08}$$

$$= 2500 \frac{1}{0,925926 + (0,925926)(0,238204)} (0,080425) = \$175,37$$

11. M compra un coche usado avaluado en \$2500. Paga \$500 de cuota inicial, acuerda pagar \$100 al final de cada mes por todo el tiempo que sea necesario. Hallar el número de pagos completos y el pago final, un mes después si el interés es de 8% trimestral.

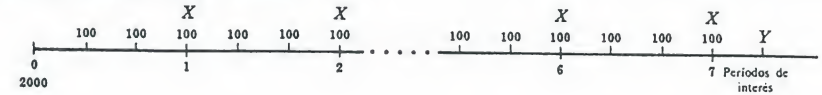
Designemos con X el pago trimestral equivalente. Tenemos que

$$X a_{n|,02} = 2000 \quad y \quad X = 100 \frac{1}{s_{1/3|,02}}$$

$$\text{Con lo que} \quad 100 a_{n|,02} \frac{1}{s_{1/3|,02}} = 2000$$

$$y \quad a_{n|,02} = 20 s_{17/3|,02} = 20(0,33113548) = 6,62270960$$

Interpolando en la tabla XIII, encontramos que $n = 7,2$ aproximadamente. Dado que hay 3 pagos por período de interés, se requieren 21 pagos completos.



Designemos con Y el pago final (22°). Utilizando la fecha de pago final como fecha focal, tenemos

$$\begin{aligned} Y &= 2000(1,02)^{22/3} - X s_{7|,02} (1,02)^{1/3} \\ &= 2000(1,02)^{22/3} - 100 s_{7|,02} \frac{1}{s_{1/3|,02}} (1,02)^{1/3} \\ &= 2000(1,02)^7 (1,02)^{1/3} - 100 s_{7|,02} \frac{1}{a_{1/3|,02}} \\ &= 2000(1,148686)(1,006623) - 100(7,43428)(3,03991) = \$52,64 \end{aligned}$$

12. ¿Cuántos depósitos de \$50 cada uno y qué depósito final un mes después, serán necesarios para acumular \$2500 suponiendo intereses al 3% convertible trimestralmente?

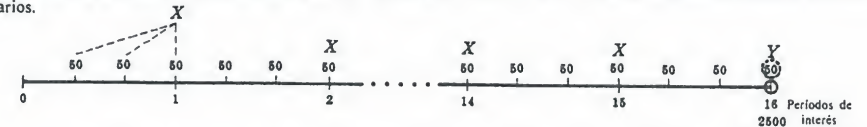
Designemos con X el depósito trimestral equivalente. Tenemos que

$$X s_{n|,0075} = 2500 \quad y \quad X = 50 \frac{1}{s_{1/3|,0075}}$$

$$\text{por lo que} \quad 50 s_{n|,0075} \frac{1}{s_{1/3|,0075}} = 2500$$

$$y \quad s_{n|,0075} = 50 s_{1/3|,0075} = 50(0,33250345) = 16,62517250$$

Interpolando en la tabla XII, vemos que $n = 15,7$ por tanto, $3 \times 15,7 = 47$ o sea 47 depósitos completos son necesarios.



Designemos con Y el depósito final (48°). Utilizando la fecha del depósito final como fecha focal, tenemos que

$$\begin{aligned} Y &= 2500 - X s_{15 \frac{2}{3}|,0075} (1,0075)^{1/3} \\ &= 2500 - 50 [s_{16|,0075} - (1,0075)^{16} a_{1/3|,0075}] \frac{1}{s_{1/3|,0075}} (1,0075)^{1/3} \\ &= 2500 - 50 [s_{16|,0075} - (1,0075)^{16} a_{1/3|,0075}] \frac{1}{a_{1/3|,0075}} \\ &= 2500 - 50 \left[s_{16|,0075} \frac{1}{a_{1/3|,0075}} - (1,0075)^{16} \right] \\ &= 2500 - 50 [(16,9323)(3,0150) - 1,1270] = \$3,81 \end{aligned}$$

Como falta un solo depósito completo para alcanzar los 16 períodos de interés, es posible una solución simple. Suponiendo el depósito adicional (encerrado con un círculo en la línea de tiempo) y después restándolo, tenemos

$$\begin{aligned} Y &= 2500 - [X s_{16|,0075} - 50] \\ &= 2500 - 50 \left[s_{16|,0075} \frac{1}{s_{1/3|,0075}} - 1 \right] = 2500 - 50[(16,9323)(3,0075) - 1] = \$3,81 \end{aligned}$$

13. M invierte \$25.000 el día de hoy en un fondo que paga el 3½% efectivo. Proyecta retirar \$1000 cada 6 meses, haciendo el primer retiro dentro de 6 meses. Hallar el número de retiros completos y el retiro final 6 meses después el cual agotará totalmente el fondo.

Designemos con R el retiro anual equivalente a \$1000 al final de cada semestre; tenemos que

$$R = 1000 \frac{1}{s_{\overline{172}|.035}}$$

Ahora

$$R a_{\overline{172}|.035} = 1000 \frac{1}{s_{\overline{172}|.035}} a_{\overline{172}|.035} = 25.000$$

y

$$a_{\overline{172}|.035} = 25 s_{\overline{172}|.035} = 12,3925$$

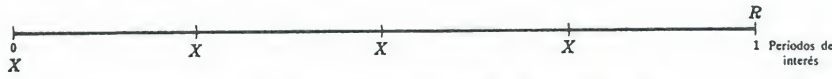
Interpolando en la tabla XIII, $n = 16,53$; habrá 33 retiros de \$1000 cada uno.



Designemos con Y el retiro final al final del 17º año. Procediendo como en la segunda solución del problema 12, tomando como fecha focal el final del 17º año, tenemos

$$Y = 25.000(1,035)^{17} - \left[1000 \frac{1}{s_{\overline{172}|.035}} s_{\overline{172}|.035} - 1000 \right] \\ = 25.000(1,7946756) - 1000[(2,017350)(22,705016) - 1] = \$62,93$$

14. Suponiendo intereses al 4% efectivo, remplazar un pago R al final de cada año con pagos iguales X al principio de cada trimestre.



Sea j la tasa nominal convertible trimestralmente equivalente al 4% efectivo; tenemos que

$$(1 + j/4)^4 = 1,04 \quad \text{y} \quad 1 + j/4 = (1,04)^{1/4}$$

Los cuatro pagos de X constituyen una anualidad anticipada cuyo monto es

$$X(s_{\overline{4}|j/4} - 1) = R$$

Ahora

$$s_{\overline{4}|j/4} - 1 = \frac{(1 + j/4)^4 - 1}{j/4} - 1 = \frac{(1,04)^{1/4} - 1}{(1,04)^{1/4} - 1} - 1 \\ = \frac{(1,04)^{1/4} - (1,04)^{1/4}}{(1,04)^{1/4} - 1} = \frac{0,04}{1 - (1,04)^{-1/4}} = \frac{1}{a_{\overline{1}|.04}}$$

y $X = R a_{\overline{1}|.04}$.

15. Con intereses al 4% convertible trimestralmente, remplazar un pago de \$2000 al final de cada 6 meses con pagos X , (a) al final de cada mes, (b) al principio de cada mes.

Designemos con R el pago al final de cada trimestre equivalente a \$2000 al final de cada medio año; tenemos que

$$R = 2000 \frac{1}{s_{\overline{24}|.01}}$$

Sea j la tasa nominal convertible mensualmente equivalente al 4% convertible trimestralmente; tenemos que

$$(1 + j/12)^3 = 1,01 \quad \text{y} \quad 1 + j/12 = (1,01)^{1/3}$$



$$(a) X = R s_{\overline{173}|.01} = 2000 \frac{1}{s_{\overline{24}|.01}} s_{\overline{173}|.01} = 2000(0,497512)(0,332228) = \$330,57$$

(b) Del problema 14,

$$X = R a_{\overline{173}|.01} = 2000 \frac{1}{s_{\overline{24}|.01}} a_{\overline{173}|.01} = 2000(0,497512)(0,331128) = \$329,48$$

Nota. Las partes (a) y (b) han sido resueltas en forma independiente; por supuesto, la solución de cualquier parte puede ser obtenida directamente de la otra. Si $X_a = \$330,57$ y $X_b = \$329,48$ tenemos que

$$X_b = X_a(1,01)^{-1/3} \quad \text{y} \quad X_a = X_b(1,01)^{1/3}$$

16. Si se emplea 15 meses para pagar un préstamo de \$500, a \$40 mensuales, ¿qué tasa nominal convertible semestralmente se está cargando?

Designemos con i la tasa mensual que está siendo cargada. Tenemos que

$$40 a_{\overline{15}|i} = 500 \quad \text{y} \quad a_{\overline{15}|i} = 12,5000$$

Interpolando en la tabla XIII, encontramos que $i = 0,02373$. Si j es la tasa equivalente nominal convertible semestralmente, tenemos que

$$1 + j/2 = (1,02373)^6$$

y $j = 0,3022$, usando logaritmos. Por tanto la tasa requerida es 30,22% convertible semestralmente.

17. El monto de una anualidad de \$100 mensuales por 5 años es \$6900. Hallar la tasa nominal convertible trimestralmente que se está ganando.

Designemos con i la tasa mensual. Tenemos que

$$100 s_{\overline{60}|i} = 6900 \quad \text{y} \quad s_{\overline{60}|i} = 69,0000$$

Interpolando en la tabla XII, tenemos que $i = 0,00464$. Si j es la tasa nominal equivalente convertible trimestralmente, tenemos que

$$1 + j/4 = (1,00464)^3$$

y $j = 0,0559$. Por tanto la tasa es 5,59% convertible trimestralmente.

Problemas propuestos

- 18. Con intereses al 3% convertible mensualmente, ¿qué pago X al final de cada mes sustituye pagos de \$1000 al final de cada año? Resp. \$82,19
- 19. Con intereses al 4% convertible trimestralmente, ¿qué pago X al final de cada trimestre sustituye pagos de \$500 al final de cada mes? Resp. \$1504,99
- 20. Hallar el monto y el valor presente de cada una de las siguientes anualidades:

| | Pago | Intervalo de pago | Plazo | Tasa de interés |
|-----|--------|-------------------|---------|--------------------------------|
| (a) | \$ 500 | 6 meses | 12 años | 5% convertible trimestralmente |
| (b) | \$1000 | 1 año | 8 años | 3% convertible mensualmente |
| (c) | \$ 250 | 1 mes | 10 años | 5% convertible semestralmente |
| (d) | \$ 500 | 3 meses | 8 años | 6% efectivo |

Resp (a) \$16.205,67; \$8927,00 (c) \$38.714,21; \$23.626,15
(b) 8905,51; \$7007,42 (d) \$20.234,92; \$12.695,62

21. B deposita \$150 al final de cada mes, en un banco que paga el 4% convertible semestralmente. ¿Cuánto tendrá en su cuenta después de 5 años? Resp. \$9936,56
22. El comprador de una granja pagará \$10,000 de inmediato y \$1000 al final de cada 6 meses durante 10 años. Si el interés es de 5% convertible trimestralmente, ¿cuál es el valor en efectivo de la granja? Resp. \$25,566,16
23. Un bono de \$1000, EJ 5% es redimible a la par el 1.º de enero de 1978. Hallar el precio de compra al 1.º de julio de 1962, para ganar el 4% convertible trimestralmente. Resp. \$1112,22
24. Hallar el monto y el valor presente de una anualidad anticipada de \$800 cada año durante 6 años, con intereses al 4% convertible trimestralmente.
 Resp. $S = 800 \frac{1}{s_{\overline{6}|0.01}} = \$5530,21$; $A = \$4355,40$
25. ¿Qué cantidad tendría que ser invertida al final de cada 3 meses por 6 años, al 5% convertible semestralmente, para tener \$5000 al final del plazo? Resp. \$180,10
26. ¿Qué cantidad tendría que ser invertida al final de cada año por los próximos 8 años, al 4% convertible semestralmente, para tener \$5000 al final del plazo? Resp. \$541,86
27. El día de hoy se invierten \$75,000 al 3% convertible trimestralmente para proporcionar a M un ingreso anual durante 25 años, recibiendo el primer pago dentro de 10 años. Hallar el pago anual. Resp. \$567,79
28. Con intereses al 6% convertible trimestralmente, sustituir pagos de \$2000 al final de cada año por pagos equivalentes de X . (a) al final de cada mes, (b) al principio de cada mes. Resp. (a) \$162,15; (b) \$161,35
29. Con intereses al 5% convertible semestralmente, sustituir un pago de \$2000 al principio de cada año por pagos equivalentes X . (a) al final de cada mes, (b) al principio de cada mes.
 Resp. (a) \$171,17; (b) \$170,47
30. Resolver el ejemplo 6 si el pago R se hace al principio de cada trimestre. Resp. \$438,79
31. Con intereses al 5% convertible trimestralmente, ¿qué pagos iguales X hechos al final de cada 6 meses por 10 años amortizarán una deuda de \$12,000? Resp. \$770,90
32. Resolver el problema 31 si los pagos X se hacen al principio de cada semestre. Resp. \$751,98
33. K puede ahorrar \$125 mensuales e invertirlos al 5% convertible semestralmente. Hallar el número de depósitos completos y el depósito final que se hará un mes después, con el objeto de tener \$10,000 en el fondo. Resp. 69; \$5,23
34. M compra una anualidad de \$300 al final de cada trimestre en \$9000. Con intereses al $3\frac{1}{2}\%$ convertible semestralmente, hallar el número de pagos completos y el pago final 3 meses después para agotar totalmente el pago.
 Resp. 34; \$277,46
35. Una granja es vendida por \$12,000 de cuota inicial y 6 pagos semestrales de \$2500, el primero con vencimiento al final de $2\frac{1}{2}$ años. Hallar el valor en efectivo de la granja, suponiendo intereses al 5%.
 Resp. $12,000 + 2500 \frac{1}{s_{\overline{6}|0.05}} [a_{\overline{5}|0.05} - a_{\overline{2}|0.05}]$
36. Una institución de crédito anuncia préstamos de \$1756,20 para ser pagados en 36 pagos mensuales de \$60 cada uno. Hallar la tasa efectiva de interés cargada. Resp. 14,92%
37. Una compañía financiera anuncia préstamos de \$99,40 para ser pagados en 12 pagos mensuales de \$10 cada uno. Hallar la tasa efectiva de interés cargada. Resp. 42,98%
38. Una institución de crédito anuncia préstamos de \$1260 para ser pagados en 30 pagos mensuales de \$50 cada uno. Hallar la tasa efectiva de interés cargada. Resp. 14,91%
39. Una estufa avaluada en \$250 es vendida con \$20 de cuota inicial y \$20 mensuales por los próximos 13 meses. Hallar la tasa efectiva cargada. Resp. 23,87%
40. Demostrar que: $(1+i)^k \frac{1}{s_{\overline{k}|i}} = \frac{1}{a_{\overline{k}|i}}$.

Capítulo 15

Probabilidad y la tabla de mortalidad

CADA PERSONA TIENE ALGUNA IDEA de lo que se quiere decir con oportunidad o probabilidad, esto es, lo que significa decir que M tiene una oportunidad en tres de ganar un juego o que la probabilidad de ganar el juego es $1/3$. Al estimar la probabilidad que ciertos eventos ocurran o no ocurran podemos, como en el caso de sacar una figura de una baraja, contar el número de diferentes maneras en que el evento puede o no ocurrir. Por otra parte, en el caso de estimar la probabilidad que una persona que ahora tiene 25 años viva para recibir una herencia a la edad de 30 años, estamos obligados a depender de alguna información disponible sobre lo que ha pasado en ocasiones similares. En el primer caso, el resultado se conoce como *probabilidad matemática o teórica*; en el segundo caso el resultado se conoce como *probabilidad estadística o empírica*.

PROBABILIDAD MATEMÁTICA. Si un evento tiene que resultar en alguna de n diferentes pero igualmente posibles maneras y si ciertas s de esas maneras son consideradas aciertos, mientras que las otras $f = n - s$ maneras son consideradas fallas, entonces, la probabilidad de acierto en un experimento dado está definida como $p = s/n$ y la probabilidad de fallar está definida como $q = f/n$.

Dado que $p + q = \frac{s}{n} + \frac{f}{n} = \frac{s+f}{n} = \frac{n}{n} = 1$, tenemos que $p = 1 - q$ y $q = 1 - p$.

Ejemplo 1.

Se saca una carta de una baraja ordinaria de 52 cartas. ¿Cuál es la probabilidad, (a) que sea roja? (b) que sea una espada? (c) que sea un rey? (d) que no sea un as de espadas? (e) que no sea ni una jota ni una reina?

Una carta puede ser sacada de una baraja en $n = 52$ maneras.

- (a) Una carta roja puede ser sacada de una baraja en $s = 26$ diferentes maneras. La probabilidad de sacar una carta roja es $s/n = 26/52 = 1/2$.
- (b) Una espada puede ser sacada de una baraja en $s = 13$ diferentes maneras. La probabilidad de sacar una espada es $s/n = 13/52 = 1/4$.
- (c) Un rey puede ser sacado de una baraja en 4 diferentes maneras. La probabilidad de sacar un rey es $4/52 = 1/13$.
- (d) El as de espadas puede ser sacado únicamente de 1 manera: La probabilidad de sacar un as de espadas es $1/52$. La probabilidad de no sacar un as de espadas es $1 - 1/52 = 51/52$. En este caso hemos contado primero el número de fallas; podríamos también haber contado el número de aciertos.
- (e) Una jota o una reina pueden ser sacadas en 8 maneras; la probabilidad de sacar una jota o una reina es $8/52 = 2/13$. La probabilidad de no sacar una jota o una reina es $1 - 2/13 = 11/13$.

Véanse los problemas 1-3.

PROBABILIDAD ESTADÍSTICA. Si se ha observado que un cierto resultado sucede s veces en n pruebas, la razón s/n es definida como la probabilidad estadística o empírica de que el mismo resultado ocurra en cualquier prueba futura. La confianza que pueda ser puesta en dichas pruebas depende en gran parte del número de observaciones; mientras mayor sea el número, mayor es la confiabilidad. Por ejemplo, los registros sobre los pasados 25 años muestran que en cierta

localidad el tiempo despejado prevalece en promedio durante 292 días cada año. Con base en esta información la probabilidad que haya precipitación en un determinado día es

$$\frac{365 - 292}{365} = \frac{1}{5}$$

ESPERANZA MATEMÁTICA. Si p es la probabilidad que M reciba una cierta cantidad S , entonces pS , se conoce como su *esperanza matemática*.

Ejemplo 2.

M ganará \$5 si saca una bola roja al primer intento, de una urna que contiene 3 bolas negras y 2 rojas. ¿Cuál es su esperanza matemática?

La probabilidad de sacar una bola roja de la urna, al primer intento, es $p = 2/5$; por tanto, la esperanza matemática de M es $\frac{2}{5}(5) = \$2$. Esto también podría ser la cuota que M podría pagar por el privilegio de hacer un intento ya que si hiciera un mayor número de intentos debería esperar salir a la par.

Si pS es la esperanza que M reciba dentro de n años una cantidad S , el valor presente de su esperanza matemática, suponiendo una tasa de interés i , es

$$(1 + i)^{-n} pS$$

Ejemplo 3.

Con base en los registros del colegio ABC de los pasados 20 años, la probabilidad que un estudiante aceptado se gradúe 4 años más tarde es 0.65. A M le prometieron \$10,000 si se gradúa dentro de 4 años. Suponiendo intereses al $2\frac{1}{2}\%$, hallar el valor presente de su esperanza matemática.

La esperanza matemática de M es $pS = 0.65(10,000) = \$6,500$. El valor actual, al $2\frac{1}{2}\%$, de su esperanza matemática es

$$6500(1.025)^{-4} = 6500(0.905951) = \$5888.68$$

Véase el problema 4.

TABLAS DE MORTALIDAD. Una tabla de mortalidad es simplemente un resumen de los registros de vida de un grupo representativo de individuos suficientemente grande. La tabla más conocida es la tabla de mortalidad, Experiencia Americana publicada por primera vez en 1868. Generalmente ha sido remplazada por la tabla CSO o sea, la Tabla de Mortalidad Estándar Ordinaria de los Comisionados de 1941, basada en datos compilados por las compañías de seguros durante el período 1930-40. Nosotros basaremos nuestros cálculos en esta tabla. Sin embargo, debe ser entendido, que mientras que las compañías de seguros utilizan generalmente la tabla CSO para el seguro de vida, otra tabla (no incluida aquí) es usada para anualidades. La tabla CSO, que consiste de las tres primeras columnas de la tabla XV, es en esencia la historia de la vida de un grupo original de $l_0 = 1,023,102$ individuos, de los cuales $l_1 = 1,000,000$ estaban vivos a la edad de 1 año. Aquí, la edad de un individuo la designaremos con x , mientras que el número que del grupo original alcanza la edad x lo designaremos con l_x (sobrevivientes a la edad x). La tabla supone que ninguna persona alcanzará 100 años de edad. Esto simplemente indica que en nuestra época el porcentaje de individuos que alcanzan o viven más allá de los 100 años es tan pequeño que no tiene un efecto apreciable sobre las primas de seguros. La tercera columna encabezada por d_x (muertes a la edad x), nos da el número de muertes en el año comprendido entre las edades x y $x + 1$. Por tanto

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

Las demás columnas de la tabla XV se explicarán en los siguientes capítulos.

Ejemplo 4.

Del grupo original

(a) $l_{10} = 951,483$ están vivos a los 20 años de edad.

(b) $d_{25} = 2705$ mueren entre los 25 y 26 años, esto es, mueren durante el año en que tienen 25 años de edad.

(c) $l_{20} - l_{30} = 951,483 - 924,609 = 26,874$ mueren entre los 20 y 30 años, esto es, alcanzan los 20 años de edad, pero no alcanzan los 30.

De aquí en adelante designaremos por:

p_x , la probabilidad que una persona de edad x viva por lo menos un año, esto es, que alcance la edad $x + 1$.

${}_np_x$, la probabilidad que una persona de edad x viva por lo menos n años, esto es, que alcance la edad $x + n$.

q_x , la probabilidad que una persona de edad x , no viva un año completo, esto es, que no alcance la edad $x + 1$.

${}_nq_x$, la probabilidad que una persona de edad x no viva por n años, esto es, que no alcance la edad $x + n$.

Ejemplo 5.

Hallar la probabilidad que una persona de 20 años de edad viva por lo menos un año.

De la tabla CSO $l_{20} = 951,483$ y $l_{21} = 949,171$.

Redondeando a 5 decimales, tenemos, $p_{20} = \frac{l_{21}}{l_{20}} = \frac{949,171}{951,483} = 0.99757$.

Ejemplo 6.

Hallar la probabilidad que una persona de 20 años de edad viva por lo menos 30 años.

Se requiere hallar la probabilidad que una persona de 20 años alcance los 50 años, como $l_{20} = 951,483$ y $l_{50} = 810,900$, redondeando a 5 decimales tenemos que

$${}_{30}p_{20} = \frac{l_{50}}{l_{20}} = \frac{810,900}{951,483} = 0.85225$$

Ejemplo 7.

Hallar la probabilidad que una persona de 25 años muera antes de alcanzar los 65 años.

Se requiere hallar la probabilidad que una persona de 25 años no sobreviva los próximos 65 - 25 = 40 años.

El número de personas que mueren entre los 25 y 65 años es $l_{25} - l_{65}$; por lo cual

$${}_{40}q_{25} = \frac{l_{25} - l_{65}}{l_{25}} = \frac{939,197 - 577,882}{939,197} = 0.38471$$

Véase el problema 5.

UN DOTAL PURO es una promesa de pagar a una persona una cierta cantidad en una fecha futura especificada, en el entendido que esté vivo para recibirla. Suponiendo una tasa de interés i , encontraremos el valor presente ${}_nE_x$, de un dotal puro de 1 pagadero a una persona que teniendo ahora una edad x , alcance la edad $x + n$. La probabilidad que una persona de edad x cumpla la edad $x + n$ es

$${}_np_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

Por tanto su esperanza matemática es $\frac{l_{x+n}}{l_x}(1)$ y el valor presente de dicha esperanza matemática es

$${}_nE_x = (1 + i)^{-n} \frac{l_{x+n}}{l_x} \quad (1)$$

Ejemplo 8.

Hallar el valor presente de un dotal puro de \$1000 para M, que tiene ahora 25 años, pagadero cuando alcance la edad de 65 años, suponiendo intereses de 3%.

En este caso $x = 25$, $n = 65 - 25 = 40$, $i = 0.03$; de (I) tenemos,

$$1000 {}_{40}E_{25} = 1000(1.03)^{-40} \frac{l_{65}}{l_{25}} = 1000(0.306557) \frac{577.882}{939.197} = \$188.62$$

Véase el problema 6.

Nota 1. Daremos una segunda demostración de (I) siguiendo un argumento que será utilizado repetidamente en los próximos capítulos. Supóngase que l_x personas, todas de edad x , acuerdan el día de hoy contribuir por partes iguales en un fondo que después de n años, a la tasa i , tendrá lo suficiente para pagar \$1 a cada una de las personas que alcancen la edad $x + n$. Puesto que sobrevivirán l_{x+n} personas, la cantidad necesaria después de n años será l_{x+n} .

El valor actual de dicha cantidad es

$$(1+i)^{-n} l_{x+n}$$

En consecuencia, cada miembro del grupo debe contribuir con

$${}_nE_x = (1+i)^{-n} \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

Nota 2. En la obtención de (I), no se hizo mención de ningún gasto conectado con la operación. Por esta razón, ${}_nE_x$ se conoce como costo neto o *prima neta* de un dotal puro. La *prima bruta*, esto es, la prima que la compañía cobraría por el dotal, se obtiene agregándole a la prima neta un *factor de recargo* para cubrir utilidades, comisiones de agentes y otras contingencias. Los métodos para calcular el factor de recargo varían de compañía en compañía; nosotros nos ocuparemos únicamente de primas netas.

Problemas resueltos

- De una urna que contiene 8 bolas negras, 6 bolas blancas y 4 bolas rojas, es sacada una bola al azar. ¿Cuál es la probabilidad que la bola sacada, (a) sea negra? (b) no sea roja?

Una bola puede ser sacada de la urna de 18 maneras, de las cuales 8 son negras y $8 + 6 = 14$ no son rojas.

- La probabilidad de sacar una bola negra es $8/18 = 4/9$.
- La probabilidad de sacar una bola no roja es $14/18 = 7/9$.

- De una baraja ordinaria M saca una carta, digamos la jota de diamantes. Sin remplazar esta carta, saca otra. ¿Cuál es la probabilidad que la segunda carta sea: (a) la jota de corazones? (b) otra jota? (c) una carta de menor valor que la jota?

Quedan ahora 51 cartas en la baraja de las cuales 3 son jotas.

- La probabilidad de sacar la jota de corazones es $1/51$.
- La probabilidad de sacar otra jota es $3/51 = 1/17$.
- Hay 36 cartas de menor valor que la jota. La probabilidad de sacar una de esas es $36/51 = 12/17$.

- M gana si tira un total de 7 al lanzar un par de dados y pierde si tira un total de 11. Hallar la probabilidad, (a) que gane en la primera tirada, (b) que pierda en la primera tirada.

Un par de dados pueden presentarse de 36 diferentes maneras de las cuales 6 muestran 7 en total (6,1; 1,6; 5,2; 2,5; 4,3; 3,4) y 2 muestran un total de 11 (6,5; 5,6).

- La probabilidad de tirar 7 es $6/36 = 1/6$.
- La probabilidad de tirar 11 es $2/36 = 1/18$.

- En una lotería el premio es de \$20 y se han vendido 100 boletas. ¿Cuál es la esperanza matemática de B, si posee 8 boletos?

La probabilidad que B gane el premio es $8/100 = 0.08$; su esperanza matemática es $0.08(20) = \$1.60$.

- Utilizando la tabla CSO, hallar la probabilidad que M, que ahora tiene 30 años, (a) alcance los 45 años, (b) no alcance los 65 años, (c) alcance los 45 pero no los 65, (d) muera a los 75 años.

Tenemos que $l_{30} = 924.609$.

- Como $l_{45} = 852.554$, ${}_{15}p_{30} = \frac{l_{45}}{l_{30}} = \frac{852.554}{924.609} = 0.92207$.

- El número que muere entre los 30 y 65 años de edad es $l_{30} - l_{65} = 924.609 - 577.882 = 346.727$. En consecuencia

$${}_{35}q_{30} = \frac{l_{30} - l_{65}}{l_{30}} = \frac{346.727}{924.609} = 0.37500$$

- De las 924.609 personas vivas, de 30 años, $l_{45} - l_{65} = 852.554 - 577.882 = 274.672$ mueren entre 45 y 60 años. Por tanto la probabilidad requerida es

$$\frac{l_{45} - l_{65}}{l_{30}} = \frac{274.672}{924.609} = 0.29707$$

- De las 924.609 personas vivas a la edad de 30 años, $d_{75} = 28.009$ mueren en el año en que tienen 75 años. Por tanto la probabilidad requerida es

$$\frac{d_{75}}{l_{30}} = \frac{28.009}{924.609} = 0.03029$$

- El día en que M cumple 30 años destina \$5000 de sus ahorros a la compra de un dotal puro pagadero siempre y cuando alcance los 65 años. Suponiendo que sobrevive, ¿cuánto recibirá suponiendo intereses al 3%?

La prima neta por un dotal de 1 es ${}_{35}E_{30} = (1.03)^{-35} \frac{l_{65}}{l_{30}}$.

[Véase la ecuación (I).]

Con \$5000 el está en posibilidad de comprar un dotal de

$$\frac{5000}{{}_{35}E_{30}} = 5000(1.03)^{35} \frac{l_{30}}{l_{65}} = 5000(2.813862) \frac{924.609}{577.882} = \$22,510.84$$

Problemas propuestos

7. De una urna que contiene 8 bolas negras, 10 bolas blancas y 6 bolas rojas, una bola es sacada al azar. ¿Cuál es la probabilidad que la bola, (a) sea blanca? (b) sea roja? (c) no sea blanca? (d) no sea negra?
Resp. (a) 5/12, (b) 1/4, (c) 7/12, (d) 2/3
8. Si de la urna del problema 1 se saca una bola negra y no se reemplaza, hallar la probabilidad que otra bola que se saca de la urna sea, (a) negra, (b) roja, (c) no blanca, (d) no roja. Resp. (a) 7/17, (b) 4/17, (c) 11/17, (d) 13/17
9. En el problema 2, hallar la probabilidad que la segunda carta sacada sea, (a) otro diamante, (b) la reina de corazones, (c) la jota de diamantes, (d) una carta de mayor valor que la jota.
Resp. (a) 4/17, (b) 1/51, (c) 0, (d) 4/17
10. De una baraja ordinaria M saca una carta y la vuelve a poner, y después de barajar saca otra carta. ¿Cuál es la probabilidad que saque la misma carta dos veces? Resp. 1/52
11. Cada uno de tres estuches idénticos tiene dos gavetas y cada gaveta contiene un relicario. En un estuche los dos relicarios son dorados; en otro ambos relicarios son plateados; y en el tercero un relicario es dorado y el otro es plateado. (a) A M se le permite seleccionar uno de los estuches y abrir una de las gavetas. Hallar la probabilidad que sea un relicario dorado. (b) Suponiendo que M ve un relicario dorado, hallar la probabilidad que hubiera visto un relicario dorado si hubiera abierto el otro cajón del estuche. Resp. (a) 1/2, (b) 2/3
12. En una cierta ciudad, cada año es robado un automóvil de cada 200. Suponiendo \$1,25 para gastos y utilidad, ¿cuál es la prima anual que debería pagar un automovilista por un seguro contra robo de \$1000? Resp. \$6,25
13. Utilizando la tabla CSO, hallar, (a) el número de personas (de las 1.023.102 originales) vivos a la edad de 22 años, (b) el número de muertes entre los 45 y 46 años de edad, (c) el número de muertes entre los 45 y 50 años, (d) la edad en la que el número de vivos es aproximadamente el 50% de los vivos a la edad de 22 años.
Resp. (a) 946.789, (b) 7340, (c) 41.654, (d) 69
14. Calcular con tres cifras decimales la probabilidad que una persona que ahora tiene
(a) 30 años viva por lo menos un año.
(b) 65 años muera dentro de un año.
(c) 40 años muera dentro de los próximos 35 años.
(d) 25 años viva 40 años y muera dentro del año siguiente.
(e) 20 años viva a la edad de 65.
(f) 30 años muera a los 66 años.
Resp. (a) 0,996; (b) 0,040; (c) 0,642; (d) 0,024; (e) 0,607; (f) 0,026
15. N tiene justamente 18 años al ingresar a la universidad. Hallar la probabilidad que (a) sobreviva para graduarse 4 años después, (b) fallezca en el segundo año. Resp. (a) 0,990; (b) 0,002
16. La generación 1960 de un determinado colegio está formada por 200 personas de 21 años y 100 de 22. De acuerdo con la tabla CSO, ¿aproximadamente cuántos estarán vivos cuando celebren su 50o. aniversario? Resp. 132
17. Hallar la prima neta de un dotal puro de \$5000 con vencimiento al término de 20 años si se compra a los, (a) 30 años, (b) 45 años, suponiendo intereses a $2\frac{1}{2}\%$. Resp. (a) \$2676,10; (b) \$2068,28
18. Hallar el valor presente al $2\frac{1}{2}\%$, de \$1000 pagaderos al final de 20 años si, (a) el pago es cierto, (b) el pago es contingente sobre la vida de una persona que ahora tiene 40 años. Resp. (a) \$610,27; (b) \$468,25
19. M, que ahora tiene 10 años, recibirá \$10.000 para su bachillerato si sobrevive a los 18 años y \$10.000 para su educación universitaria si sobrevive a los 22 años. Hallar el valor presente de su esperanza matemática, suponiendo intereses al $2\frac{1}{2}\%$. Resp. \$15.317,66

Capítulo 16

Anualidades contingentes

UNA ANUALIDAD CONTINGENTE es una anualidad cuyos pagos continúan por toda o parte de la vida de una persona en particular, llamada *rentista*. Como en el caso de las anualidades ciertas, los pagos pueden ser hechos anualmente, semestralmente, trimestralmente, etc., sin embargo, nos limitaremos a discutir exclusivamente las anualidades contingentes con pago anual. La tabla de mortalidad más generalmente usada para anualidades contingentes es la Standard Annuity de 1937. Como la designación de una tabla en particular en ninguna forma afecta la teoría, nosotros utilizaremos en su lugar la tabla CSO (tabla XV).

ANUALIDADES VITALICIAS. Una anualidad cuyo pago continúa mientras el rentista esté vivo se conoce como *anualidad vitalicia*. Si se han de hacer pagos al final de cada año a una persona que ahora tiene x años, esto es, el primer pago a la edad $x + 1$, el segundo a la edad $x + 2$, y así sucesivamente, a la anualidad se le llama *ordinaria* o *inmediata*; si los pagos se han de hacer al principio de cada año, esto es, el primer pago a la edad x , el segundo a la edad $x + 1$ y así sucesivamente, a la anualidad se le conoce como *anticipada*; si el primer pago se ha de hacer a la edad $x + k + 1$, el segundo a la edad $x + k + 2$, y así sucesivamente, se dice que la anualidad es *diferida* por k años.

Una *anualidad ordinaria vitalicia* es simplemente un conjunto de dotes puros, pagaderos al final de 1, 2, 3, ... años, terminando con la muerte del rentista. Designando por a_x la *prima neta única* (valor presente) de una anualidad ordinaria vitalicia, de 1 por año, para una persona de edad x , tenemos

$$\begin{aligned} a_x &= {}_1E_x + {}_2E_x + {}_3E_x + \cdots \text{ hasta el final de la tabla} \\ &= (1+i)^{-1} \frac{l_{x+1}}{l_x} + (1+i)^{-2} \frac{l_{x+2}}{l_x} + (1+i)^{-3} \frac{l_{x+3}}{l_x} + \cdots \text{ hasta el final de la tabla} \\ &= \frac{(1+i)^{-1} l_{x+1} + (1+i)^{-2} l_{x+2} + (1+i)^{-3} l_{x+3} + \cdots \text{ hasta el final de la tabla}}{l_x} \end{aligned}$$

Para $x = 20$, el numerador de la expresión anterior consta de 79 términos, de donde nuestro problema inmediato es reducir la expresión a una forma más conveniente para los cálculos. Definimos

$$v = (1+i)^{-1}$$

y multiplicando numerador y denominador por v^x , obtenemos

$$a_x = \frac{v^{x+1} l_{x+1} + v^{x+2} l_{x+2} + v^{x+3} l_{x+3} + \cdots + v^{99} l_{99}}{v^x l_x}$$

Por medio de los símbolos conmutativos

$$D_x = v^x l_x \quad y \quad N_x = D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \cdots + D_{99}$$

tenemos que

$$a_x = \frac{D_{x+1} + D_{x+2} + D_{x+3} + \dots + D_{99}}{D_x}$$

y finalmente,

$$a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x} \quad (1)$$

Para una tasa de interés de $2\frac{1}{2}\%$, la cual será supuesta en lo que falta de este y el próximo capítulo, los valores de D_x y N_x están dados en la cuarta y quinta columnas de la tabla XV. En todos los cálculos redondearemos cada valor al entero más próximo.

Ejemplo 1.

Hallar la prima neta única de una anualidad vitalicia ordinaria de \$1000 anuales, para una persona de 30 años.

Aplicando (1),

$$1000 a_{30} = 1000 \frac{N_{31}}{D_{30}} = 1000 \frac{10.153.480}{440.801} = \$23.034,16$$

Una *anualidad vitalicia anticipada* de 1 por año consiste de un pago inmediato de 1 y de una anualidad vitalicia ordinaria de 1. La importancia de la anualidad vitalicia anticipada radica en el hecho que las primas del seguro de vida siempre se pagan al principio de cada período de pago.

Designando con \ddot{a}_x la prima neta única de una anualidad vitalicia anticipada de 1 por año, para una persona de edad x , tenemos

$$\begin{aligned} \ddot{a}_x &= 1 + a_x = 1 + \frac{N_{x+1}}{D_x} = 1 + \frac{D_{x+1} + D_{x+2} + D_{x+3} + \dots + D_{99}}{D_x} \\ &= \frac{D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_{99}}{D_x} \end{aligned}$$

o sea

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x} \quad (2)$$

Ejemplo 2

Hallar la prima neta única de una anualidad vitalicia anticipada de \$50 anuales, para una persona de 20 años de edad.

$$\text{Aplicando (2), } 50 \ddot{a}_{20} = 50 \frac{N_{20}}{D_{20}} = 50 \frac{15.744.216}{580.662} = \$1355,71.$$

Una *anualidad vitalicia ordinaria diferida por k años* es una secuencia de dotales puros, el primero pagadero al final de $k+1$ años, el segundo pagadero al final de $k+2$ años, ..., cesando los pagos con la muerte del rentista. Designando con ${}_k|a_x$ la prima neta única de una anualidad vitalicia ordinaria de 1, diferida por k años, para una persona de edad x , tenemos

$$\begin{aligned} {}_k|a_x &= {}_{k+1}E_x + {}_{k+2}E_x + {}_{k+3}E_x + \dots \text{ hasta el final de la tabla} \\ &= \frac{v^{k+1}l_{x+k+1} + v^{k+2}l_{x+k+2} + v^{k+3}l_{x+k+3} + \dots \text{ hasta el final de la tabla}}{l_x} \\ &= \frac{v^{x+k+1}l_{x+k+1} + v^{x+k+2}l_{x+k+2} + v^{x+k+3}l_{x+k+3} + \dots + v^{99}l_{99}}{v^x l_x} \\ &= \frac{D_{x+k+1} + D_{x+k+2} + D_{x+k+3} + \dots + D_{99}}{D_x} \end{aligned}$$

y finalmente

$${}_k|a_x = \frac{N_{x+k+1}}{D_x} \quad (3)$$

Ejemplo 3.

Hallar la prima neta única de una anualidad vitalicia de \$1000, para una persona de 45 años de edad, teniendo que hacerse el primer pago a la edad de 65 años.

Esta es una *anualidad vitalicia ordinaria diferida por 19 años*. Utilizando (3), tenemos

$$1000 {}_{19}|a_{45} = 1000 \frac{N_{65}}{D_{45}} = 1000 \frac{1.172.130}{280.639} = \$4176,66$$

La prima neta única de una *anualidad vitalicia anticipada de 1 por año, diferida por k años*, para una persona de edad x , está dada por

$${}_k|\ddot{a}_x = \frac{N_{x+k}}{D_x} \quad (4)$$

La anualidad del ejemplo 3 puede considerarse como una anualidad vitalicia anticipada diferida por 20 años.

Aun cuando los símbolos (a 's) utilizados para los diferentes tipos de anualidades vitalicias son uniformes, su importancia es relativa. Lo que es importante es que cada uno es igual a

$$N_y/D_x$$

donde x es la edad del rentista cuando se compra la anualidad y y es su edad cuando se hace el primer pago. Por ejemplo, para una anualidad vitalicia ordinaria de 1, comprada a los 25 años de edad, que estipula el primer pago un año después, esto es, a los 26 años, la prima neta única es N_{26}/D_{25} . Para el mismo rentista una anualidad vitalicia anticipada de 1 diferida por 15 años, estipula el primer pago a 40 años de edad; la prima neta única es N_{40}/D_{25} . El lector deberá analizar en forma similar los otros tipos de anualidades vitalicias.

Véanse los problemas 1-3.

UNA ANUALIDAD CONTINGENTE TEMPORAL difiere de la anualidad vitalicia en que termina después de un número especificado de pagos, aun cuando el rentista continúe con vida. Por ejemplo, una anualidad ordinaria contingente temporal a 20 años de \$1000 anuales, estipula pagos anuales de \$1000 cada uno hasta que se hayan hecho un total de 20 o el rentista muera, cesando el pago en cualquier caso. Claramente, puede pensarse una anualidad ordinaria vitalicia como una anualidad ordinaria contingente temporal a n años más una anualidad ordinaria vitalicia diferida por n años. En consecuencia, designando la prima neta única de una anualidad ordinaria contingente temporal a n años de 1 por año, para una persona de edad x , por $a_{x:\overline{n}|}$, tenemos

$$a_{x:\overline{n}|} = a_x - {}_n|a_x = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} \quad (5)$$

Ejemplo 4.

Hallar la prima neta única de una anualidad ordinaria contingente temporal a 15 años, de \$1000 anuales, para una persona de 45 años.

Utilizando (5) tenemos

$$1000 a_{45:\overline{15}|} = 1000 \frac{N_{46} - N_{61}}{D_{45}} = 1000 \frac{4.881.357 - 1.711.567}{280.639} = \$11.294,90$$

La prima neta única $a_{x:\overline{n}|}$ de una anualidad contingente temporal anticipada a n -años, de 1 por año, para una persona de edad x , está dada por

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \quad (6)$$

Véase el problema 4.

UNA PÓLIZA DE ANUALIDAD proporciona un medio por el cual, pagando primas anuales durante un período dado, una persona crea una pensión cuyos pagos se inician en una fecha especificada y continúan de por vida. El pago de primas constituye una anualidad contingente temporal anticipada, ya que la primera vence al comprar la póliza; puede considerarse que los pagos de la pensión forman una anualidad vitalicia anticipada diferida.

Ejemplo 5.

A los 30 años de edad, M compra una anualidad vitalicia la cual le pagará \$2500 a los 66 años de edad, continuando el pago cada año. Las primas anuales R son pagaderas durante 36 años. Hallar R .

A los 30 años de edad, M compra una anualidad vitalicia anticipada de \$2500 anuales, diferida por 36 años, con valor presente de $2500 \ddot{a}_{30:\overline{36}}^{\circ}$; las primas anuales constituyen una anualidad contingente temporal anticipada a 36 años con valor presente $R \ddot{a}_{30:\overline{36}}^{\circ}$. Por tanto

$$R \ddot{a}_{30:\overline{36}}^{\circ} = 2500 \ddot{a}_{30:\overline{36}}^{\circ} \quad \text{o sea} \quad R \frac{N_{30} - N_{66}}{D_{30}} = 2500 \frac{N_{66}}{D_{30}}$$

$$R = 2500 \frac{N_{66}}{N_{30} - N_{66}} = 2500 \frac{1.056.042}{10.594.280 - 1.056.042} = \$276,79$$

Véanse los problemas 5-6.

Problemas resueltos

- Hallar la prima neta única de una anualidad vitalicia anticipada de \$1000 anuales, diferida por 15 años, para una persona de 50 años.

Utilizando (4),

$${}_k|a_x = \frac{N_{x+k}}{D_x}$$

tenemos

$$1000 \ddot{a}_{50:\overline{15}}^{\circ} = 1000 \frac{N_{65}}{D_{50}} = 1000 \frac{1.172.130}{235.925} = \$4968,23$$

- Una viuda de 55 años desea que se le liquide la suma asegurada de una póliza de \$25.000 en forma de una anualidad vitalicia anticipada. Hallar la renta anual de la anualidad.

Sea R el pago anual requerido de una anualidad vitalicia anticipada. Utilizando (4), tenemos

$$R \ddot{a}_{55}^{\circ} = R \frac{N_{55}}{D_{55}} = 25.000$$

Por tanto

$$R = 25.000 \frac{D_{55}}{N_{55}} = 25.000 \frac{193.941}{2.754.769} = \$1760,05$$

- M recibe \$10.000 de un fondo de retiro al cumplir 57 años de edad. ¿Qué pago anual recibirá si utiliza dicha cantidad en la compra de, (a) una anualidad ordinaria vitalicia? (b) una anualidad vitalicia cuyo primer pago vence a los 65 años de edad?

Designemos con R el pago anual requerido.

(a) Utilizando (1), $a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x}$, tenemos $R a_{57} = R \frac{N_{58}}{D_{57}} = 10.000$. Por lo cual

$$R = 10.000 \frac{D_{57}}{N_{58}} = 10.000 \frac{177.754}{2.197.265} = \$808,98$$

(b) Utilizando (3),

$${}_k|a_x = \frac{N_{x+k+1}}{D_x}, \quad \text{con } k=7,$$

ó (4)

$${}_k|a_x = \frac{N_{x+k}}{D_x}, \quad \text{con } k=8,$$

tenemos

$$R \frac{N_{65}}{D_{57}} = 10.000$$

de donde

$$R = 10.000 \frac{D_{57}}{N_{65}} = 10.000 \frac{177.754}{1.172.130} = \$1516,50$$

- Hallar la prima neta única de una anualidad temporal anticipada a 10 años, de \$3000, anuales, para una persona de 18 años.

Utilizando (6), $\ddot{a}_{x:n}^{\circ} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$, tenemos

$$3000 \ddot{a}_{18:\overline{10}}^{\circ} = 3000 \frac{N_{18} - N_{28}}{D_{18}} = 3000 \frac{16.953.726 - 11.513.853}{612.917} = \$26.626,15$$

- M, cuya edad es 25 años, planea retirarse a los 55 años de edad con una renta anual de \$3000, venciendo el primer pago al cumplir 55 años. Compra una anualidad acordando hacer pagos anuales iguales, el primero el día de hoy y el último al cumplir 54 años. Hallar el pago anual requerido R para adquirir la anualidad.

A los 25 años, M compra una anualidad vitalicia anticipada de \$3000 anuales diferida por 30 años cuyo valor presente es $3000 \ddot{a}_{25:\overline{30}}^{\circ}$. Los pagos que tiene que hacer forman una anualidad contingente temporal anticipada a 30 años cuyo valor presente es $R \ddot{a}_{25:\overline{30}}^{\circ}$. Por tanto

$$R \ddot{a}_{25:\overline{30}}^{\circ} = 3000 \ddot{a}_{25:\overline{30}}^{\circ} \quad \text{o sea} \quad R \frac{N_{25} - N_{55}}{D_{25}} = 3000 \frac{N_{55}}{D_{25}}$$

y

$$R = 3000 \frac{N_{55}}{N_{25} - N_{55}} = 3000 \frac{2.754.769}{12.992.619 - 2.754.769} = \$807,23$$

- B, cuya edad actual es 25 años, paga el día de hoy \$150 en un fondo de retiro y pagará \$150 anuales hasta los 60 años inclusive. Principiando a los 65 años, B recibirá una pensión anual vitalicia de R . Hallar R .

A los 25 años, los pagos que hará B forman una anualidad temporal anticipada de 36 años, con valor presente de $150 \ddot{a}_{25:\overline{36}}^{\circ}$ mientras que la pensión forma una anualidad vitalicia anticipada de R anuales diferida por 40 años, con valor presente $R {}_{40}|a_{25}^{\circ}$.

Haciendo $R {}_{40}|a_{25}^{\circ} = 150 \ddot{a}_{25:\overline{36}}^{\circ}$, tenemos

$$R \frac{N_{65}}{D_{25}} = 150 \frac{N_{25} - N_{61}}{D_{25}}$$

$$R = 150 \frac{N_{25} - N_{61}}{N_{65}} = 150 \frac{12.992.619 - 1.711.567}{1.172.130} = \$1443,66$$

- A los 31 años de edad, M toma una póliza de seguro de vida acordando pagar primas de \$56,25 al principio de cada año, por toda la vida. Hallar el valor presente de las primas.

El pago de las primas constituye una anualidad vitalicia anticipada a los 31 años de edad, de \$56,25 anuales. Por tanto, el valor presente es

$$56,25 \frac{N_{31}}{D_{31}} = 56,25 \frac{10.153.480}{428.518} = \$1332,8'$$

8. ¿Cuál debe ser el importe de la prima anual de la póliza del problema 7, si M acuerda pagar 20 primas?

Designemos con R la prima anual requerida. En este caso, los pagos de las primas forman una anualidad contingente temporal anticipada a los 31 años de edad, cuyo valor presente es

$$R \frac{N_{31} - N_{51}}{D_{31}} = 56,25 \frac{N_{31}}{D_{31}}$$

de donde

$$R = 56,25 \frac{N_{31}}{N_{31} - N_{51}} = 56,25 \frac{10.153.480}{10.153.480 - 3.613.563} = \$87,33$$

9. A los 65 años de edad, M tiene la opción, (a) de recibir \$25.000 de una compañía de seguros, invertirlos al $2\frac{1}{2}\%$ y recibir cantidades iguales al principio de cada año, durante 20 años, al término de los cuales el fondo estará exhausto, o (b) dejar el dinero en la compañía y recibir cantidades iguales al principio de cada año, durante 20 años, mientras esté vivo. Hallar el pago anual en cada caso. Si M muere justamente antes de alcanzar los 80 años, ¿cuánto recibirán sus beneficiarios en cada caso?

Designemos con R la renta anual.

- (a) En este caso, los pagos anuales forman una anualidad cierta anticipada a 20 años, de donde

$$R + R a_{\overline{20}|0,025} = 25.000$$

$$y \quad R = \frac{25.000}{1 + a_{\overline{20}|0,025}} = \frac{25.000}{15,9788913} = \$1564,56$$

En la fecha en que M hubiera alcanzado los 80 años, sus beneficiarios recibirían el valor presente A de los 5 pagos no cubiertos. Puesto que forman una anualidad anticipada cierta, a 5 años, tenemos que

$$A = 1564,56 (1 + a_{\overline{5}|0,025}) = 1564,56 (4,761974) = \$7450,93$$

- (b) A los 65 años, los pagos anuales forman una anualidad contingente temporal anticipada a 20 años, de donde,

$$R \frac{N_{65} - N_{85}}{D_{65}} = R \frac{N_{65} - N_{85}}{D_{65}} = 25.000$$

Por lo cual

$$R = 25.000 \frac{D_{65}}{N_{65} - N_{85}} = 25.000 \frac{116.088}{1.172.130 - 37.486} = \$2557,82$$

En este caso, a la muerte de M los beneficiarios no recibirán ni un centavo.

10. M, a los 55 años de edad compra una anualidad vitalicia ordinaria de \$2500 anuales. El contrato estipula el pago cierto durante 15 años y posteriormente mientras esté con vida. Hallar la prima neta única.

A los 55 años de edad, M compra una anualidad cierta ordinaria de 15 pagos de \$2500 cada uno, más una anualidad vitalicia ordinaria de \$2500 anuales diferida por 15 años. La prima neta única es

$$\begin{aligned} 2500 a_{\overline{15}|0,025} + 2500 {}_{15}|a_{55} &= 2500(12,381378) + 2500 \frac{583.035}{193.941} \\ &= 30.953,44 + 7.515,62 \\ &= \$38.469,06 \end{aligned}$$

Problemas propuestos

11. Hallar la prima neta única de una anualidad vitalicia ordinaria de \$1000 anuales, para una persona que tiene, (a) 25 años, (b) 40 años, (c) 55 años. Resp. (a) \$24.647,01; (b) \$19.391,79; (c) \$13.204,16
12. Hallar la prima neta única de una anualidad vitalicia anticipada de \$1000 anuales para una persona que tiene, (a) 28 años, (b) 43 años, (c) 57 años. Resp. (a) \$24.696,66; (b) \$19.204,52; (c) \$13.361,27
13. Hallar la prima neta única de una anualidad vitalicia de \$1000 anuales para una persona que ahora tiene, (a) 38 años, (b) 54 años; haciéndose el primer pago cuando tenga 65 años. Resp. (a) \$3353,09; (b) \$5798,17
14. A los 65 años de edad, M paga \$30.000 por una anualidad vitalicia ordinaria. ¿Qué pago anual se estipula? Resp. \$3297,82
15. Hallar el pago anual en el problema 14, si M compra una anualidad vitalicia anticipada. Resp. \$2971,21
16. A los 54 años de edad, M paga \$50.000 por una anualidad vitalicia cuyo primer pago tiene que hacerse a los 65 años de edad. ¿Qué pago anual se estipula? Resp. \$8623,40
17. Suponiendo intereses al $2\frac{1}{2}\%$ efectivo, hallar el valor presente de una anualidad anticipada cierta, de \$3000 anuales durante 10 años. Comparar el resultado con el del problema 4.
18. Hallar la prima neta única de una anualidad ordinaria temporal de \$1000 anuales durante 25 años, para una persona de 50 años. Resp. \$14.150,82
19. Hallar la prima neta única de una anualidad contingente temporal a 15 años, de \$1000 anuales para una persona que ahora tiene 45 años, si el primer pago vence a los 65 años. Resp. \$3718,27
20. M desea comprar una anualidad contingente temporal anticipada a 10 años, de \$1000 anuales para su padre que ahora tiene 70 años. Hallar la prima neta única. Resp. \$6630,21
21. ¿Qué renta anual proporcionará una anualidad temporal ordinaria a 15 años, si fue adquirida en \$20.000,00 por una persona que ahora tiene 60 años? Resp. \$2144,69
22. M, que ahora tiene 30 años, compra una anualidad de \$2500 anuales, estipulándose el primer pago al cumplir 65 años de edad. Tiene que hacer pagos anuales iguales por esta anualidad, el primero inmediatamente y el último al cumplir 64 años. ¿Qué pago anual tiene que hacer? Resp. \$311,00
23. A los 45 años M compra una póliza que estipula el pago de una anualidad cierta a 15 años de \$3000 anuales, haciéndose el primer pago a los 65 años y posteriormente una anualidad vitalicia ordinaria de \$3000 anuales. Hallar, (a) la prima neta única, y (b) la prima neta anual si tienen que hacerse 20 pagos. Resp. \$24.609,81, (b) \$1731,00
24. M, cuya edad es 35 años, compra una anualidad contingente temporal a 15 años de \$2000 anuales, siendo el primer pago a los 65 años. (a) Hallar la prima neta única. (b) Hallar la prima neta anual si tienen que hacerse 30 pagos iguales. Resp. (a) $2000 \frac{N_{65} - N_{80}}{D_{35}} = \$5463,37$, (b) \$284,40

Capítulo 17

Seguro de vida

UNA POLIZA DE SEGURO DE VIDA es un contrato entre una compañía de seguros y una persona (el asegurado). En este contrato:

- (a) el asegurado acuerda hacer uno o más pagos (pagos de primas) a la compañía,
- (b) la compañía promete pagar, al recibo de pruebas de la muerte del asegurado, una suma fija, a una o más personas (beneficiarios) designados por el asegurado.

Los principales tipos de seguro de vida son

- (i) *Seguro de vida entera* en el cual, la compañía promete pagar el valor nominal de la póliza al beneficiario a la muerte del asegurado, cuando sea que ésta ocurra.
- (ii) *Seguro temporal a n-años* en el cual, la compañía promete pagar el valor nominal de la póliza al beneficiario, a la muerte del asegurado, únicamente si el asegurado muere dentro de los n años siguientes a la emisión de la póliza.
- (iii) *Seguro dotal a n-años* en el cual la compañía promete pagar el valor nominal de la póliza al beneficiario, a la muerte del asegurado, si el asegurado muere dentro de los n años siguientes a la emisión de la póliza y pagar el valor nominal de la póliza al asegurado al término de n años, si sobrevive el período.

En la práctica los beneficios se pagan tan pronto se demuestre la muerte del asegurado, sin embargo, para simplificar los cálculos necesarios supondremos que los beneficios de cualquier póliza serán pagados al final del año póliza en el que el asegurado muere. Como en el caso de las anualidades contingentes, únicamente consideraremos aquí primas netas.

SEGURO DE VIDA ENTERA. Designemos con A_x la prima neta única de una póliza de seguro de vida entera de 1, emitida para una persona de edad x . El problema de hallar A_x puede reducirse al problema de hallar la cantidad con la que cada una de las l_x personas, todas de edad x , deben contribuir para constituir un fondo suficiente que permita a la compañía pagar al beneficiario de cada asegurado, la cantidad de 1 al final del año en que el asegurado muere. La contribución total al fondo es $l_x A_x$. Durante el primer año, d_x de los asegurados morirán de acuerdo con la tabla de mortalidad y debe pagarse d_x de beneficio al final del año. El valor presente de estos beneficios es $(1+i)^{-1} d_x = v d_x$. Durante el segundo año, d_{x+1} personas morirán y el valor presente de los beneficios pagaderos al final del año es $v^2 d_{x+1}$, y así sucesivamente.

Por tanto

$$l_x A_x = v d_x + v^2 d_{x+1} + v^3 d_{x+2} + \cdots \text{ hasta el final de la tabla}$$

y

$$A_x = \frac{v d_x + v^2 d_{x+1} + v^3 d_{x+2} + \cdots \text{ hasta el final de la tabla}}{l_x}$$

Multiplicando numerador y denominador por v^x , tenemos

$$A_x = \frac{v^{x+1} d_x + v^{x+2} d_{x+1} + v^{x+3} d_{x+2} + \cdots + v^{100} d_{99}}{v^x l_x}$$

En términos de los valores conmutativos

$$D_x = v^x l_x \quad C_x = v^{x+1} d_x \quad M_x = C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \cdots + C_{99}$$

tenemos

$$A_x = \frac{C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \cdots + C_{99}}{D_x}$$

y finalmente

$$A_x = \frac{M_x}{D_x} \quad (1)$$

Los valores de M_x al 2½% se encuentran en la última columna de la tabla XV.

Ejemplo 1.

Hallar la prima neta única de una póliza de seguro de vida entera de \$1000, expedida para una persona de 22 años de edad.

$$\text{Utilizando (1), } 1000 A_{22} = 1000 \frac{M_{22}}{D_{22}} = 1000 \frac{193.897}{549.956} = \$352.57.$$

Rara vez se venden pólizas de seguro a prima única. En su lugar, se pagan primas iguales al principio de cada año, ya sea, (a) durante toda la duración de la póliza, o (b) durante los primeros m años de vida de la póliza. Para el seguro de vida entera estos tipos de pagos anuales de primas se indican con la denominación de, (a) *seguro ordinario* de vida, o (b) *seguro de vida pagos limitados a m años*.

Designemos con P_x la prima neta anual de una póliza de seguro ordinario de vida de 1 emitida para una persona de edad x . Puesto que los pagos de primas forman una anualidad vitalicia anticipada de P_x por año, tenemos (véase la fórmula (2), capítulo 16)

$$P_x \ddot{a}_x = A_x$$

por lo cual

$$P_x = \frac{A_x}{\ddot{a}_x} = \frac{M_x/D_x}{N_x/D_x}$$

y

$$P_x = \frac{M_x}{N_x} \quad (2)$$

Ejemplo 2.

Hallar la prima neta anual de una póliza de seguro ordinario de vida de \$1000 para una persona de 22 años de edad.

$$\text{Utilizando (2), } 1000 P_{22} = 1000 \frac{M_{22}}{N_{22}} = 1000 \frac{193.897}{14.598.430} = \$13.28.$$

Designemos con ${}_m P_x$ la prima neta anual de una póliza de seguro de vida pagos limitados a m años de 1, para una persona de edad x . Puesto que los pagos de primas forman una anualidad contingente temporal anticipada a m años, tenemos (véase la fórmula (5), capítulo 16)

$${}_m P_x \ddot{a}_{x:\overline{m}|} = A_x$$

Por lo cual

$${}_m P_x = \frac{A_x}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} = \frac{M_x/D_x}{(N_x - N_{x+m})/D_x}$$

y

$${}_m P_x = \frac{M_x}{N_x - N_{x+m}} \quad (3)$$

Ejemplo 3.

Hallar la prima neta anual de una póliza de seguro de vida pagos limitados a 10 años de \$1000 para una persona de 22 años de edad.

$$\text{Utilizando (3), } 1000 {}_{10}P_{22} = 1000 \frac{M_{22}}{N_{22} - N_{32}} = 1000 \frac{193.897}{14.598.430 - 9.724.962} = \$39.79.$$

Véanse los problemas 1-4.

SEGURO TEMPORAL. Designemos con $A_{x:n}^1$ la prima neta única de una póliza de seguro temporal a n años de 1, para una persona de edad x . Procediendo en la misma forma que para el caso de A_x , encontramos que

$$l_x A_{x:n}^1 = v d_x + v^2 d_{x+1} + v^3 d_{x+2} + \cdots + v^n d_{x+n-1}$$

ya que el último beneficio se paga al término de n años.

Por tanto

$$\begin{aligned} A_{x:n}^1 &= \frac{v^{x+1} d_x + v^{x+2} d_{x+1} + v^{x+3} d_{x+2} + \cdots + v^{x+n} d_{x+n-1}}{v^x l_x} \\ &= \frac{C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \cdots + C_{x+n-1}}{D_x} \\ &= \frac{C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \cdots + C_{99}}{D_x} - \frac{C_{x+n} + C_{x+n+1} + C_{x+n+2} + \cdots + C_{99}}{D_x} \end{aligned}$$

y

$$A_{x:n}^1 = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} \quad (4)$$

Ejemplo 4.

Hallar la prima neta única de una póliza de seguro temporal a 10 años, de \$1000, para una persona de 30 años.

$$\text{Utilizando (4), } 1000 A_{30:10}^1 = 1000 \frac{M_{30} - M_{40}}{D_{30}} = 1000 \frac{182.403 - 165.360}{440.801} = \$38.66.$$

Designemos con $P_{x:n}^1$ la prima neta anual para una póliza de seguro temporal a n años de 1, para una persona de edad x . Puesto que las primas anuales forman una anualidad contingente temporal anticipada a n años, tenemos

$$\begin{aligned} P_{x:n}^1 \cdot \ddot{a}_{x:n} &= A_{x:n}^1 \\ P_{x:n}^1 &= \frac{A_{x:n}^1}{\ddot{a}_{x:n}} = \frac{(M_x - M_{x+n})/D_x}{(N_x - N_{x+n})/D_x} \end{aligned}$$

y finalmente

$$P_{x:n}^1 = \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \quad (5)$$

Ejemplo 5.

Hallar la prima neta anual de una póliza de seguro temporal a 10 años de \$1000, para una persona de 30 años.

$$\text{Utilizando (5), } 1000 P_{30:10}^1 = 1000 \frac{M_{30} - M_{40}}{N_{30} - N_{40}} = 1000 \frac{182.403 - 165.360}{10.694.280 - 6.708.573} = \$4.39$$

Designemos con ${}_m P_{x:n}^1$ la prima neta anual de una póliza de seguro temporal a n años de 1, para una persona de edad x , para ser pagada durante un período de $m < n$ años, esto es, una póliza temporal a n años con pagos limitados a m años de 1, para una persona de edad x . Es decir

$${}_m P_{x:n}^1 = \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+m}} \quad (6)$$

Ejemplo 6.

Hallar la prima neta anual de una póliza de seguro temporal a 20 años, con pagos limitados a 15 años, de \$1000, para una persona de 30 años de edad.

$$\text{Utilizando (6) con } m = 15 \text{ y } n = 20, \\ 1000 {}_{15}P_{30:20}^1 = 1000 \frac{M_{30} - M_{45}}{N_{30} - N_{45}} = 1000 \frac{182.403 - 142.035}{10.594.280 - 5.161.996} = \$7.43$$

Véanse los problemas 5-7.

SEGURO DOTAL. Una póliza de seguro dotal a n años combina los beneficios de un seguro temporal a n años y un dotal puro al término de n años. Designemos con $A_{x:n}$ la prima neta única de una póliza de seguro dotal a n años de 1, para una persona de edad x . Tenemos que

$$A_{x:n} = A_{x:n}^1 + {}_n E_x = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

y

$$A_{x:n} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x} \quad (7)$$

Ejemplo 7.

Hallar la prima neta única de una póliza de seguro dotal a 25 años, por \$1000, para una persona de 40 años de edad.

Utilizando (7),

$$1000 A_{40:25} = 1000 \frac{M_{40} - M_{65} + D_{65}}{D_{40}} = 1000 \frac{165.360 - 87.500 + 116.088}{328.984} = \$589.54.$$

Designemos con $P_{x:n}$ la prima neta anual de una póliza de seguro dotal a n años de 1, para una persona de edad x . Tenemos que

$$P_{x:n} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \quad (8)$$

Ejemplo 8.

Hallar la prima neta anual de una póliza de seguro dotal a 25 años por \$1000, para una persona de 40 años de edad.

$$\text{Utilizando (8), } 1000 P_{40:25} = 1000 \frac{M_{40} - M_{65} + D_{65}}{N_{40} - N_{65}} = 1000 \frac{193.948}{6.708.573 - 1.172.130} = \$35.03.$$

Designemos con ${}_m P_{x:n}$ la prima neta anual de una póliza de seguro dotal a n años con pagos limitados a m años, para una persona de edad x . Tenemos que

$${}_m P_{x:n} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+m}} \quad (9)$$

Ejemplo 9.

Hallar la prima neta anual de una póliza de seguro dotal a 25 años con pagos limitados a 20 años, por \$1000, para una persona de 40 años de edad.

Utilizando (9), con $m = 20$ y $n = 25$,

$$1000 {}_{20}P_{40:25} = 1000 \frac{M_{40} - M_{65} + D_{65}}{N_{40} - N_{60}} = 1000 \frac{193.948}{6.708.573 - 1.865.614} = \$40.05$$

Véanse los problemas 8-9.

PRIMA NATURAL. La prima neta única de un seguro temporal a 1 año, a la edad x , se conoce como *prima natural* a dicha edad. De (5) tenemos que la prima natural para una póliza de 1, a la edad x es

$$P_{x:1}^1 = \frac{M_x - M_{x+1}}{N_x - N_{x+1}} = \frac{M_x - M_{x+1}}{D_x} \quad (10)$$

Ejemplo 10.

Hallar la prima natural de una póliza de \$1000 a los, (a) 22 años de edad, (b) 23, (c) 75. Utilizando (10).

$$(a) \quad 1000 P_{22:1}^1 = 1000 \frac{M_{22} - M_{23}}{D_{22}} = 1000 \frac{193.897 - 192.507}{549.956} = \$2.53$$

$$(b) \quad 1000 P_{23:1}^1 = 1000 \frac{M_{23} - M_{24}}{D_{23}} = 1000 \frac{192.507 - 191.108}{535.153} = \$2.61$$

$$(c) \quad 1000 P_{75:1}^1 = 1000 \frac{M_{75} - M_{76}}{D_{75}} = 1000 \frac{41.670 - 37.382}{49.588} = \$86.47$$

Véase el problema 10.

RESERVAS. Considérese una póliza de seguro ordinario de vida de \$1000 para una persona de 22 años de edad. En la tabla que sigue se compara la prima neta anual de esta póliza (véase el ejemplo 2) con la prima natural a diferentes edades del seguro (véase el ejemplo 10).

| Edad | Prima neta anual a los 22 años de edad | Prima natural |
|------|---|------------------|
| 22 | 13.28 | 2.53 |
| 23 | 13.28 | 2.61 |
| 40 | 13.28 | 6.03 |
| 51 | 13.28 | 12.95 |
| 52 | 13.28 | 13.95 |
| 75 | 13.28 | 86.47 |
| 85 | 13.28 | 189.38 |

Vemos que en los primeros años de la póliza el asegurado paga a la compañía más que el costo anual del seguro, $13.28 - 2.53 = \$10.75$ el primer año y $13.28 - 2.61 = \$10.67$ el segundo año. Cada sobrante de la prima anual sobre el costo del seguro en el año es colocada por la compañía en un *fondo de reserva*, el cual gana intereses a la misma tasa que se utilizó al calcular la prima. A los 52 años de edad, el costo de un año de seguro por primera vez excede el pago anual de prima. Principiando a los 52 años de edad y continuando cada año en adelante mientras la póliza se encuentre en vigor, la compañía toma del fondo de reserva la cantidad necesaria para cubrir la diferencia, $13.95 - 13.28 = \$0.67$ a los 52 años y $86.47 - 13.28 = \$73.19$ a los 75 años. El fondo de reserva para cada póliza crece durante toda la vida de la póliza. De acuerdo con la tabla CSO utilizada, la reserva a los 99 años de edad debería ser $1000v = \$975.61$, esto es, la prima neta única de una póliza de vida entera por \$1000 a los 99 años.

El fondo de reserva al final de cualquier año póliza se conoce como *reserva terminal* del año póliza. La reserva terminal menos un cargo nominal para gastos se conoce como *valor de rescate de la póliza*. La reserva terminal pertenece al asegurado mientras la póliza esté en vigor. El asegurado en cualquier momento puede solicitar como préstamo el valor de rescate de su póliza sin más garantía. También puede cancelar su póliza y tomar el valor de rescate en efectivo o aplicarlo a la compra de otra póliza de seguro.

La reserva terminal al final de cualquier año póliza, puede ser calculada con una ecuación de valor tomando el final del año póliza como fecha focal:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Reserva terminal al} \\ \text{final del } r\text{-ésimo año póliza} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Valor presente de} \\ \text{todas las primas futuras} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Valor presente de} \\ \text{todos los beneficios futuros} \end{array} \right\} \quad (11)$$

Por ejemplo, designemos con ${}_rV$ la reserva terminal al final del r -ésimo año de una póliza de seguro ordinario de vida de 1, para una persona de edad x . Después de r años póliza, el valor presente de todas las primas futuras será el valor presente $P_x \cdot \ddot{a}_{x+r}$ de una anualidad vitalicia anticipada de P_x por año, a la edad $x + r$ y el valor presente de los beneficios futuros será la prima neta única A_{x+r} de una póliza de seguro de vida entera de 1, a la edad $x + r$. Por lo cual

$${}_rV + P_x \cdot \ddot{a}_{x+r} = A_{x+r}$$

y

$${}_rV = A_{x+r} - P_x \cdot \ddot{a}_{x+r} = \frac{M_{x+r}}{D_{x+r}} - \frac{M_x}{N_x} \cdot \frac{N_{x+r}}{D_{x+r}}$$

Ejemplo 11.

Hallar la reserva terminal al final del 10o. año póliza, de una póliza de seguro ordinario de vida de \$1000, para una persona de 22 años.

Del ejemplo 2, tenemos que la prima neta anual a los 22 años de edad es \$13.28. Al final del 10o. año póliza, el valor presente de las primas faltantes es $13.28 \ddot{a}_{32}$ y el valor presente de los beneficios futuros es $1000 A_{32}$. Por tanto

$$\begin{aligned} 1000 {}_{10}V &= 1000 A_{32} - 13.28 \ddot{a}_{32} = 1000 \frac{M_{32}}{D_{32}} - 13.28 \frac{N_{32}}{D_{32}} \\ &= \frac{1000 M_{32} - 13.28 N_{32}}{D_{32}} = \frac{50.165.505}{416.507} = \$120.44 \end{aligned}$$

Véanse los problemas 11-14.

Problemas resueltos

1. Hallar la prima neta única de una póliza de seguro de vida entera de \$1000 para una persona de 30 años de edad.

Utilizando (1),

$$A_x = \frac{M_x}{D_x}$$

$$1000 A_{30} = 1000 \frac{M_{30}}{D_{30}} = 1000 \frac{182.403}{440.801} = \$413.80$$

2. Hallar la prima neta anual de una póliza de seguro ordinario de vida de \$1000 para una persona de 30 años.

Utilizando (2),

$$P_x = \frac{M_x}{N_x}$$

$$1000 P_{30} = 1000 \frac{M_{30}}{N_{30}} = 1000 \frac{182.403}{10.594.280} = \$17.22$$

3. Hallar la prima neta anual de una póliza de seguro de vida pagos limitados a 20 años, de \$1000, para una persona de 30 años.

Utilizando (3),

$${}_nP_x = \frac{M_x}{N_x - N_{x+n}}$$

$$1000 {}_{20}P_{30} = 1000 \frac{M_{30}}{N_{30} - N_{50}} = 1000 \frac{182.403}{10.594.280 - 3.849.488} = \$27.04$$

4. A los 25 años de edad, M hereda \$2000. ¿Cuánto seguro de vida entera puede comprar utilizando la cantidad completa como prima neta única?

Designemos con I el valor nominal de la póliza adquirida; tenemos que

$$I \cdot A_{25} = I \frac{M_{25}}{D_{25}} = 2000 \quad \text{y} \quad I = 2000 \frac{D_{25}}{M_{25}} = 2000 \frac{506.594}{189.701} = \$5340.97$$

5. Hallar la prima neta única de una póliza de seguro temporal a 30 años, de \$1000, para una persona de 30 años.

Utilizando (4),

$$A_{30:\overline{30}|}^1 = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

$$1000 A_{30:\overline{30}|}^1 = 1000 \frac{M_{30} - M_{60}}{D_{30}} = 1000 \frac{73.860}{440.801} = \$167.56$$

6. Hallar la prima neta anual de, (a) una póliza de seguro temporal a 30 años por \$1000, para una persona de 30 años, (b) una póliza de seguro temporal a 30 años, con pagos limitados a 20 años, por \$1000, para una persona de 35 años.

(a) Utilizando (5),

$$P_{30:\overline{30}|}^1 = \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$$

$$1000 P_{30:\overline{30}|}^1 = 1000 \frac{M_{30} - M_{60}}{N_{30} - N_{60}} = 1000 \frac{73.860}{8.728.666} = \$8.46$$

(b) Utilizando (6),

$${}_m P_{35:\overline{35}|}^1 = \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+m}}$$

$$1000 {}_{20} P_{35:\overline{35}|}^1 = 1000 \frac{M_{35} - M_{45}}{N_{35} - N_{55}} = 1000 \frac{86.924}{6.756.674} = \$15.10$$

7. Hallar la prima neta única de una póliza de seguro para una persona de 25 años, la cual estipula el pago de \$10.000 a los beneficiarios si el asegurado muere dentro de 10 años y \$5000 si sobrevive dicho período pero muere dentro de los siguientes 10 años.

La póliza puede considerarse como un seguro temporal a 20 años por \$5000 más un seguro temporal a 10 años por \$5000, expedidos ambos a los 25 años. La prima neta única es

$$5000 A_{25:\overline{20}|}^1 + 5000 A_{25:\overline{10}|}^1 = 5000 \left\{ \frac{M_{25} - M_{45}}{D_{25}} + \frac{M_{35} - M_{55}}{D_{35}} \right\}$$

$$= 5000 \frac{2 M_{25} - M_{45} - M_{35}}{D_{25}} = 5000 \frac{50.241}{506.594} = \$495.87$$

8. Hallar la prima neta única de una póliza de seguro total a 35 años, por \$1000, para una persona de 30 años.

Utilizando (7),

$$A_{30:\overline{35}|} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}$$

$$1000 A_{30:\overline{35}|} = 1000 \frac{M_{30} - M_{65} + D_{65}}{D_{30}} = 1000 \frac{210.991}{440.801} = \$478.65$$

9. Para la póliza del problema 8, hallar, (a) la prima neta anual, (b) la prima neta anual si se estipulan 20 pagos.

(a) Utilizando (8),

$$P_{30:\overline{35}|} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$$

$$1000 P_{30:\overline{35}|} = 1000 \frac{M_{30} - M_{65} + D_{65}}{N_{30} - N_{65}} = 1000 \frac{210.991}{9.422.150} = \$22.39$$

(b) Utilizando (9),

$${}_m P_{x:\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+m}}$$

$$1000 {}_{20} P_{30:\overline{35}|} = 1000 \frac{M_{30} - M_{65} + D_{65}}{N_{30} - N_{50}} = 1000 \frac{210.991}{6.744.792} = \$31.28$$

10. Hallar la prima natural de una póliza de seguro de \$1000 expedida a los, (a) 51 años de edad, (b) 52 años de edad.

Utilizando (10),

$$P_{x:\overline{1}|}^1 = \frac{M_x - M_{x+1}}{D_x}$$

(a)

$$1000 P_{51:\overline{1}|}^1 = 1000 \frac{M_{51} - M_{52}}{D_{51}} = 1000 \frac{29.43}{227.335} = \$12.95$$

(b)

$$1000 P_{52:\overline{1}|}^1 = 1000 \frac{M_{52} - M_{53}}{D_{52}} = 1000 \frac{30.53}{218.847} = \$13.95$$

11. Hallar la reserva terminal al final del 15o. año póliza, de una póliza de seguro ordinario de vida de \$1000, expedida para una persona de 30 años de edad.

Del problema 2 tenemos que la prima neta anual a los 30 años de edad es \$17.22. Al final del 15o. año póliza, el valor presente de las primas restantes está dado por $17.22 \ddot{a}_{45}$ (valor presente de una anualidad vitalicia anticipada de \$17.22 por año, a los 45 años) y el valor presente de los beneficios restantes será la prima neta única $1000 A_{45}$ de una póliza de seguro ordinario de vida de \$1000, a los 45 años. Por tanto

$$1000 {}_{15} V = 1000 A_{45} - 17.22 \ddot{a}_{45}$$

$$= 1000 \frac{M_{45}}{D_{45}} - 17.22 \frac{N_{45}}{D_{45}} = \frac{1000 M_{45} - 17.22 N_{45}}{D_{45}} = \frac{65.847.429}{280.639} = \$234.63$$

12. Hallar la reserva terminal al final del 20o. año póliza, de un seguro temporal a 30 años de \$1000, expedido para una persona de 30 años de edad.

Del problema 6 tenemos que la prima neta anual a edad 30 es \$8.46. Después de 20 años póliza, el valor presente de las primas restantes es el valor presente $8.46 \ddot{a}_{50:\overline{10}|}$ de una anualidad temporal anticipada a 10 años, de \$8.46 por año a los 50 años de edad y el valor presente de los beneficios restantes será la prima neta única $1000 A_{50:\overline{10}|}^1$ de un seguro temporal a 10 años de \$1000 a edad 50. Por tanto

$$1000 {}_{20} V = 1000 A_{50:\overline{10}|}^1 - 8.46 \ddot{a}_{50:\overline{10}|}$$

$$= 1000 \frac{M_{50} - M_{60}}{D_{50}} - 8.46 \frac{N_{50} - N_{60}}{D_{50}} = \frac{16.708.426}{235.925} = \$70.82$$

13. Hallar la reserva terminal al final del 15o. año de una póliza de seguro total a 25 años con pagos limitados a 20 años, de \$1000, expedida a los 40 años de edad.

Del ejemplo 9 tenemos que la prima neta anual a los 40 años de edad es \$40.05. Después de 15 años, el valor presente de todas las primas restantes será el valor presente $40.05 \ddot{a}_{55:\overline{5}|}$ de una anualidad temporal anticipada a 5 años de \$40.05 anuales a los 55 años de edad y el valor presente de los beneficios futuros será la prima neta única $1000 A_{55:\overline{10}|}$ de un seguro total a 10 años, a los 55 años. Por tanto

$$1000 {}_{15} V = 1000 A_{55:\overline{10}|} - 40.05 \ddot{a}_{55:\overline{5}|}$$

$$= \frac{1000(M_{55} - M_{65} + D_{65}) - 40.05(N_{55} - N_{60})}{D_{55}} = \frac{119.728.342}{193.941} = \$617.34$$

14. Hallar la reserva terminal al fin del 22o. año póliza, para la póliza del problema 13.

Después de 22 años, no hay más primas por pagarse. La reserva terminal es por tanto la prima neta única de un seguro dotal a 3 años, de \$1000, a los 62 años, o sea

$${}_{22}V = 1000 A_{\overline{62};3} = 1000 \frac{M_{62} - M_{65} + D_{65}}{D_{62}} = 1000 \frac{129.028}{138.617} = \$930,82$$

Problemas propuestos

15. Para una póliza de seguro de vida entera de \$1000 expedida a los 40 años, hallar, (a) la prima neta única, (b) la prima neta anual, (c) la prima neta anual si se estipulan 10 pagos de primas, (d) la prima neta anual si se estipulan 15 pagos de primas, (e) la prima neta anual si se estipulan 20 pagos de primas.
Resp. (a) \$502,64; (b) \$24,65; (c) \$57,84; (d) \$41,82; (e) \$34,14
16. Para un seguro temporal a 10 años de \$1000 expedida a los 24 años, hallar, (a) la prima neta única, y (b) la prima neta anual.
Resp. (a) \$28,84; (b) \$3,26
17. Para una póliza de seguro temporal a 20 años de \$1000 expedida a los 30 años, hallar, (a) la prima neta única, y (b) la prima neta anual.
Resp. (a) \$91,58; (b) \$5,99
18. Hallar la prima neta anual de una póliza de seguro temporal a 30 años, con pagos limitados a 20 años, por \$1000, para una persona de 25 años.
Resp. \$8,04
19. Hallar la prima neta anual de una póliza de seguro temporal a 25 años con pagos limitados a 15 años, por \$1000, para una persona de 30 años.
Resp. \$10,24
20. Para una póliza de seguro expedida a los 25 años, que estipula el pago de \$5000 si la muerte ocurre antes de la edad 40 y \$1000 en caso que la muerte ocurra después, en cualquier fecha, hallar, (a) la prima neta única, (b) la prima neta anual si se estipulan 10 pagos de primas.
Resp. (a) \$566,66; (b) \$64,05
21. Para una póliza de seguro dotal a 30 años de \$1000 para una persona de 35 años, hallar, (a) la prima neta única, (b) la prima neta anual, (c) la prima neta anual si se estipulan 20 pagos de primas.
Resp. (a) \$531,45, (b) \$27,66 (c) \$35,27
22. Para una póliza de seguro dotal a 40 años de \$1000, para una persona de 25 años, hallar, (a) la prima neta única, (b) la prima neta anual, (c) la prima neta anual si se estipulan 20 pagos de primas.
Resp. (a) \$430,90, (b) \$18,47, (c) \$27,88
23. A los 40 años de edad, M compra una póliza por la cual si muere antes de los 65 años, se le paga al beneficiario \$10.000 y si permanece con vida recibirá una renta vitalicia de \$2000 anuales, haciéndose el primer pago a los 65 años. Hallar la prima neta anual si se estipulan 20 pagos.
Resp. \$644,83
24. ¿Qué suma asegurada en plan de vida entera puede comprar una persona de 30 años con una prima neta única de \$1000?
Resp. \$2416,63
25. ¿Qué suma asegurada se puede comprar en una póliza de seguro ordinario de vida, a los 20 años de edad, con una prima de \$25 anuales?
Resp. \$2001,48
26. ¿Qué suma asegurada se puede comprar en una póliza de seguro dotal a 25 años, a los 40 años, mediante 20 primas anuales de \$100 cada una?
Resp. \$2497,04
27. Hallar la prima natural de un seguro de \$1000 expedida a los, (a) 25 años, (b) 30 años, (c) 40 años, (d) 85 años.
Resp. (a) \$2,81, (b) \$3,47, (c) \$6,03, (d) \$189,38
28. Hallar la reserva terminal al término del, (a) 20o. año póliza, (b) 35o. año póliza, (c) 50o. año póliza, de una póliza de seguro ordinario de vida de \$1000 expedida a los 40 años. (Véase el problema 15.)
Resp. (a) \$406,08, (b) \$678,96, (c) \$855,32
29. Hallar la reserva terminal al final del, (a) 12o. año póliza, (b) 18o. año póliza, (c) 30o. año póliza, de una póliza de seguro de vida pagos limitados a 20 años, de \$1000, expedida a los 40 años. (Véase el problema 15.)
Resp. (a) \$385,39, (b) \$617,65, (c) 799,41

30. Hallar la reserva terminal al final del, (a) 5o. año póliza, (b) 15o. año póliza, de un seguro temporal a 30 años con pagos limitados a 20 años, de \$1000 expedida a los 25 años. (Véase el problema 18.)
Resp. (a) \$27,17, (b) \$79,56
31. Hallar la reserva terminal al final del (a) 10o. año póliza, (b) del 25o. año póliza de un dotal a 30 años de \$1000 expedida a los 35 años. (Véase el problema 21.)
Resp. (a) \$260, (b) \$765,68
32. Hallar la reserva terminal al final del, (a) 5o. año póliza, (b) 15o. año póliza, (c) 25o. año póliza, de un dotal a 30 años, con pagos limitados a 20 años, de \$1000 expedida a los 35 años. (Véase el problema 21.)
Resp. (a) \$165,65; (b) \$559,55; (c) \$890,20
33. A los 25 años de edad, M tomó una póliza de seguro de vida pagos limitados a 20 años, por \$5000. Al término de 25 años, él desea convertir su seguro a un dotal a 15 años. Suponiendo que el total de la reserva terminal será utilizado, hallar la suma asegurada de la póliza de seguro, saldado, dotal, que recibirá.
Resp. \$4162,25

Problemas de revisión

- Hallar el interés simple al 5%, (a) sobre un documento de \$4000, fechado el 15 de enero de 1962, con vencimiento el 28 de agosto de 1962, (b) sobre un documento de \$2500 a tres meses. Resp. (a) \$125, (b) \$31,25
- Hallar el descuento sobre \$4000 a 150 días al, (a) 6% de interés simple, (b) 6% de descuento simple. Resp. (a) \$97,56; (b) \$100
- Un documento a 90 días por \$1200, con fecha 1.º de julio, con interés al 5%, ha sido descontado el 10 de agosto en un banco cuya tasa de descuento es 6%. Hallar, (a) el importe de la operación, (b) la tasa de interés simple ganada por el banco. Resp. (a) \$1204,88; (b) 6,05%
- X le debe a Y \$500 pagaderos en 9 meses. Al 4% de interés simple, ¿cuánto recibiría Y si X saldara su deuda el día de hoy? Resp. \$485,44
- Para pagar una cuenta de \$1800, la compañía ABC entrega a la compañía XYZ un documento a 60 días, sin intereses, el cual es descontado en un banco que carga el 6% de descuento simple recibiendo \$1800 en efectivo. ¿Cuánto es el valor nominal del documento? Resp. \$1818,18
- M recibió \$591,75 de un banco firmando un documento a 90 días por \$600. ¿Qué tasa de descuento se utilizó? Resp. $5\frac{1}{2}\%$
- M coloca \$4000 en una cuenta de ahorro. ¿Cuánto tendrá en la cuenta 12 años después si el banco paga, (a) 3% convertible trimestralmente, (b) 4% convertible semestralmente, (c) $3\frac{3}{4}\%$ efectivo, (d) 3,3% convertible trimestralmente? Resp. (a) \$5725,62, (b) \$6433,75, (c) \$6221,80, (d) \$5933,90
- Una deuda de \$2250 vence al término de 6 años. Si se hace un pago de \$500 al final de dos años, ¿qué pago será necesario hacer 2 años después para saldar la deuda suponiendo un interés de 5% efectivo? Resp. \$1489,57
- Hallar la tasa nominal de interés convertible trimestralmente, equivalente a, (a) 5% convertible mensualmente, (b) 4,84% convertible semestralmente? Resp. (a) 5,02%, (b) 4,81%
- Una deuda de \$8000 devenga intereses al 4% convertible trimestralmente. Hallar el abono trimestral necesario si el capital va a ser pagado al término de 10 años, acumulándose un fondo de amortización invertido al 3% convertible trimestralmente. Resp. \$252,24
- Una compañía obtiene un préstamo por \$750.000 para ser pagado con intereses al $5\frac{1}{2}\%$ efectivo en 20 pagos anuales iguales, debiendo hacerse el primero 5 años después de la fecha del préstamo. Hallar el pago anual. Resp. \$77.748,01
- ¿Cuánto tiempo toma para que el monto de \$3000 sea \$3750 al 5% convertible semestralmente? Resp. 4,52 años.
- Un bono de anualidad de \$7500, al 4% debe ser pagado mediante 10 pagos anuales iguales. ¿Cuánto debería pagar M por dicho bono justamente después del 4.º pago si desea tener un rendimiento de 6% efectivo? Resp. \$4546,96
- Hallar la anualidad pagadera al principio de cada mes equivalente a pagos de \$10.000 al, (a) final de cada período de 5 años, (b) principio de cada período de 5 años, suponiendo intereses al 4% convertible trimestralmente. Resp. (a) \$150,38; (b) \$183,50
- M obtiene un préstamo por \$3000 acordando pagarlo con intereses al 5% convertible trimestralmente, mediante pagos trimestrales de \$225 por el tiempo que sea necesario. Hallar el número de pagos completos necesarios y el importe del pago final un período posterior. Resp. 14; \$152,57
- M debe a la fecha \$6000 que desea liquidar mediante, (a) 5 pagos semestrales iguales, el primero con vencimiento en tres años, (b) 5 pagos anuales, el primero con vencimiento en 3 años. Hallar el pago necesario suponiendo intereses al $4\frac{1}{2}\%$ convertible semestralmente. Resp. (a) \$1433,09, (b) \$1496,08
- Se espera que una mina reditúe \$30.000 cada año, por los próximos 20 años. Si M desea un rendimiento de 8% sobre su inversión y tiene la posibilidad de invertir con toda seguridad al 4%, ¿cuánto es el valor actual de la mina para M si, (a) después de 20 años queda sin valor, (b) después de 20 años puede ser vendida en \$5000? Resp. (a) \$264.126,94; (b) \$265.605,26
- Un bono de \$1000, al 3% con pagos de intereses el primero de febrero y el primero de agosto, es redimible a 105 el primero de febrero de 1998. Hallar el valor de compra que reditúe el 5% convertible semestralmente si se compra, (a) el primero de agosto de 1962, (b) el 20 de septiembre de 1962. Resp. (a) \$677,95; (b) \$682,66
- Un bono de \$1000, $4\frac{1}{2}\%$ MS, redimible a la par el primero de marzo de 1970, es cotizado a $95\frac{1}{4}$ el primero de marzo de 1960. Hallar la tasa de redituabilidad aproximada. Resp. $5\frac{1}{8}\%$

20. Hallar el monto y el valor presente de una anualidad anticipada de \$1500 anuales por 7 años, suponiendo intereses de 4% convertible trimestralmente. Resp. \$12,351.12; \$9347.76
21. Establecer una cátedra en una universidad cuesta \$12,500 anuales. Hallar el valor presente del fondo necesario para establecerla suponiendo intereses de 4% convertible trimestralmente. Resp. \$307,851.36
22. Un activo que cuesta \$75,000 tiene una vida probable de 15 años, al término de los cuales tiene un valor de salvamento de \$12,000. Hallar el valor en libros al final del 8o. año utilizándose, (a) el método lineal, (b) el método de suma de dígitos, (c) el método de porcentaje constante, (d) el método de fondo de amortización, suponiendo intereses al 3% efectivo. Resp. (a) \$41,400; (b) \$26,700; (c) \$28,222; (d) \$44,879.03
23. Un huerto proporcionará la primera cosecha completa al final del 5o. año y se espera mantener un ingreso anual de \$5000 durante 20 años en total. Hallar el valor en efectivo del huerto suponiendo intereses al 5%. Resp. \$51,263.46
24. Un poste sin tratamiento cuesta \$2,00 y dura 15 años. ¿Cuánto debería uno estar dispuesto a pagar por un poste tratado que dura 25 años, suponiendo intereses al 5% convertible semestralmente? Resp. \$2,71
25. ¿Cuánto costará comprar una anualidad de \$2000 cada 6 meses por 15 años si la tasa del interés es de 6% efectivo? Resp. \$39,423.24
26. Una compañía financiera ofrece \$300 para ser pagados mediante 15 pagos mensuales de \$23.04 cada uno. Obtener la tasa aproximada de interés cargada, utilizando la fórmula de razón directa. Resp. 21.8%
27. Un bono de anualidad de \$10,000 al 4% debe ser pagado en 10 pagos iguales. ¿Cuánto debe pagarse por él justamente después del 3er. pago, para obtener un rendimiento de 6%? Resp. \$6882.57
28. Principiando al cumplir 41 años y terminando al cumplir 65, M depositó \$500 anuales en un fondo que paga el 3½% efectivo. ¿Cuánto hay en el fondo en su 65o. cumpleaños? Resp. \$19,474.93
29. Un documento a 6 meses por \$400, con intereses al 5%, es vendido a M 80 días antes de su vencimiento, el cual espera ganar 6% en su inversión. Hallar el importe de la operación. Resp. \$404.61
30. Remplazar pagos de \$1000 al final de cada año por pagos iguales al final de cada mes suponiendo (a) intereses al 6% convertible mensualmente, (b) intereses al 6% convertible anualmente. Resp. (a) \$81.07; (b) \$81.13
31. El día de hoy se depositan \$7500 en un fondo que gana el 4% convertible semestralmente. Se tiene planeado agotar totalmente el fondo mediante 10 retiros semestrales iguales de valor X, haciéndose el primero al término de 5 años a partir de la fecha. Hallar X. Resp. \$997.85
32. Una deuda de \$10,000 que devenga intereses al 6% convertible semestralmente está amortizándose mediante pagos trimestrales de \$1000 cada uno. (a) Hallar el saldo insoluto justamente después del 8o. pago. (b) ¿Cuántos pagos completos y qué pago parcial un período después, saldrá totalmente el adeudo? Resp. (a) \$2832.09; (b) 10; \$916.23
33. Un bono de \$1000, 6%, EJ, será redimido a la par el primero de julio de 1980 teniendo como fecha opcional de redención el primero de julio de 1970 o cualquier fecha de pago de interés posterior. Hallar el precio de compra al primero de julio de 1963 si se desea ganar por lo menos, (a) el 8% convertible semestralmente, (b) el 8% convertible trimestralmente, (c) el 4% convertible semestralmente, (d) el 5% efectivo. Resp. (a) \$815.89; (b) \$809.48; (c) \$1121.06; (d) \$1062.15
34. Hace 8 años se hizo una inversión de \$1000, y actualmente el valor de la inversión es \$1425.10. ¿Qué tasa nominal convertible trimestralmente se obtuvo como rendimiento? Resp. 4.44%
35. Una deuda de \$4000 con intereses al 5% convertible semestralmente será saldada mediante pagos anuales de \$500. Hallar el número de pagos completos y el pago final necesario. Resp. 10; \$259.61
36. M desea depositar en un fondo que gana el 3% convertible trimestralmente, una cantidad suficiente que le permita hacer retiros trimestrales de \$1000, cada uno, el primero al término de 5 años y el último al término de 10 años. Hallar el depósito necesario. Resp. \$16,800.11
37. M consigue \$192 y firma un documento sin intereses, a 120 días por \$200. ¿Qué tasa, (a) de descuento simple, (b) de interés simple se le está cargando? Resp. (a) 12%, (b) 12½%
38. M debe \$3000 con vencimiento en tres años. Suponiendo intereses de 3% efectivo, ¿de cuánto deben ser los pagos iguales hechos, (a) 1, 2 y 3 años a partir de hoy? (b) 1 y 3 años a partir de hoy que saldrán la deuda? Resp. (a) \$970.59; (b) \$1455.67
39. Hallar la tasa nominal convertible mensualmente equivalente al, (a) 5½% efectivo, (b) 5½% convertible semestralmente, (c) 5½% convertible trimestralmente. Resp. (a) 5.37%; (b) 5.44%; (c) 5.47%
40. Hallar el valor presente de una perpetuidad de, (a) \$1000 anuales, (b) \$1000 semestrales, suponiendo intereses al 5% efectivo. Resp. (a) \$20,000, (b) \$40,493.90
41. Supóngase que el bono del problema 33 es redimido el primero de julio de 1975. Hallar la utilidad del inversionista. Resp. (a) \$81.11; (b) \$84.19; (c) \$109.50; (d) \$59.35

42. Hallar el valor acumulado de \$2000 por 4½ años al 5% efectivo, utilizándose, (a) la regla teórica, (b) la regla práctica. Resp. (a) \$2491.04; (b) \$2491.78
43. Una deuda de \$4000, con vencimiento en 4 años, con interés al 4% convertible semestralmente va a ser pagada mediante un pago de \$1500 al término de 2 años y un pago X al término de 4 años. Hallar X suponiendo intereses del 5% efectivo. Resp. \$3032.89
44. El primero de julio 1960, M obtiene un préstamo de \$1400 a 6 años, con intereses al 4% efectivo. El primero de julio de 1962 obtiene otro préstamo de \$1600 a 4 años con intereses al 4% convertible semestralmente. ¿Qué pagos iguales hechos el primero de julio de 1964 y el primero de julio de 1966 saldrán las deudas, suponiendo intereses al 4% convertible trimestralmente? Resp. \$1750.53
45. Una granja es vendida mediante \$10,000 de cuota inicial y 8 pagos semestrales de \$2500 cada uno, venciendo el primero al término del 3er. año. Hallar el valor de contado de la granja suponiendo intereses al, (a) 6% efectivo, (b) 5% convertible semestralmente, (c) 5% convertible trimestralmente.

$$\text{Resp. (a) } 10,000 + 2500 \frac{1}{s_{\overline{17}|2.06}} [a_{\overline{8}|.06} - a_{\overline{2}|.06}] (1.06)^{-1/2} = 10,000 + 2500 [1 + (1.06)^{-1/2}] [a_{\overline{8}|.06} - a_{\overline{2}|.06}],$$
 (b) \$25,843.39, (c) \$25,820.77
46. Un documento a 180 días por \$1250, con fecha 2 de enero de 1961 devenga interés simple al 5%. El 11 de febrero de 1961 el documento fue vendido al banco XYZ el cual carga el 8% de descuento simple ordinario. A su vez, el 18 de marzo de 1961 el documento fue vendido al Banco de la Reserva Federal el cual carga el 6% de descuento simple exacto. ¿Cuánto pagó cada banco por el documento? Resp. \$1241.39; \$1259.14
47. Un bono de \$1000, 4½%, MS, es redimible el primero de septiembre de 1985 a 105. Hallar el precio de compra, (a) el primero de septiembre de 1963, (b) el primero de diciembre de 1963, suponiendo el 6% convertible semestralmente. Resp. (a) \$831.71; (b) \$844.19
48. ¿A qué tasa nominal convertible trimestralmente el monto de \$300 es \$500 en 10 años? Resp. 5.14%
49. Un activo cuyo costo es \$4000, tiene una vida probable de 8 años siendo su valor de salvamento de \$800. Hallar su valor en libros después de 5 años utilizando, (a) el método lineal, (b) el método de porcentaje constante, (c) el método de fondo de amortización si el dinero puede invertirse con seguridad al 4% efectivo. Resp. (a) \$2000; (b) \$1462.90; (c) \$2118.97
50. Cada trimestre se hacen depósitos de \$1000 en una cuenta que paga el 4% convertible trimestralmente. ¿Cuánto habrá en la cuenta, (a) justamente después del 15o. depósito?, (b) justamente antes del 10o. depósito. (c) ¿Qué tanto del incremento en la cuenta al hacerse el 12o. depósito se debe al interés? Resp. (a) \$1609.69; (b) \$946.22; (c) \$11.57
51. M debe \$1000, pagaderos al término de 5 años a partir de hoy, y \$2000, pagaderos al término de 10 años. Suponiendo intereses al 4% efectivo, ¿en qué fecha un pago de \$3000, saldrá las deudas? Resp. A partir de hoy 8.23 años
52. ¿Cuál será el importe de los depósitos mensuales que tienen que hacerse en una cuenta de ahorros que paga el 2½% convertible semestralmente para obtener \$5000, en 5 años? Resp. \$78.35
53. M depositó \$100 cada trimestre durante 25 años. Después empezó a retirar \$100 mensuales haciendo el primer retiro un mes después del último depósito. Si se pagan intereses al 3% convertible semestralmente, ¿cuántos retiros completos podrá hacer? Resp. 184
54. En una cuenta que paga el 3% convertible semestralmente se hacen depósitos anuales de \$2000. ¿Cuánto habrá en la cuenta justamente antes del 8o. depósito? Resp. $2000 \left[\frac{1}{s_{\overline{8}|.015}} s_{\overline{18}|.015} - 1 \right]$
55. ¿Qué cantidad depositada el día de hoy en una cuenta que paga el 4% convertible trimestralmente será suficiente para hacer 20 retiros trimestrales de \$500 cada uno, haciendo el primero al término del 3er. año? Resp. \$8087.33
56. Una casa avaluada en \$15,000 es vendida mediante \$5000 de inicial y pagos semestrales iguales por los próximos 20 años. ¿Cuál es el importe del pago semestral suponiendo intereses al, (a) 4½% efectivo? (b) 4% convertible trimestralmente? Resp. (a) \$380.15; (b) \$366.20
57. M puede comprar una máquina en \$2000 la cual debe ser remplazada al término de 10 años con un costo de \$1600 o también otra que cuesta \$2500 la cual debe ser remplazada al término de 15 años a un costo de \$2000. ¿Qué máquina debe escoger suponiendo interés de 5% efectivo?
58. En una cierta fecha de pago de intereses el precio de compra de un bono que reditúa el 4% convertible mensualmente, y que paga \$30 semestrales, es \$1163.44. ¿Cuál debe ser la cotización en el mercado 2 meses después, que proporcione el mismo rendimiento? Resp. 116½
59. Un refrigerador puede ser adquirido mediante \$10 de cuota inicial y \$10 mensuales por los próximos 17 meses. Suponiendo intereses al 6% convertible mensualmente, ¿cuál es el valor de contado? Resp. \$172.59
60. M tiene que acumular \$5000 haciendo 5 depósitos anuales iguales en un fondo que paga el 5% efectivo. ¿Cuánto habrá en el fondo justamente después del 3er. depósito? Resp. \$2852.60

61. M tiene \$2000 invertidos al 4% de interés simple, \$8000 al 5% y \$20.000 al 3%. ¿Cuál es la tasa promedio de interés que está ganando? Resp. 3,6%
62. Una máquina con costo de \$500 nueva debe ser remplazada al término de 15 años cuando su valor de salvamento es \$50. Hallar el costo capitalizado al 5% efectivo. Resp. \$917,10
63. Un bono de \$1000, $3\frac{1}{2}\%$, JD, es redimible el primero de junio de 1988. Hallar su precio neto al 15 de enero de 1963, si su precio "con interés" fue 102 $\frac{3}{4}$. Resp. \$1031,88
64. M deposita \$100 al final de cada 6 meses durante 4 años. ¿Cuánto tendrá en su cuenta si se le acreditan intereses al (a) $3\frac{1}{2}\%$ convertible semestralmente? (b) 4% efectivo? (c) 4% convertible trimestralmente? Resp. (a) \$850,75; (b) \$857,70; (c) \$858,60
65. M acuerda pagar una deuda de \$1500 mediante 30 pagos mensuales de \$60 cada uno. ¿Qué tasa efectiva de interés está pagando?
- Sugerencia: $i = (1 + j/12)^{12} - 1$ donde $\frac{1}{a_{30|j/12}} = 0,04$

66. Principiando al cumplir un año su hijo y terminando al cumplir 21 años, un padre deposita en un fondo una cantidad igual a X veces la edad de su hijo. Si el fondo paga una tasa efectiva i , demostrar que el monto en el fondo justamente después del último depósito es

$$S = \frac{X}{i} (s_{22|i} - 22)$$

67. Resolver el problema 66 si los depósitos anuales son $X, X + Y, X + 2Y, \dots, X + 20Y$.

$$\text{Resp. } S = X s_{21|i} + \frac{Y}{i} (s_{21|i} - 21)$$

68. Suponiendo que el saldo B (véase el capítulo 6) va a ser pagado mediante n pagos iguales de R cada uno; suponiendo intereses al $i = r/m$ por intervalo de pago, tenemos que

$$B = R a_{n|i} = R \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \quad (I)$$

- (a) Aproximar $(1+i)^{-n}$ mediante $1 - ni + \frac{1}{2}n(n+1)i^2$, los 3 primeros términos de la expansión binomial y obtener $r = mi = \frac{2mI}{Rn(n+1)}$, o sea la fórmula de serie de pagos.

- (b) Utilizar $Rn = B + I$ en (I) para obtener $B = \frac{I[1 - (1+i)^{-n}]}{ni - [1 - (1+i)^{-n}]}$. Tenemos que aproximadamente,

$$B = \frac{I[1 - (1-ni)]}{ni - [1 - (1-ni + \frac{1}{2}n(n+1)i^2)]} = \frac{2I}{(n+1)i} \quad \text{y} \quad r = \frac{2mI}{B(n+1)}$$

en donde r es aproximado mediante d de la fórmula de razón constante.

- (c) De (I) tenemos que $B(1+i)^n = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}$ por lo cual aproximadamente

$$B(1+ni) = R \frac{(1+ni + \frac{1}{2}n(n-1)i^2) - 1}{i} \quad \text{y} \quad r = \frac{2mI}{B(n+1) - I(n-1)}$$

que es la fórmula comercial.

Indice de tablas

Tablas

| | Página |
|--|--------|
| I Mantisas con 6 decimales | 168 |
| II Mantisas con 7 decimales | 181 |
| III Número de cada día del año | 182 |
| IV Monto de 1 a interés compuesto $s = (1+i)^n$ | 183 |
| V Valor presente de 1 a interés compuesto, $a = (1+i)^{-n}$ | 191 |
| VI Valores de $(1+i)^{1/p}$ | 199 |
| VII Valores de $(1+i)^{-1/p}$ | 199 |
| VIII Valores de $s_{1/p i} = \frac{(1+i)^{1/p} - 1}{i}$ | 200 |
| IX Valores de $a_{1/p i} = \frac{1 - (1+i)^{-1/p}}{i}$ | 200 |
| X Valores de $\frac{1}{s_{1/p i}} = \frac{i}{(1+i)^{1/p} - 1}$ | 201 |
| XI Valores de $\frac{i}{j_{(p)}} = \frac{i}{p[(1+i)^{1/p} - 1]}$ | 201 |
| XII Monto de una anualidad de 1 por período $s_{n i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$ | 202 |
| XIII Valor presente de una anualidad de 1 por período $a_{n i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$ | 210 |
| XIV Pago periódico de una anualidad cuyo monto es 1, $\frac{1}{s_{n i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$ | 218 |
| XV Tabla de mortalidad CSO 1941 con columnas de conmutativos al $2\frac{1}{2}\%$ | 226 |

TABLA I. Mantillas con seis decimales

| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Dif. |
|-----|---------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| 100 | 00 0000 | 0434 | 0868 | 1301 | 1734 | 2166 | 2598 | 3029 | 3461 | 3891 | 432 |
| 1 | 4321 | 4751 | 5181 | 5611 | 6041 | 6471 | 6901 | 7331 | 7761 | 8191 | 438 |
| 2 | 8612 | 9042 | 9472 | 9902 | 10332 | 10762 | 11192 | 11622 | 12052 | 12482 | 434 |
| 3 | 01 2377 | 3259 | 3689 | 4119 | 4549 | 4979 | 5409 | 5839 | 6269 | 6699 | 430 |
| 4 | 7033 | 7463 | 7893 | 8323 | 8753 | 9183 | 9613 | 10043 | 10473 | 10903 | 416 |
| 5 | 02 1189 | 1619 | 2049 | 2479 | 2909 | 3339 | 3769 | 4199 | 4629 | 5059 | 412 |
| 6 | 5306 | 5736 | 6166 | 6596 | 7026 | 7456 | 7886 | 8316 | 8746 | 9176 | 408 |
| 7 | 9384 | 9814 | 10244 | 10674 | 11104 | 11534 | 11964 | 12394 | 12824 | 13254 | 404 |
| 8 | 03 3124 | 3554 | 3984 | 4414 | 4844 | 5274 | 5704 | 6134 | 6564 | 6994 | 397 |
| 9 | 7426 | 7856 | 8286 | 8716 | 9146 | 9576 | 10006 | 10436 | 10866 | 11296 | 393 |

PARTES PROPORCIONALES

| Dif. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 434 | 43.4 | 86.8 | 130.2 | 173.6 | 217.0 | 260.4 | 303.8 | 347.2 | 390.6 |
| 433 | 43.3 | 86.6 | 129.9 | 173.2 | 216.5 | 259.8 | 303.1 | 346.4 | 389.7 |
| 432 | 43.2 | 86.4 | 129.6 | 172.9 | 216.2 | 259.5 | 302.8 | 346.1 | 389.4 |
| 431 | 43.1 | 86.2 | 129.3 | 172.6 | 215.9 | 259.2 | 302.5 | 345.8 | 389.1 |
| 430 | 43.0 | 86.0 | 129.0 | 172.3 | 215.6 | 258.9 | 302.2 | 345.5 | 388.8 |
| 429 | 42.9 | 85.8 | 128.7 | 172.0 | 215.3 | 258.6 | 301.9 | 345.2 | 388.5 |
| 428 | 42.8 | 85.6 | 128.4 | 171.7 | 215.0 | 258.3 | 301.6 | 344.9 | 388.2 |
| 427 | 42.7 | 85.4 | 128.1 | 171.4 | 214.7 | 258.0 | 301.3 | 344.6 | 387.9 |
| 426 | 42.6 | 85.2 | 127.8 | 171.1 | 214.4 | 257.7 | 301.0 | 344.3 | 387.6 |
| 425 | 42.5 | 85.0 | 127.5 | 170.8 | 214.1 | 257.4 | 300.7 | 344.0 | 387.3 |
| 424 | 42.4 | 84.8 | 127.2 | 170.5 | 213.8 | 257.1 | 300.4 | 343.7 | 387.0 |
| 423 | 42.3 | 84.6 | 126.9 | 170.2 | 213.5 | 256.8 | 300.1 | 343.4 | 386.7 |
| 422 | 42.2 | 84.4 | 126.6 | 169.9 | 213.2 | 256.5 | 299.8 | 343.1 | 386.4 |
| 421 | 42.1 | 84.2 | 126.3 | 169.6 | 212.9 | 256.2 | 299.5 | 342.8 | 386.1 |
| 420 | 42.0 | 84.0 | 126.0 | 169.3 | 212.6 | 255.9 | 299.2 | 342.5 | 385.8 |
| 419 | 41.9 | 83.8 | 125.7 | 169.0 | 212.3 | 255.6 | 298.9 | 342.2 | 385.5 |
| 418 | 41.8 | 83.6 | 125.4 | 168.7 | 212.0 | 255.3 | 298.6 | 341.9 | 385.2 |
| 417 | 41.7 | 83.4 | 125.1 | 168.4 | 211.7 | 255.0 | 298.3 | 341.6 | 384.9 |
| 416 | 41.6 | 83.2 | 124.8 | 168.1 | 211.4 | 254.7 | 298.0 | 341.3 | 384.6 |
| 415 | 41.5 | 83.0 | 124.5 | 167.8 | 211.1 | 254.4 | 297.7 | 341.0 | 384.3 |
| 414 | 41.4 | 82.8 | 124.2 | 167.5 | 210.8 | 254.1 | 297.4 | 340.7 | 384.0 |
| 413 | 41.3 | 82.6 | 123.9 | 167.2 | 210.5 | 253.8 | 297.1 | 340.4 | 383.7 |
| 412 | 41.2 | 82.4 | 123.6 | 166.9 | 210.2 | 253.5 | 296.8 | 340.1 | 383.4 |
| 411 | 41.1 | 82.2 | 123.3 | 166.6 | 209.9 | 253.2 | 296.5 | 339.8 | 383.1 |
| 410 | 41.0 | 82.0 | 123.0 | 166.3 | 209.6 | 252.9 | 296.2 | 339.5 | 382.8 |
| 409 | 40.9 | 81.8 | 122.7 | 166.0 | 209.3 | 252.6 | 295.9 | 339.2 | 382.5 |
| 408 | 40.8 | 81.6 | 122.4 | 165.7 | 209.0 | 252.3 | 295.6 | 338.9 | 382.2 |
| 407 | 40.7 | 81.4 | 122.1 | 165.4 | 208.7 | 252.0 | 295.3 | 338.6 | 381.9 |
| 406 | 40.6 | 81.2 | 121.8 | 165.1 | 208.4 | 251.7 | 295.0 | 338.3 | 381.6 |
| 405 | 40.5 | 81.0 | 121.5 | 164.8 | 208.1 | 251.4 | 294.7 | 338.0 | 381.3 |
| 404 | 40.4 | 80.8 | 121.2 | 164.5 | 207.8 | 251.1 | 294.4 | 337.7 | 381.0 |
| 403 | 40.3 | 80.6 | 120.9 | 164.2 | 207.5 | 250.8 | 294.1 | 337.4 | 380.7 |
| 402 | 40.2 | 80.4 | 120.6 | 163.9 | 207.2 | 250.5 | 293.8 | 337.1 | 380.4 |
| 401 | 40.1 | 80.2 | 120.3 | 163.6 | 206.9 | 250.2 | 293.5 | 336.8 | 380.1 |
| 400 | 40.0 | 80.0 | 120.0 | 163.3 | 206.6 | 249.9 | 293.2 | 336.5 | 379.8 |
| 399 | 39.9 | 79.8 | 119.7 | 163.0 | 206.3 | 249.6 | 292.9 | 336.2 | 379.5 |
| 398 | 39.8 | 79.6 | 119.4 | 162.7 | 206.0 | 249.3 | 292.6 | 335.9 | 379.2 |
| 397 | 39.7 | 79.4 | 119.1 | 162.4 | 205.7 | 249.0 | 292.3 | 335.6 | 378.9 |
| 396 | 39.6 | 79.2 | 118.8 | 162.1 | 205.4 | 248.7 | 292.0 | 335.3 | 378.6 |

TABLA I. Mantillas con seis decimales

| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Dif. |
|-----|---------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| 110 | 04 1323 | 1787 | 2182 | 2576 | 2969 | 3362 | 3755 | 4148 | 4540 | 4932 | 393 |
| 1 | 5323 | 5714 | 6105 | 6495 | 6885 | 7275 | 7665 | 8055 | 8445 | 8835 | 390 |
| 2 | 9218 | 9606 | 9993 | 10380 | 10767 | 11153 | 11539 | 11924 | 12309 | 12694 | 386 |
| 3 | 05 3078 | 3463 | 3846 | 4228 | 4609 | 4989 | 5368 | 5746 | 6124 | 6502 | 383 |
| 4 | 6905 | 7286 | 7666 | 8046 | 8426 | 8805 | 9183 | 9561 | 9939 | 10317 | 379 |
| 5 | 06 0698 | 1075 | 1452 | 1829 | 2206 | 2582 | 2958 | 3333 | 3709 | 4083 | 376 |
| 6 | 4458 | 4832 | 5206 | 5579 | 5951 | 6322 | 6693 | 7063 | 7433 | 7803 | 373 |
| 7 | 4832 | 5206 | 5579 | 5951 | 6322 | 6693 | 7063 | 7433 | 7803 | 8173 | 370 |
| 8 | 07 1882 | 2250 | 2617 | 2985 | 3352 | 3718 | 4085 | 4451 | 4816 | 5182 | 366 |
| 9 | 5547 | 5912 | 6276 | 6640 | 7004 | 7368 | 7731 | 8094 | 8457 | 8819 | 363 |

PARTES PROPORCIONALES

| Dif. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 395 | 39.5 | 79.0 | 118.5 | 158.0 | 197.5 | 237.0 | 276.5 | 316.0 | 355.5 |
| 394 | 39.4 | 78.8 | 118.2 | 157.6 | 197.0 | 236.4 | 275.8 | 315.2 | 354.6 |
| 393 | 39.3 | 78.6 | 117.9 | 157.2 | 196.5 | 235.8 | 275.1 | 314.5 | 353.9 |
| 392 | 39.2 | 78.4 | 117.6 | 156.8 | 196.0 | 235.2 | 274.4 | 313.8 | 353.2 |
| 391 | 39.1 | 78.2 | 117.3 | 156.4 | 195.5 | 234.6 | 273.7 | 313.1 | 352.5 |
| 390 | 39.0 | 78.0 | 117.0 | 156.0 | 195.0 | 234.0 | 273.0 | 312.4 | 351.8 |
| 389 | 38.9 | 77.8 | 116.7 | 155.6 | 194.5 | 233.4 | 272.3 | 311.7 | 351.1 |
| 388 | 38.8 | 77.6 | 116.4 | 155.2 | 194.0 | 232.8 | 271.6 | 311.0 | 350.4 |
| 387 | 38.7 | 77.4 | 116.1 | 154.8 | 193.5 | 232.2 | 270.9 | 310.3 | 349.7 |
| 386 | 38.6 | 77.2 | 115.8 | 154.4 | 193.0 | 231.6 | 270.2 | 309.6 | 349.0 |
| 385 | 38.5 | 77.0 | 115.5 | 154.0 | 192.5 | 231.0 | 269.5 | 308.9 | 348.3 |
| 384 | 38.4 | 76.8 | 115.2 | 153.6 | 192.0 | 230.4 | 268.8 | 308.2 | 347.6 |
| 383 | 38.3 | 76.6 | 114.9 | 153.2 | 191.5 | 229.8 | 268.1 | 307.5 | 346.9 |
| 382 | 38.2 | 76.4 | 114.6 | 152.8 | 191.0 | 229.2 | 267.4 | 306.8 | 346.2 |
| 381 | 38.1 | 76.2 | 114.3 | 152.4 | 190.5 | 228.6 | 266.7 | 306.1 | 345.5 |
| 380 | 38.0 | 76.0 | 114.0 | 152.0 | 190.0 | 228.0 | 266.0 | 305.4 | 344.8 |
| 379 | 37.9 | 75.8 | 113.7 | 151.6 | 189.5 | 227.4 | 265.3 | 304.7 | 344.1 |
| 378 | 37.8 | 75.6 | 113.4 | 151.2 | 189.0 | 226.8 | 264.6 | 304.0 | 343.4 |
| 377 | 37.7 | 75.4 | 113.1 | 150.8 | 188.5 | 226.2 | 263.9 | 303.3 | 342.7 |
| 376 | 37.6 | 75.2 | 112.8 | 150.4 | 188.0 | 225.6 | 263.2 | 302.6 | 342.0 |
| 375 | 37.5 | 75.0 | 112.5 | 150.0 | 187.5 | 225.0 | 262.5 | 301.9 | 341.3 |
| 374 | 37.4 | 74.8 | 112.2 | 149.6 | 187.0 | 224.4 | 261.8 | 301.2 | 340.6 |
| 373 | 37.3 | 74.6 | 111.9 | 149.2 | 186.5 | 223.8 | 261.1 | 300.5 | 339.9 |
| 372 | 37.2 | 74.4 | 111.6 | 148.8 | 186.0 | 223.2 | 260.4 | 299.8 | 339.2 |
| 371 | 37.1 | 74.2 | 111.3 | 148.4 | 185.5 | 222.6 | 259.7 | 299.1 | 338.5 |
| 370 | 37.0 | 74.0 | 111.0 | 148.0 | 185.0 | 222.0 | 259.0 | 298.4 | 337.8 |
| 369 | 36.9 | 73.8 | 110.7 | 147.6 | 184.5 | 221.4 | 258.3 | 297.7 | 337.1 |
| 368 | 36.8 | 73.6 | 110.4 | 147.2 | 184.0 | 220.8 | 257.6 | 297.0 | 336.4 |
| 367 | 36.7 | 73.4 | 110.1 | 146.8 | 183.5 | 220.2 | 256.9 | 296.3 | 335.7 |
| 366 | 36.6 | 73.2 | 109.8 | 146.4 | 183.0 | 219.6 | 256.2 | 295.6 | 335.0 |
| 365 | 36.5 | 73.0 | 109.5 | 146.0 | 182.5 | 219.0 | 255.5 | 294.9 | 334.3 |
| 364 | 36.4 | 72.8 | 109.2 | 145.6 | 182.0 | 218.4 | 254.8 | 294.2 | 333.6 |
| 363 | 36.3 | 72.6 | 108.9 | 145.2 | 181.5 | 217.8 | 254.1 | 293.5 | 332.9 |
| 362 | 36.2 | 72.4 | 108.6 | 144.8 | 181.0 | 217.2 | 253.4 | 292.8 | 332.2 |

TABLA I. Mantillas con seis decimales

| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Dif. |
|-----|---------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| 120 | 07 9181 | 9543 | 9904 | 10266 | 10628 | 10990 | 11352 | 11714 | 12076 | 12438 | 360 |
| 1 | 08 2785 | 3144 | 3503 | 3861 | 4219 | 4576 | 4934 | 5291 | 5647 | 6004 | 357 |
| 2 | 6360 | 6716 | 7071 | 7426 | 7781 | 8136 | 8490 | 8845 | 9198 | 9552 | 355 |
| 3 | 09 3422 | 3772 | 4122 | 4471 | 4820 | 5169 | 5518 | 5866 | 6215 | 6562 | 349 |
| 4 | 09 6910 | 7257 | 7604 | 7951 | 8298 | 8644 | 8990 | 9335 | 9681 | 10026 | 346 |
| 5 | 10 0371 | 0715 | 1059 | 1403 | 1747 | 2091 | 2434 | 2777 | 3119 | 3462 | 343 |
| 6 | 7 3804 | 4146 | 4487 | 4828 | 5169 | 5510 | 5851 | 6191 | 6531 | 6871 | 341 |
| 7 | 7210 | 7549 | 7888 | 8227 | 8565 | 8903 | 9241 | 9579 | 9916 | 10253 | 338 |
| 8 | 11 0590 | 0926 | 1263 | 1599 | 1934 | 2270 | 2605 | 2940 | 3275 | 3609 | 335 |
| 9 | 11 3943 | 4277 | 4611 | 4944 | 5278 | 5611 | 5944 | 6276 | 6608 | 6940 | 333 |
| 130 | 12 7271 | 7603 | 7934 | 8265 | 8595 | 8925 | 9255 | 9585 | 9915 | 10245 | 330 |
| 1 | 12 0574 | 0903 | 1231 | 1560 | 1888 | 2216 | 2544 | 2871 | 3198 | 3525 | 328 |
| 2 | 3852 | 4178 | 4504 | 4830 | 5156 | 5481 | 5806 | 6131 | 6456 | 6781 | 325 |
| 3 | 4125 | 4450 | 4775 | 5100 | 5425 | 5750 | 6075 | 6400 | 6725 | 7050 | 323 |
| 4 | 7105 | 7429 | 7753 | 8078 | 8403 | 8728 | 9053 | 9378 | 9703 | 10028 | 320 |

PARTES PROPORCIONALES

| Dif. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 362 | 36.2 | 72.4 | 108.6 | 144.8 | 181.0 | 217.2 | 253.4 | 289.6 | 325.8 |
| 361 | 36.1 | 72.2 | 108.3 | 144.4 | 180.5 | 216.6 | 252.7 | 288.8 | 324.9 |
| 360 | 36.0 | 72.0 | 108.0 | 144.0 | 180.0 | 216.0 | 252.0 | 288.0 | 324.0 |
| 359 | 35.9 | 71.8 | 107.7 | 143.7 | 179.6 | 215.6 | 251.6 | 287.6 | 323.6 |
| 358 | 35.8 | 71.6 | 107.4 | 143.4 | 179.3 | 215.3 | 251.3 | 287.3 | 323.3 |
| 357 | 35.7 | 71.4 | 107.1 | 143.1 | 179.0 | 215.0 | 251.0 | 287.0 | 323.0 |
| 356 | 35.6 | 71.2 | 106.8 | 142.8 | 178.7 | 214.7 | 250.7 | 286.7 | 322.7 |
| 355 | 35.5 | 71.0 | 106.5 | 142.0 | 177.5 | 213.0 | 249.5 | 284.0 | 319.5 |
| 354 | 35.4 | 70.8 | 106.2 | 141.6 | 177.0 | 212.4 | 247.8 | 283.2 | 318.6 |
| 353 | 35.3 | 70.6 | 105.9 | 141.2 | 176.5 | 211.8 | 247.1 | 282.4 | 317.7 |
| 352 | 35.2 | 70.4 | 105.6 | 140.8 | 176.0 | 211.2 | 246.4 | 281.6 | 316.8 |
| 351 | 35.1 | 70.2 | 105.3 | 140.4 | 175.5 | 210.6 | 245.7 | 280.8 | 315.9 |
| 350 | 35.0 | 70.0 | 105.0 | 140.0 | 175.0 | 210.0 | 245.0 | 280.0 | 315.0 |
| 349 | 34.9 | 69.8 | 104.7 | 139.6 | 174.5 | 209.4 | 244.3 | 279.2 | 314.1 |
| 348 | 34.8 | 69.6 | 104.4 | 139.2 | 174.0 | 208.8 | 243.6 | 278.4 | 313.2 |
| 347 | 34.7 | 69.4 | 104.1 | 138.8 | 173.5 | 208.2 | 242.9 | 277.6 | 312.3 |
| 346 | 34.6 | 69.2 | 103.8 | 138.4 | 173.0 | 207.6 | 242.2 | 276.8 | 311.4 |
| 345 | 34.5 | 69.0 | 103.5 | 138.0 | 172.5 | 207.0 | 241.5 | 276.0 | 310.5 |
| 344 | 34.4 | 68.8 | 103.2 | 137.5 | 172.0 | 206.4 | 240.8 | 275.2 | 309.6 |
| 343 | 34.3 | 68.6 | 102.9 | 137.2 | 171.5 | 205.8 | 240.1 | 274.4 | 308.7 |
| 342 | 34.2 | 68.4 | 102.6 | 136.8 | 171.0 | 205.2 | 239.4 | 273.6 | 307.8 |
| 341 | 34.1 | 68.2 | 102.3 | 136.4 | 170.5 | 204.6 | 238.7 | 272.8 | 306.9 |
| 340 | 34.0 | 68.0 | 102.0 | 136.0 | 170.0 | 204.0 | 238.0 | 272.0 | 306.0 |
| 339 | 33.9 | 67.8 | 101.7 | 135.6 | 169.5 | 203.4 | 237.3 | 271.2 | 305.1 |
| 338 | 33.8 | 67.6 | 101.4 | 135.2 | 169.0 | 202.8 | 236.6 | 270.4 | 304.2 |
| 337 | 33.7 | 67.4 | 101.1 | 134.8 | 168.5 | 202.2 | 235.9 | 269.6 | 303.3 |
| 336 | 33.6 | 67.2 | 100.8 | 134.4 | 168.0 | 201.6 | 235.2 | 268.8 | 302.4 |
| 335 | 33.5 | 67.0 | 100.5 | 134.0 | 167.5 | 201.0 | 234.5 | 268.0 | 301.5 |
| 334 | 33.4 | 66.8 | 100.2 | 133.6 | 167.0 | 200.4 | 233.8 | 267.2 | 300.6 |
| 333 | 33.3 | 66.6 | 100.0 | 133.2 | 166.5 | 199.8 | 233.1 | 266.4 | 299.7 |
| 332 | 33.2 | 66.4 | 99.6 | 132.8 | 166.0 | 199.2 | 232.4 | 265.6 | 298.8 |
| 331 | 33.1 | 66.2 | 99.3 | 132.4 | 165.5 | 198.6 | 231.7 | 264.8 | 297.9 |
| 330 | 33.0 | 66.0 | 99.0 | 132.0 | 165.0 | 198.0 | 231.0 | 264.0 | 297.0 |
| 329 | 32.9 | 65.8 | 98.7 | 131.6 | 164.5 | 197.4 | 230.3 | 263.2 | 296.1 |
| 328 | 32.8 | 65.6 | 98.4 | 131.2 | 164.0 | 196.8 | 229.6 | 262.4 | 295.2 |
| 327 | 32.7 | 65.4 | 98.1 | 130.8 | 163.5 | 196.2 | 228.9 | 261.6 | 294.3 |
| 326 | 32.6 | 65.2 | 97.8 | 130.4 | 163.0 | 195.6 | 228.2 | 260.8 | 293.4 |
| 325 | 32.5 | 65.0 | 97.5 | 130.0 | 162.5 | 195.0 | 227.5 | 260.0 | 292.5 |
| 324 | 32.4 | 64.8 | 97.2 | 129.6 | 162.0 | 194.4 | 226.8 | 259.2 | 291.6 |
| 323 | 32.3 | 64.6 | 96.9 | 129.2 | 161.5 | 193.8 | 226.1 | 258.4 | 290.7 |
| 322 | 32.2 | 64.4 | 96.6 | 128.8 | 161.0 | 193.2 | 225.4 | 257.6 | 289.8 |

| | 170 | 23 | 0449 | 0704 | 0960 | 1215 | 1470 | 1725 | 1980 | 2235 | 2490 | 2745 | 3000 | 3255 | 3510 | 3765 | 4020 | 4275 | 4530 | 4785 | 5040 | 5295 | 5550 | 5805 | 6060 | 6315 | 6570 | 6825 | 7080 | 7335 | 7590 | 7845 | 8100 | 8355 | 8610 | 8865 | 9120 | 9375 | 9630 | 9885 | 10140 | 10395 | 10650 | 10905 | 11160 | 11415 | 11670 | 11925 | 12180 | 12435 | 12690 | 12945 | 13200 | 13455 | 13710 | 13965 | 14220 | 14475 | 14730 | 14985 | 15240 | 15495 | 15750 | 16005 | 16260 | 16515 | 16770 | 17025 | 17280 | 17535 | 17790 | 18045 | 18300 | 18555 | 18810 | 19065 | 19320 | 19575 | 19830 | 20085 | 20340 | 20595 | 20850 | 21105 | 21360 | 21615 | 21870 | 22125 | 22380 | 22635 | 22890 | 23145 | 23400 | 23655 | 23910 | 24165 | 24420 | 24675 | 24930 | 25185 | 25440 | 25695 | 25950 | 26205 | 26460 | 26715 | 26970 | 27225 | 27480 | 27735 | 27990 | 28245 | 28500 | 28755 | 29010 | 29265 | 29520 | 29775 | 30030 | 30285 | 30540 | 30795 | 31050 | 31305 | 31560 | 31815 | 32070 | 32325 | 32580 | 32835 | 33090 | 33345 | 33600 | 33855 | 34110 | 34365 | 34620 | 34875 | 35130 | 35385 | 35640 | 35895 | 36150 | 36405 | 36660 | 36915 | 37170 | 37425 | 37680 | 37935 | 38190 | 38445 | 38700 | 38955 | 39210 | 39465 | 39720 | 39975 | 40230 | 40485 | 40740 | 40995 | 41250 | 41505 | 41760 | 42015 | 42270 | 42525 | 42780 | 43035 | 43290 | 43545 | 43800 | 44055 | 44310 | 44565 | 44820 | 45075 | 45330 | 45585 | 45840 | 46095 | 46350 | 46605 | 46860 | 47115 | 47370 | 47625 | 47880 | 48135 | 48390 | 48645 | 48900 | 49155 | 49410 | 49665 | 49920 | 50175 | 50430 | 50685 | 50940 | 51195 | 51450 | 51705 | 51960 | 52215 | 52470 | 52725 | 52980 | 53235 | 53490 | 53745 | 54000 | 54255 | 54510 | 54765 | 55020 | 55275 | 55530 | 55785 | 56040 | 56295 | 56550 | 56805 | 57060 | 57315 | 57570 | 57825 | 58080 | 58335 | 58590 | 58845 | 59100 | 59355 | 59610 | 59865 | 60120 | 60375 | 60630 | 60885 | 61140 | 61395 | 61650 | 61905 | 62160 | 62415 | 62670 | 62925 | 63180 | 63435 | 63690 | 63945 | 64200 | 64455 | 64710 | 64965 | 65220 | 65475 | 65730 | 65985 | 66240 | 66495 | 66750 | 67005 | 67260 | 67515 | 67770 | 68025 | 68280 | 68535 | 68790 | 69045 | 69300 | 69555 | 69810 | 70065 | 70320 | 70575 | 70830 | 71085 | 71340 | 71595 | 71850 | 72105 | 72360 | 72615 | 72870 | 73125 | 73380 | 73635 | 73890 | 74145 | 74400 | 74655 | 74910 | 75165 | 75420 | 75675 | 75930 | 76185 | 76440 | 76695 | 76950 | 77205 | 77460 | 77715 | 77970 | 78225 | 78480 | 78735 | 78990 | 79245 | 79500 | 79755 | 80010 | 80265 | 80520 | 80775 | 81030 | 81285 | 81540 | 81795 | 82050 | 82305 | 82560 | 82815 | 83070 | 83325 | 83580 | 83835 | 84090 | 84345 | 84600 | 84855 | 85110 | 85365 | 85620 | 85875 | 86130 | 86385 | 86640 | 86895 | 87150 | 87405 | 87660 | 87915 | 88170 | 88425 | 88680 | 88935 | 89190 | 89445 | 89700 | 89955 | 90210 | 90465 | 90720 | 90975 | 91230 | 91485 | 91740 | 91995 | 92250 | 92505 | 92760 | 93015 | 93270 | 93525 | 93780 | 94035 | 94290 | 94545 | 94800 | 95055 | 95310 | 95565 | 95820 | 96075 | 96330 | 96585 | 96840 | 97095 | 97350 | 97605 | 97860 | 98115 | 98370 | 98625 | 98880 | 99135 | 99390 | 99645 | 99900 | 100155 | 100410 | 100665 | 100920 | 101175 | 101430 | 101685 | 101940 | 102195 | 102450 | 102705 | 102960 | 103215 | 103470 | 103725 | 103980 | 104235 | 104490 | 104745 | 105000 | 105255 | 105510 | 105765 | 106020 | 106275 | 106530 | 106785 | 107040 | 107295 | 107550 | 107805 | 108060 | 108315 | 108570 | 108825 | 109080 | 109335 | 109590 | 109845 | 110100 | 110355 | 110610 | 110865 | 111120 | 111375 | 111630 | 111885 | 112140 | 112395 | 112650 | 112905 | 113160 | 113415 | 113670 | 113925 | 114180 | 114435 | 114690 | 114945 | 115200 | 115455 | 115710 | 115965 | 116220 | 116475 | 116730 | 116985 | 117240 | 117495 | 117750 | 118005 | 118260 | 118515 | 118770 | 119025 | 119280 | 119535 | 119790 | 120045 | 120300 | 120555 | 120810 | 121065 | 121320 | 121575 | 121830 | 122085 | 122340 | 122595 | 122850 | 123105 | 123360 | 123615 | 123870 | 124125 | 124380 | 124635 | 124890 | 125145 | 125400 | 125655 | 125910 | 126165 | 126420 | 126675 | 126930 | 127185 | 127440 | 127695 | 127950 | 128205 | 128460 | 128715 | 128970 | 129225 | 129480 | 129735 | 129990 | 130245 | 130500 | 130755 | 131010 | 131265 | 131520 | 131775 | 132030 | 132285 | 132540 | 132795 | 133050 | 133305 | 133560 | 133815 | 134070 | 134325 | 134580 | 134835 | 135090 | 135345 | 135600 | 135855 | 136110 | 136365 | 136620 | 136875 | 137130 | 137385 | 137640 | 137895 | 138150 | 138405 | 138660 | 138915 | 139170 | 139425 | 139680 | 139935 | 140190 | 140445 | 140700 | 140955 | 141210 | 141465 | 141720 | 141975 | 142230 | 142485 | 142740 | 142995 | 143250 | 143505 | 143760 | 144015 | 144270 | 144525 | 144780 | 145035 | 145290 | 145545 | 145800 | 146055 | 146310 | 146565 | 146820 | 147075 | 147330 | 147585 | 147840 | 148095 | 148350 | 148605 | 148860 | 149115 | 149370 | 149625 | 149880 | 150135 | 150390 | 150645 | 150900 | 151155 | 151410 | 151665 | 151920 | 152175 | 152430 | 152685 | 152940 | 153195 | 153450 | 153705 | 153960 | 154215 | 154470 | 154725 | 154980 | 155235 | 155490 | 155745 | 156000 | 156255 | 156510 | 156765 | 157020 | 157275 | 157530 | 157785 | 158040 | 158295 | 158550 | 158805 | 159060 | 159315 | 159570 | 159825 | 160080 | 160335 | 160590 | 160845 | 161100 | 161355 | 161610 | 161865 | 162120 | 162375 | 162630 | 162885 | 163140 | 163395 | 163650 | 163905 | 164160 | 164415 | 164670 | 164925 | 165180 | 165435 | 165690 | 165945 | 166200 | 166455 | 166710 | 166965 | 167220 | 167475 | 167730 | 167985 | 168240 | 168495 | 168750 | 169005 | 169260 | 169515 | 169770 | 170025 | 170280 | 170535 | 170790 | 171045 | 171300 | 171555 | 171810 | 172065 | 172320 | 172575 | 172830 | 173085 | 173340 | 173595 | 173850 | 174105 | 174360 | 174615 | 174870 | 175125 | 175380 | 175635 | 175890 | 176145 | 176400 | 176655 | 176910 | 177165 | 177420 | 177675 | 177930 | 178185 | 178440 | 178695 | 178950 | 179205 | 179460 | 179715 | 179970 | 180225 | 180480 | 180735 | 180990 | 181245 | 181500 | 181755 | 182010 | 182265 | 182520 | 182775 | 183030 | 183285 | 183540 | 183795 | 184050 | 184305 | 184560 | 184815 | 185070 | 185325 | 185580 | 185835 | 186090 | 186345 | 186600 | 186855 | 187110 | 187365 | 187620 | 187875 | 188130 | 188385 | 188640 | 188895 | 189150 | 189405 | 189660 | 189915 | 190170 | 190425 | 190680 | 190935 | 191190 | 191445 | 191700 | 191955 | 192210 | 192465 | 192720 | 192975 | 193230 | 193485 | 193740 | 193995 | 194250 | 194505 | 194760 | 195015 | 195270 | 195525 | 195780 | 196035 | 196290 | 196545 | 196800 | 197055 | 197310 | 197565 | 197820 | 198075 | 198330 | 198585 | 198840 | 199095 | 199350 | 199605 | 199860 | 200115 | 200370 | 200625 | 200880 | 201135 | 201390 | 201645 | 201900 | 202155 | 202410 | 202665 | 202920 | 203175 | 203430 | 203685 | 203940 | 204195 | 204450 | 204705 | 204960 | 205215 | 205470 | 205725 | 205980 | 206235 | 206490 | 206745 | 207000 | 207255 | 207510 | 207765 | 208020 | 208275 | 208530 | 208785 | 209040 | 209295 | 209550 | 209805 | 210060 | 210315 | 210570 | 210825 | 211080 | 211335 | 211590 | 211845 | 212100 | 212355 | 212610 | 212865 | 213120 | 213375 | 213630 | 213885 | 214140 | 214395 | 214650 | 214905 | 215160 | 215415 | 215670 | 215925 | 216180 | 216435 | 216690 | 216945 | 217200 | 217455 | 217710 | 217965 | 218220 | 218475 | 218730 | 218985 | 219240 | 219495 | 219750 | 219995 | 220250 | 220505 | 220760 | 221015 | 221270 | 221525 | 221780 | 222035 | 222290 | 222545 | 222800 | 223055 | 223310 | 223565 | 223820 | 224075 | 224330 | 224585 | 224840 | 225095 | 225350 | 225605 | 225860 | 226115 | 226370 | 226625 | 226880 | 227135 | 227390 | 227645 | 227900 | 228155 | 228410 | 228665 | 228920 | 229175 | 229430 | 229685 | 229940 | 230195 | 230450 | 230705 | 230960 | 231215 | 231470 | 231725 | 231980 | 232235 | 232490 | 232745 | 233000 | 233255 | 233510 | 233765 | 234020 | 234275 | 234530 | 234785 | 235040 | 235295 | 235550 | 235805 | 236060 | 236315 | 236570 | 236825 | 237080 | 237335 | 237590 | 237845 | 238100 | 238355 | 238610 | 238865 | 239120 | 239375 | 239630 | 239885 | 240140 | 240395 | 240650 | 240905 | 241160 | 241415 | 241670 | 241925 | 242180 | 242435 | 242690 | 242945 | 243200 | 243455 | 243710 | 243965 | 244220 | 244475 | 244730 | 244985 | 245240 | 245495 | 245750 | 246005 | 246260 | 246515 | 246770 | 247025 | 247280 | 247535 | 247790 | 248045 | 248300 | 248555 | 248810 | 249065 | 249320 | 249575 | 249830 | 250085 | 250340 | 250595 | 250850 | 251105 | 251360 | 251615 | 251870 | 252125 | 252380 | 252635 | 252890 | 253145 | 253400 | 253655 | 253910 | 254165 | 254420 | 254675 | 254930 | 255185 | 255440 | 255695 | 255950 | 256205 | 256460 | 256715 | 256970 | 257225 | 257480 | 257735 | 257990 | 258245 | 258500 | 258755 | 259010 | 259265 | 259520 | 259775 | 260030 | 260285 | 260540 | 260795 | 261050 | 261305 | 261560 | 261815 | 262070 | 262325 | 262580 | 262835 | 263090 | 263345 | 263600 | 263855 | 264110 | 264365 | 264620 | 264875 | 265130 | 265385 | 265640 | 265895 | 266150 | 266405 | 266660 | 266915 | 267170 | 267425 | 267680 | 267935 | 268190 | 268445 | 268700 | 268955 | 269210 | 269465 | 269720 | 270025 | 270280 | 270535 | 270790 | 271045 | 271300 | 271555 | 271810 | 272065 | 272320 | 272575 | 272830 | 273085 | 273340 | 273595 | 273850 | 274105 | 274360 | 274615 | 274870 | 275125 | 275380 | 275635 | 275890 | 276145 | 276400 | 276655 | 276910 | 277165 | 277420 | 277675 | 277930 | 278185 | 278440 | 278695 | 278950 | 279205 | 279460 | 279715 | 279970 | 280225 | 280480 | 280735 | 280990 | 281245 | 281500 | 281755 | 282010 | 282265 | 282520 | 282775 | 283030 | 283285 | 283540 | 283795 | 284050 | 284305 | 284560 | 284815 | 285070 | 285325 | 285580 | 285835 | 286090 | 286345 | 286600 | 286855 | 287110 | 287365 | 287620 | 287875 | 288130 | 288385 | 288640 | 288895 | 289150 | 289405 | 289660 | 289915 | 290170 | 290425 | 290680 | 290935 | 291190 | 291445 | 291700 | 291955 | 292210 | 292465 | 292720 | 292975 | 293230 | 293485 | 293740 | 293995 | 294250 | 294505 | 2947 |
|--|-----|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|
|--|-----|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|

| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Dif. |
|-----|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| 240 | 44 7158 | 7313 | 7468 | 7623 | 7778 | 7933 | 8088 | 8242 | 8397 | 8552 | 155 |
| 1 | 45 0219 | 8861 | 9015 | 9170 | 9324 | 9478 | 9633 | 9787 | 9941 | 10095 | 154 |
| 2 | 45 0219 | 0403 | 0557 | 0711 | 0865 | 1018 | 1172 | 1326 | 1479 | 1633 | 153 |
| 3 | 45 0219 | 1940 | 2093 | 2247 | 2400 | 2553 | 2706 | 2859 | 3012 | 3165 | 153 |
| 4 | 45 0219 | 3471 | 3624 | 3777 | 3930 | 4082 | 4235 | 4387 | 4540 | 4692 | 153 |
| 245 | 45 1845 | 4997 | 5150 | 5302 | 5454 | 5606 | 5758 | 5910 | 6062 | 6214 | 152 |
| 5 | 46 0698 | 6518 | 6670 | 6821 | 6973 | 7125 | 7276 | 7428 | 7579 | 7731 | 152 |
| 6 | 46 0698 | 8053 | 8184 | 8336 | 8487 | 8638 | 8789 | 8940 | 9091 | 9242 | 151 |
| 7 | 46 0698 | 9543 | 9684 | 9835 | 9985 | 10146 | 10296 | 10447 | 10597 | 10748 | 151 |
| 8 | 46 0698 | 1048 | 1108 | 1168 | 1228 | 1288 | 1348 | 1408 | 1468 | 1528 | 150 |
| 290 | 46 2392 | 2548 | 2697 | 2847 | 2997 | 3146 | 3296 | 3445 | 3594 | 3744 | 150 |
| 1 | 46 2392 | 4042 | 4191 | 4340 | 4489 | 4638 | 4787 | 4936 | 5085 | 5234 | 149 |
| 2 | 46 2392 | 5536 | 5685 | 5834 | 5983 | 6132 | 6281 | 6430 | 6579 | 6728 | 149 |
| 3 | 46 2392 | 7030 | 7179 | 7328 | 7477 | 7626 | 7775 | 7924 | 8073 | 8222 | 149 |
| 4 | 46 2392 | 8524 | 8673 | 8822 | 8971 | 9120 | 9269 | 9418 | 9567 | 9716 | 148 |
| 295 | 46 3922 | 9016 | 9165 | 9314 | 9463 | 9612 | 9761 | 9910 | 10059 | 10208 | 147 |
| 5 | 47 1292 | 1408 | 1556 | 1704 | 1852 | 2000 | 2148 | 2296 | 2444 | 2592 | 146 |
| 6 | 47 1292 | 3049 | 3196 | 3343 | 3490 | 3637 | 3784 | 3931 | 4078 | 4225 | 146 |
| 7 | 47 1292 | 4362 | 4508 | 4655 | 4801 | 4948 | 5094 | 5240 | 5386 | 5532 | 146 |
| 8 | 47 1292 | 5816 | 5962 | 6107 | 6252 | 6397 | 6542 | 6687 | 6832 | 6977 | 145 |
| 300 | 47 2121 | 7266 | 7411 | 7555 | 7700 | 7844 | 7989 | 8133 | 8278 | 8422 | 144 |
| 1 | 48 0007 | 8711 | 8855 | 8999 | 9143 | 9287 | 9431 | 9575 | 9719 | 9863 | 144 |
| 2 | 48 0007 | 10151 | 10294 | 10438 | 10582 | 10725 | 10869 | 11012 | 11156 | 11299 | 144 |
| 3 | 48 0007 | 11586 | 11729 | 11872 | 12015 | 12158 | 12301 | 12444 | 12587 | 12730 | 143 |
| 4 | 48 0007 | 13016 | 13159 | 13302 | 13445 | 13587 | 13730 | 13872 | 14015 | 14157 | 143 |
| 305 | 48 3000 | 4442 | 4585 | 4727 | 4869 | 5011 | 5153 | 5295 | 5437 | 5579 | 142 |
| 1 | 48 3000 | 6015 | 6157 | 6299 | 6441 | 6583 | 6725 | 6867 | 7009 | 7151 | 141 |
| 2 | 48 3000 | 7628 | 7769 | 7910 | 8051 | 8192 | 8333 | 8474 | 8615 | 8756 | 141 |
| 3 | 48 3000 | 9181 | 9322 | 9463 | 9604 | 9745 | 9886 | 10027 | 10168 | 10309 | 141 |
| 4 | 48 3000 | 10744 | 10885 | 11026 | 11167 | 11308 | 11449 | 11590 | 11731 | 11872 | 140 |
| 310 | 49 1362 | 1502 | 1642 | 1782 | 1922 | 2062 | 2202 | 2341 | 2481 | 2621 | 140 |
| 1 | 49 1362 | 2900 | 3040 | 3179 | 3319 | 3458 | 3597 | 3737 | 3876 | 4015 | 139 |
| 2 | 49 1362 | 4294 | 4433 | 4572 | 4711 | 4850 | 4989 | 5128 | 5267 | 5406 | 139 |
| 3 | 49 1362 | 5683 | 5822 | 5960 | 6099 | 6238 | 6376 | 6515 | 6653 | 6791 | 139 |
| 4 | 49 1362 | 7068 | 7206 | 7344 | 7483 | 7621 | 7759 | 7897 | 8035 | 8173 | 138 |

PARTES PROPORCIONALES

| Dif. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| 155 | 15.5 | 31.0 | 46.5 | 62.0 | 77.5 | 93.0 | 108.5 | 124.0 | 139.5 |
| 154 | 15.4 | 30.8 | 46.2 | 61.6 | 77.0 | 92.4 | 107.8 | 123.2 | 138.6 |
| 153 | 15.3 | 30.6 | 45.9 | 61.2 | 76.5 | 91.8 | 107.1 | 122.4 | 137.7 |
| 152 | 15.2 | 30.4 | 45.6 | 60.8 | 76.0 | 91.2 | 106.4 | 121.6 | 136.8 |
| 151 | 15.1 | 30.2 | 45.3 | 60.4 | 75.5 | 90.6 | 105.7 | 120.8 | 135.9 |
| 150 | 15.0 | 30.0 | 45.0 | 60.0 | 75.0 | 90.0 | 105.0 | 120.0 | 135.0 |
| 149 | 14.9 | 29.8 | 44.7 | 59.6 | 74.5 | 89.4 | 104.3 | 119.2 | 134.1 |
| 148 | 14.8 | 29.6 | 44.4 | 59.2 | 74.0 | 88.9 | 103.8 | 118.7 | 133.2 |
| 147 | 14.7 | 29.4 | 44.1 | 58.8 | 73.5 | 88.4 | 103.2 | 118.1 | 132.3 |
| 146 | 14.6 | 29.2 | 43.8 | 58.4 | 73.0 | 87.9 | 102.6 | 117.5 | 131.4 |
| 145 | 14.5 | 29.0 | 43.5 | 58.0 | 72.5 | 87.4 | 102.0 | 116.9 | 130.5 |
| 144 | 14.4 | 28.8 | 43.2 | 57.6 | 72.0 | 86.9 | 101.4 | 116.3 | 129.6 |
| 143 | 14.3 | 28.6 | 42.9 | 57.2 | 71.5 | 86.4 | 100.8 | 115.7 | 128.7 |
| 142 | 14.2 | 28.4 | 42.6 | 56.8 | 71.0 | 85.9 | 100.2 | 115.1 | 127.8 |
| 141 | 14.1 | 28.2 | 42.3 | 56.4 | 70.5 | 85.4 | 99.6 | 114.5 | 126.9 |
| 140 | 14.0 | 28.0 | 42.0 | 56.0 | 70.0 | 84.9 | 99.0 | 113.9 | 126.0 |
| 139 | 13.9 | 27.8 | 41.7 | 55.6 | 69.5 | 83.4 | 97.3 | 111.2 | 125.1 |
| 138 | 13.8 | 27.6 | 41.4 | 55.2 | 69.0 | 82.8 | 96.6 | 110.4 | 124.2 |

TABLA I. Mantisas con seis decimales

| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Dif. |
|-----|---------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| 315 | 49 8311 | 8448 | 8586 | 8724 | 8862 | 8999 | 9137 | 9275 | 9412 | 9550 | 138 |
| 6 | 9687 | 9824 | 9962 | 10099 | 10236 | 10374 | 10511 | 10648 | 10785 | 10922 | 137 |
| 7 | 50 1059 | 1196 | 1333 | 1470 | 1607 | 1744 | 1880 | 2017 | 2154 | 2291 | 137 |
| 8 | 50 1059 | 2427 | 2564 | 2700 | 2837 | 2973 | 3109 | 3246 | 3382 | 3518 | 136 |
| 320 | 50 3150 | 5286 | 5421 | 5557 | 5693 | 5828 | 5964 | 6099 | 6234 | 6370 | 136 |
| 1 | 5055 | 6040 | 6176 | 6311 | 6446 | 6581 | 6716 | 6851 | 6986 | 7121 | 135 |
| 2 | 5055 | 7500 | 7635 | 7770 | 7905 | 8040 | 8175 | 8310 | 8445 | 8580 | 135 |
| 3 | 5055 | 9223 | 9357 | 9491 | 9626 | 9760 | 9895 | 10030 | 10164 | 10299 | 134 |
| 4 | 51 0545 | 1097 | 1231 | 1365 | 1499 | 1633 | 1767 | 1901 | 2035 | 2169 | 134 |
| 325 | 51 1883 | 2017 | 2151 | 2284 | 2418 | 2551 | 2684 | 2818 | 2951 | 3084 | 133 |
| 6 | 5218 | 3481 | 3615 | 3748 | 3881 | 4014 | 4147 | 4280 | 4413 | 4546 | 133 |
| 7 | 5218 | 4813 | 4946 | 5079 | 5211 | 5344 | 5476 | 5609 | 5742 | 5875 | 132 |
| 8 | 5218 | 6145 | 6278 | 6411 | 6544 | 6677 | 6809 | 6942 | 7075 | 7208 | 132 |
| 330 | 51 8514 | 8266 | 8400 | 8534 | 8667 | 8800 | 8933 | 9066 | 9199 | 9332 | 131 |
| 1 | 9828 | 9959 | 10090 | 10221 | 10353 | 10484 | 10615 | 10746 | 10877 | 11007 | 131 |
| 2 | 52 1138 | 1269 | 1400 | 1530 | 1661 | 1792 | 1922 | 2053 | 2183 | 2314 | 131 |
| 3 | 52 1138 | 2447 | 2578 | 2708 | 2838 | 2968 | 3098 | 3228 | 3358 | 3488 | 130 |
| 4 | 53 2446 | 3875 | 4005 | 4135 | 4265 | 4395 | 4525 | 4655 | 4785 | 4915 | 130 |
| 335 | 52 5045 | 5174 | 5304 | 5434 | 5563 | 5693 | 5822 | 5951 | 6081 | 6210 | 129 |
| 6 | 6339 | 6469 | 6598 | 6727 | 6856 | 6985 | 7114 | 7243 | 7372 | 7501 | 129 |
| 7 | 6339 | 7759 | 7888 | 8016 | 8145 | 8274 | 8402 | 8531 | 8660 | 8788 | 128 |
| 8 | 6339 | 9174 | 9302 | 9430 | 9558 | 9687 | 9815 | 9943 | 10072 | 10201 | 128 |
| 340 | 53 0200 | 0328 | 0456 | 0584 | 0712 | 0840 | 0968 | 1096 | 1223 | 1351 | 128 |
| 1 | 53 1479 | 1607 | 1734 | 1862 | 1990 | 2117 | 2245 | 2372 | 2500 | 2627 | 127 |
| 2 | 53 1479 | 2852 | 2980 | 3108 | 3236 | 3364 | 3491 | 3618 | 3745 | 3872 | 127 |
| 3 | 53 1479 | 4100 | 4228 | 4355 | 4483 | 4610 | 4737 | 4864 | 4991 | 5118 | 126 |
| 4 | 53 1479 | 5347 | 5474 | 5601 | 5728 | 5855 | 5982 | 6109 | 6236 | 6363 | 126 |
| 345 | 53 7819 | 7945 | 8071 | 8197 | 8322 | 8448 | 8574 | 8699 | 8825 | 8951 | 126 |
| 6 | 9076 | 9202 | 9327 | 9452 | 9577 | 9702 | 9827 | 9952 | 10077 | 10202 | 125 |
| 7 | 54 0329 | 0455 | 0580 | 0705 | 0830 | 0955 | 1080 | 1205 | 1330 | 1455 | 125 |
| 8 | 54 0329 | 1580 | 1705 | 1830 | 1955 | 2080 | 2205 | 2330 | 2455 | 2580 | 124 |
| 9 | 2825 | 2950 | 3074 | 3199 | 3323 | 3447 | 3571 | 3695 | 3820 | 3944 | 124 |

PARTES PROPORCIONALES

| Dif. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|
| 138 | 13.8 | 27.6 | 41.4 | 55.2 | 69.0 | 82.8 | 96.6 | 110.4 | 124.2 |
| 137 | 13.7 | 27.4 | 41.1 | 54.8 | 68.5 | 82.2 | 95.9 | 109.6 | 123.3 |
| 136 | 13.6 | 27.2 | 40.8 | 54.4 | 68.0 | 81.6 | 95.2 | 108.8 | 122.4 |
| 135 | 13.5 | 27.0 | 40.5 | 54.0 | 67.5 | 81.0 | 94.5 | 108.0 | 121.5 |
| 134 | 13.4 | 26.8 | 40.2 | 53.6 | 67.0 | 80.4 | 93.8 | 107.2 | 120.6 |
| 133 | 13.3 | 26.6 | 39.9 | 53.2 | 66.5 | 79.8 | 93.1 | 106.4 | 119.7 |
| 132 | 13.2 | 26.4 | 39.6 | 52.9 | 66.0 | 79.2 | 92.4 | 105.6 | 118.8 |
| 131 | 13.1 | 26.2 | 39.3 | 52.6 | 65.5 | 78.6 | 91.7 | 104.8 | 117.9 |
| 130 | 13.0 | 26.0 | 39.0 | 52.0 | 65.0 | 78.0 | 91.0 | 104.0 | 117.0 |
| 129 | 12.9 | 25.8 | 38.7 | 51.6 | 64.5 | 77.4 | 90.3 | 103.2 | 116.1 |
| 128 | 12.8 | 25.6 | 38.4 | 51.3 | 64.0 | 77.0 | 90.0 | 102.9 | 115.2 |
| 127 | 12.7 | 25.4 | 38.1 | 51.0 | 63.5 | 76.5 | 89.6 | 102.6 | 114.3 |
| 126 | 12.6 | 25.2 | 37.8 | 50.4 | 63.0 | 76.0 | 89.2 | 102.3 | 113.4 |
| 125 | 12.5 | 25.0 | 37.5 | 50.0 | 62.5 | 75.5 | 88.8 | 102.0 | 112.5 |
| 124 | 12.4 | 24.8 | 37.2 | 49.6 | 62.0 | 74.4 | 88.4 | 101.6 | 111.6 |

TABLA I. Mantisas con seis decimales

| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Dif. |
|-----|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|------|
| 350 | 54 4068 | 4192 | 4316 | 4440 | 4564 | 4688 | 4812 | 4936 | 5060 | 5183 | 124 |
| 1 | 5307 | 5431 | 5555 | 5678 | 5802 | 5925 | 6049 | 6172 | 6296 | 6419 | 124 |
| 2 | 6543 | 6666 | 6789 | 6913 | 7036 | 7159 | 7282 | 7405 | 7529 | 7652 | 123 |
| 3 | 7775 | 7898 | 8021 | 8144 | 8267 | 8389 | 8512 | 8635 | 8758 | 8881 | 123 |
| 4 | 9003 | 9126 | 9249 | 9371 | 9494 | 9616 | 9739 | 9861 | 9984 | 10106 | 123 |
| 355 | 55 0222 | 0351 | 0473 | 0595 | 0717 | 0840 | 0962 | 1084 | 1206 | 1328 | 122 |
| 1 | 6145 | 1572 | 1816 | 1938 | 2060 | 2181 | 2303 | 2425 | 2547 | 2669 | 122 |

| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 390 | 63 3468 | 3569 | 3670 | 3771 | 3872 | 3973 | 4074 | 4175 | 4276 | 4376 |
| 1 | 4477 | 4578 | 4679 | 4779 | 4880 | 4981 | 5081 | 5182 | 5283 | 5383 |
| 2 | 5484 | 5584 | 5685 | 5785 | 5886 | 5986 | 6087 | 6187 | 6287 | 6388 |
| 3 | 6488 | 6588 | 6688 | 6789 | 6889 | 6989 | 7089 | 7189 | 7289 | 7389 |
| 4 | 7490 | 7590 | 7690 | 7790 | 7890 | 7990 | 8090 | 8190 | 8290 | 8389 |
| 435 | 63 8486 | 8586 | 8689 | 8789 | 8888 | 8988 | 9088 | 9188 | 9287 | 9387 |
| 6 | 9486 | 9586 | 9686 | 9785 | 9885 | 9984 | 0084 | 0183 | 0283 | 0382 |
| 7 | 0481 | 0581 | 0680 | 0779 | 0879 | 0978 | 1077 | 1177 | 1277 | 1376 |
| 8 | 1474 | 1573 | 1672 | 1771 | 1871 | 1970 | 2069 | 2168 | 2267 | 2366 |
| 9 | 2465 | 2563 | 2662 | 2761 | 2860 | 2959 | 3058 | 3156 | 3255 | 3354 |
| 440 | 64 3453 | 3551 | 3650 | 3749 | 3847 | 3946 | 4044 | 4143 | 4242 | 4340 |
| 1 | 4439 | 4537 | 4636 | 4734 | 4832 | 4931 | 5029 | 5128 | 5226 | 5324 |
| 2 | 5422 | 5520 | 5618 | 5716 | 5814 | 5912 | 6010 | 6108 | 6206 | 6304 |
| 3 | 6405 | 6503 | 6601 | 6698 | 6796 | 6894 | 6992 | 7089 | 7187 | 7285 |
| 4 | 7383 | 7481 | 7579 | 7676 | 7774 | 7872 | 7969 | 8067 | 8165 | 8262 |
| 445 | 64 8360 | 8458 | 8555 | 8653 | 8750 | 8848 | 8945 | 9043 | 9140 | 9237 |
| 6 | 9458 | 9555 | 9652 | 9749 | 9846 | 9943 | 0040 | 0137 | 0234 | 0331 |
| 7 | 0435 | 0532 | 0629 | 0726 | 0823 | 0920 | 1017 | 1114 | 1211 | 1308 |
| 8 | 1405 | 1502 | 1600 | 1696 | 1793 | 1890 | 1987 | 2084 | 2181 | 2278 |
| 9 | 2374 | 2471 | 2568 | 2665 | 2762 | 2859 | 2956 | 3053 | 3150 | 3247 |
| 450 | 65 3213 | 3309 | 3405 | 3502 | 3598 | 3695 | 3791 | 3888 | 3984 | 4080 |
| 1 | 4189 | 4285 | 4381 | 4477 | 4573 | 4669 | 4765 | 4861 | 4957 | 5053 |
| 2 | 5149 | 5245 | 5341 | 5437 | 5533 | 5629 | 5725 | 5821 | 5917 | 6013 |
| 3 | 6109 | 6205 | 6301 | 6397 | 6493 | 6589 | 6685 | 6781 | 6877 | 6973 |
| 4 | 7065 | 7161 | 7257 | 7353 | 7449 | 7545 | 7641 | 7737 | 7833 | 7929 |
| 455 | 65 8011 | 8107 | 8202 | 8298 | 8393 | 8488 | 8584 | 8679 | 8774 | 8870 |
| 6 | 8965 | 9060 | 9155 | 9250 | 9346 | 9441 | 9536 | 9631 | 9726 | 9821 |
| 7 | 9916 | 0011 | 0106 | 0201 | 0296 | 0391 | 0486 | 0581 | 0676 | 0771 |
| 8 | 0865 | 0960 | 1055 | 1150 | 1245 | 1340 | 1435 | 1530 | 1625 | 1720 |
| 9 | 1813 | 1907 | 2002 | 2096 | 2191 | 2286 | 2380 | 2475 | 2569 | 2663 |
| 460 | 66 2758 | 2852 | 2947 | 3041 | 3135 | 3229 | 3324 | 3418 | 3512 | 3607 |
| 1 | 3701 | 3795 | 3889 | 3982 | 4076 | 4169 | 4263 | 4356 | 4450 | 4544 |
| 2 | 4637 | 4730 | 4823 | 4916 | 5009 | 5102 | 5195 | 5288 | 5381 | 5474 |
| 3 | 5561 | 5653 | 5746 | 5838 | 5930 | 6022 | 6114 | 6206 | 6298 | 6390 |
| 4 | 6518 | 6610 | 6702 | 6794 | 6886 | 6978 | 7069 | 7161 | 7252 | 7344 |
| 465 | 66 7453 | 7546 | 7640 | 7733 | 7826 | 7920 | 8013 | 8106 | 8199 | 8293 |
| 6 | 8356 | 8449 | 8542 | 8635 | 8728 | 8821 | 8914 | 9007 | 9100 | 9193 |
| 7 | 9317 | 9410 | 9503 | 9596 | 9689 | 9782 | 9875 | 9967 | 0060 | 0153 |
| 8 | 0246 | 0339 | 0431 | 0524 | 0617 | 0710 | 0802 | 0895 | 0988 | 1080 |
| 9 | 1173 | 1265 | 1358 | 1451 | 1543 | 1636 | 1728 | 1821 | 1913 | 2005 |

PARTES PROPORCIONALES

| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|---|
| 112 | 11.2 | 22.4 | 33.6 | 44.8 | 56.0 | 67.2 | 78.4 | 89.6 | 100.8 | |
| 111 | 11.1 | 22.2 | 33.3 | 44.4 | 55.5 | 66.6 | 77.7 | 88.8 | 99.9 | |
| 110 | 11.0 | 22.0 | 33.0 | 44.0 | 55.0 | 66.0 | 77.0 | 88.0 | 99.0 | |
| 109 | 10.9 | 21.8 | 32.7 | 43.6 | 54.5 | 65.4 | 76.3 | 87.2 | 98.1 | |
| 108 | 10.8 | 21.6 | 32.4 | 43.2 | 54.0 | 64.8 | 75.6 | 86.4 | 97.2 | |
| 107 | 10.7 | 21.4 | 32.1 | 42.8 | 53.5 | 64.2 | 74.9 | 85.6 | 96.3 | |
| 106 | 10.6 | 21.2 | 31.8 | 42.4 | 53.0 | 63.6 | 74.2 | 84.8 | 95.4 | |
| 105 | 10.5 | 21.0 | 31.5 | 42.0 | 52.5 | 63.0 | 73.5 | 84.0 | 94.5 | |
| 104 | 10.4 | 20.8 | 31.2 | 41.6 | 52.0 | 62.4 | 72.8 | 83.2 | 93.6 | |
| 103 | 10.3 | 20.6 | 30.9 | 41.2 | 51.5 | 61.8 | 72.1 | 82.4 | 92.7 | |
| 102 | 10.2 | 20.4 | 30.6 | 40.8 | 51.0 | 61.2 | 71.4 | 81.6 | 91.8 | |
| 101 | 10.1 | 20.2 | 30.3 | 40.4 | 50.5 | 60.5 | 70.7 | 80.8 | 90.9 | |

PARTES PROPORCIONALES

| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|---|
| 101 | 10.1 | 20.2 | 30.3 | 40.4 | 50.5 | 60.6 | 70.7 | 80.8 | 90.9 | |
| 100 | 10.0 | 20.0 | 30.0 | 40.0 | 50.0 | 60.0 | 70.0 | 80.0 | 90.0 | |
| 99 | 9.9 | 19.8 | 29.7 | 39.6 | 49.5 | 59.4 | 69.3 | 79.2 | 89.1 | |
| 98 | 9.8 | 19.6 | 29.4 | 39.2 | 49.0 | 58.8 | 68.6 | 78.4 | 88.2 | |
| 97 | 9.7 | 19.4 | 29.1 | 38.8 | 48.5 | 58.2 | 67.9 | 77.6 | 87.3 | |
| 96 | 9.6 | 19.2 | 28.8 | 38.4 | 48.0 | 57.6 | 67.2 | 76.8 | 86.4 | |
| 95 | 9.5 | 19.0 | 28.5 | 38.0 | 47.5 | 57.0 | 66.5 | 76.0 | 85.5 | |
| 94 | 9.4 | 18.8 | 28.2 | 37.6 | 47.0 | 56.4 | 65.8 | 75.2 | 84.6 | |
| 93 | 9.3 | 18.6 | 27.9 | 37.2 | 46.5 | 55.8 | 65.1 | 74.4 | 83.7 | |
| 92 | 9.2 | 18.4 | 27.6 | 36.8 | 46.0 | 55.2 | 64.4 | 73.6 | 82.8 | |

TABLA I. Mantisas con seis decimales

| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Dif. |
|-----|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| 470 | 67 2008 | 2100 | 2203 | 2307 | 2407 | 2500 | 2652 | 2744 | 2836 | 2929 | 92 |
| 1 | 3021 | 3113 | 3205 | 3297 | 3390 | 3482 | 3574 | 3666 | 3758 | 3850 | |
| 2 | 3942 | 4034 | 4126 | 4218 | 4310 | 4402 | 4494 | 4586 | 4677 | 4769 | |
| 3 | 4861 | 4953 | 5045 | 5137 | 5228 | 5320 | 5412 | 5503 | 5595 | 5687 | |
| 4 | 5778 | 5870 | 5962 | 6053 | 6145 | 6236 | 6328 | 6419 | 6511 | 6602 | |
| 475 | 67 6694 | 6785 | 6876 | 6968 | 7059 | 7151 | 7242 | 7333 | 7424 | 7516 | 91 |
| 6 | 7607 | 7698 | 7789 | 7881 | 7972 | 8063 | 8154 | 8245 | 8336 | 8427 | |
| 7 | 8528 | 8619 | 8709 | 8800 | 8891 | 8982 | 9073 | 9164 | 9255 | 9346 | |
| 8 | 9458 | 9549 | 9640 | 9731 | 9822 | 9913 | 10004 | 10095 | 10186 | 10277 | |
| 9 | 10396 | 10486 | 10577 | 10668 | 10759 | 10850 | 10941 | 11032 | 11123 | | |
| 480 | 68 1241 | 1332 | 1422 | 1513 | 1603 | 1693 | 1784 | 1874 | 1964 | 2055 | 90 |
| 1 | 2145 | 2235 | 2325 | 2416 | 2506 | 2596 | 2687 | 2777 | 2867 | 2957 | |
| 2 | 3047 | 3137 | 3227 | 3317 | 3407 | 3497 | 3587 | 3677 | 3767 | 3857 | |
| 3 | 3947 | 4037 | 4127 | 4217 | 4307 | 4396 | 4486 | 4576 | 4666 | 4756 | |
| 4 | 4845 | 4935 | 5025 | 5114 | 5204 | 5294 | 5383 | 5473 | 5563 | 5652 | |
| 485 | 68 5742 | 5831 | 5921 | 6010 | 6100 | 6189 | 6279 | 6368 | 6458 | 6547 | 89 |
| 6 | 6636 | 6726 | 6815 | 6904 | 6994 | 7083 | 7172 | 7261 | 7351 | 7440 | |
| 7 | 7529 | 7618 | 7707 | 7796 | 7886 | 7975 | 8064 | 8153 | 8242 | 8331 | |
| 8 | 8420 | 8509 | 8598 | 8687 | 8776 | 8865 | 8954 | 9042 | 9131 | 9220 | |
| 9 | 9309 | 9398 | 9486 | 9575 | 9664 | 9753 | 9841 | 9930 | 0019 | 0107 | |
| 490 | 69 0196 | 0285 | 0373 | 0462 | 0550 | 0639 | 0728 | 0816 | 0905 | 0993 | 91 |
| 1 | 1081 | 1168 | 1256 | 1344 | 1432 | 1520 | 1608 | 1696 | 1784 | 1872 | |
| 2 | 1965 | 2053 | 2142 | 2230 | 2318 | 2406 | 2494 | 2582 | 2671 | 2759 | |
| 3 | 2849 | 2937 | 3025 | 3113 | 3201 | 3289 | 3377 | 3465 | 3553 | 3641 | |
| 4 | 3727 | 3815 | 3903 | 3991 | 4078 | 4166 | 4254 | 4342 | 4430 | 4517 | |
| 495 | 69 4605 | 4693 | 4781 | 4868 | 4956 | 5044 | 5131 | 5219 | 5307 | 5394 | 87 |
| 6 | 5482 | 5569 | 5657 | 5744 | 5832 | 5919 | 6007 | 6094 | 6182 | 6269 | |
| 7 | 6320 | 6407 | 6494 | 6581 | 6668 | 6755 | 6842 | 6929 | 7016 | 7103 | |
| 8 | 7229 | 7317 | 7404 | 7491 | 7578 | 7665 | 7752 | 7839 | 7926 | 8013 | |
| 9 | 8101 | 8188 | 8275 | 8362 | 8449 | 8535 | 8622 | 8709 | 8796 | 8883 | |
| 500 | 69 8970 | 9057 | 9144 | 9231 | 9317 | 9404 | 9491 | 9578 | 9664 | 9751 | 85 |
| 1 | 9838 | 9924 | 0011 | 0098 | 0184 | 0271 | 0358 | 0445 | 0531 | 0617 | |
| 2 | 70 0704 | 0790 | 0877 | 0963 | 1050 | 1136 | 1222 | 1309 | 1395 | 1482 | |
| 3 | 1568 | 1654 | 1741 | 1827 | 1913 | 1999 | 2086 | 2172 | 2258 | 2344 | |
| 4 | 2431 | 2517 | 2603 | 2689 | 2775 | 2861 | 2947 | 3033 | 3119 | 3205 | |
| 505 | 70 3291 | 3377 | 3463 | 3549 | 3635 | 3721 | 3807 | 3893 | 3979 | 4065 | 84 |
| 6 | 4151 | 4236 | 4322 | 4408 | 4494 | 4579 | 4665 | 4751 | 4837 | 4922 | |
| 7 | 5008 | 5094 | 5179 | 5265 | 5350 | 5436 | 5522 | 5607 | 5693 | 5778 | |
| 8 | 5844 | 5930 | 6015 | 6100 | 6186 | 6271 | 6356 | 6442 | 6527 | 6612 | |
| 9 | 6718 | 6803 | 6888 | 6974 | 7059 | 7144 | 7229 | 7315 | 7400 | 7485 | |
| 510 | 70 7570 | 7655 | 7740 | 7826 | 7911 | 7996 | 8081 | 8166 | 8251 | 8336 | 85 |
| 1 | 8421 | 8506 | 8591 | 8676 | 8761 | 8846 | 8931 | 9016 | 9100 | 9185 | |
| 2 | 9270 | 9355 | 9440 | 9524 | 9609 | 9694 | 9779 | 9863 | 9948 | 0033 | |
| 3 | 0202 | 0286 | 0371 | 0456 | 0540 | 0625 | 0710 | 0794 | 0879 | 0963 | |
| 4 | 0963 | 1048 | 1132 | 1217 | 1301 | 1385 | 1470 | 1554 | 1639 | 1723 | |

PARTES PROPORCIONALES

| Dif. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 83 | 9.3 | 18.6 | 27.9 | 37.2 | 46.5 | 55.8 | 65.1 | 74.4 | 83.7 |
| 82 | 9.2 | 18.4 | 27.6 | 36.8 | 46.0 | 55.2 | 64.4 | 73.6 | 82.8 |
| 81 | 9.1 | 18.2 | 27.3 | 36.4 | 45.5 | 54.6 | 63.7 | 72.8 | 81.9 |
| 80 | 9.0 | 18.0 | 27.0 | 36.0 | 45.0 | 54.0 | 63.0 | 72.0 | 81.0 |
| 79 | 8.9 | 17.8 | 26.7 | 35.6 | 44.5 | 53.4 | 62.3 | 71.2 | 80.1 |
| 78 | 8.8 | 17.6 | 26.4 | 35.2 | 44.0 | 52.8 | 61.6 | 70.4 | 79.2 |
| 77 | 8.7 | 17.4 | 26.1 | 34.8 | 43.5 | 52.2 | 60.9 | 69.6 | 78.3 |
| 76 | 8.6 | 17.2 | 25.8 | 34.4 | 43.0 | 51.6 | 60.2 | 68.8 | 77.4 |
| 85 | 8.5 | 17.0 | 25.5 | 34.0 | 42.5 | 51.0 | 59.5 | 68.0 | 76.5 |
| 84 | 8.4 | 16.8 | 25.2 | 33.6 | 42.0 | 50.4 | 58.8 | 67.2 | 75.6 |

| N. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 600 | 77 8151 | 8224 | 8296 | 8368 | 8441 | 8513 | 8585 | 8658 | 8730 |
| 1 | 8874 | 8947 | 9019 | 9091 | 9163 | 9235 | 9308 | 9380 | 9452 |
| 2 | 9525 | 9597 | 9669 | 9741 | 9813 | 9885 | 9957 | 10029 | 10101 |
| 3 | 10173 | 10245 | 10317 | 10389 | 10461 | 10533 | 10605 | 10677 | 10749 |
| 4 | 10821 | 10893 | 10965 | 11037 | 11109 | 11181 | 11253 | 11325 | 11397 |
| 5 | 11469 | 11541 | 11613 | 11685 | 11757 | 11829 | 11901 | 11973 | 12045 |
| 6 | 12117 | 12189 | 12261 | 12333 | 12405 | 12477 | 12549 | 12621 | 12693 |
| 7 | 12765 | 12837 | 12909 | 12981 | 13053 | 13125 | 13197 | 13269 | 13341 |
| 8 | 13417 | 13489 | 13561 | 13633 | 13705 | 13777 | 13849 | 13921 | 13993 |
| 9 | 14065 | 14137 | 14209 | 14281 | 14353 | 14425 | 14497 | 14569 | 14641 |
| 605 | 78 1775 | 1857 | 1899 | 1971 | 2029 | 2114 | 2186 | 2258 | 2329 |
| 1 | 2404 | 2476 | 2548 | 2620 | 2692 | 2764 | 2836 | 2908 | 2980 |
| 2 | 3052 | 3124 | 3196 | 3268 | 3340 | 3412 | 3484 | 3556 | 3628 |
| 3 | 3704 | 3776 | 3848 | 3920 | 3992 | 4064 | 4136 | 4208 | 4280 |
| 4 | 4432 | 4504 | 4576 | 4648 | 4720 | 4792 | 4864 | 4936 | 5008 |
| 5 | 5160 | 5232 | 5304 | 5376 | 5448 | 5520 | 5592 | 5664 | 5736 |
| 6 | 5864 | 5936 | 6008 | 6080 | 6152 | 6224 | 6296 | 6368 | 6440 |
| 7 | 6512 | 6584 | 6656 | 6728 | 6800 | 6872 | 6944 | 7016 | 7088 |
| 8 | 7160 | 7232 | 7304 | 7376 | 7448 | 7520 | 7592 | 7664 | 7736 |
| 9 | 7888 | 7960 | 8032 | 8104 | 8176 | 8248 | 8320 | 8392 | 8464 |
| 610 | 78 5330 | 5401 | 5472 | 5543 | 5615 | 5686 | 5757 | 5828 | 5899 |
| 1 | 5970 | 6041 | 6112 | 6183 | 6254 | 6325 | 6396 | 6467 | 6538 |
| 2 | 6609 | 6680 | 6751 | 6822 | 6893 | 6964 | 7035 | 7106 | 7177 |
| 3 | 7248 | 7319 | 7390 | 7461 | 7532 | 7603 | 7674 | 7745 | 7816 |
| 4 | 7887 | 7958 | 8029 | 8100 | 8171 | 8242 | 8313 | 8384 | 8455 |
| 5 | 8524 | 8595 | 8666 | 8737 | 8808 | 8879 | 8950 | 9021 | 9092 |
| 6 | 9163 | 9234 | 9305 | 9376 | 9447 | 9518 | 9589 | 9660 | 9731 |
| 7 | 9800 | 9871 | 9942 | 10013 | 10084 | 10155 | 10226 | 10297 | 10368 |
| 8 | 10439 | 10510 | 10581 | 10652 | 10723 | 10794 | 10865 | 10936 | 11007 |
| 9 | 11078 | 11149 | 11220 | 11291 | 11362 | 11433 | 11504 | 11575 | 11646 |
| 615 | 78 8875 | 8946 | 9016 | 9087 | 9157 | 9228 | 9299 | 9369 | 9440 |
| 1 | 9510 | 9581 | 9651 | 9722 | 9792 | 9863 | 9934 | 10004 | 10074 |
| 2 | 10144 | 10215 | 10286 | 10357 | 10428 | 10499 | 10570 | 10641 | 10712 |
| 3 | 10783 | 10854 | 10925 | 11006 | 11077 | 11148 | 11219 | 11290 | 11361 |
| 4 | 11432 | 11503 | 11574 | 11645 | 11716 | 11787 | 11858 | 11929 | 12000 |
| 5 | 12071 | 12142 | 12213 | 12284 | 12355 | 12426 | 12497 | 12568 | 12639 |
| 6 | 12700 | 12771 | 12842 | 12913 | 12984 | 13055 | 13126 | 13197 | 13268 |
| 7 | 13329 | 13400 | 13471 | 13542 | 13613 | 13684 | 13755 | 13826 | 13897 |
| 8 | 13966 | 14037 | 14108 | 14179 | 14250 | 14321 | 14392 | 14463 | 14534 |
| 9 | 14601 | 14672 | 14743 | 14814 | 14885 | 14956 | 15027 | 15098 | 15169 |
| 620 | 79 2392 | 2462 | 2532 | 2602 | 2672 | 2742 | 2812 | 2882 | 2952 |
| 1 | 3022 | 3092 | 3162 | 3231 | 3301 | 3371 | 3441 | 3511 | 3581 |
| 2 | 3651 | 3721 | 3791 | 3861 | 3931 | 4001 | 4071 | 4141 | 4211 |
| 3 | 4281 | 4351 | 4421 | 4491 | 4561 | 4631 | 4701 | 4771 | 4841 |
| 4 | 4911 | 4981 | 5051 | 5121 | 5191 | 5261 | 5331 | 5401 | 5471 |
| 5 | 5541 | 5611 | 5681 | 5751 | 5821 | 5891 | 5961 | 6031 | 6101 |
| 6 | 6171 | 6241 | 6311 | 6381 | 6451 | 6521 | 6591 | 6661 | 6731 |
| 7 | 6801 | 6871 | 6941 | 7011 | 7081 | 7151 | 7221 | 7291 | 7361 |
| 8 | 7411 | 7481 | 7551 | 7621 | 7691 | 7761 | 7831 | 7901 | 7971 |
| 9 | 8001 | 8071 | 8141 | 8211 | 8281 | 8351 | 8421 | 8491 | 8561 |
| 625 | 79 5880 | 5949 | 6019 | 6088 | 6158 | 6227 | 6297 | 6366 | 6436 |
| 1 | 6505 | 6574 | 6643 | 6712 | 6781 | 6850 | 6919 | 6988 | 7057 |
| 2 | 7126 | 7195 | 7264 | 7333 | 7402 | 7471 | 7540 | 7609 | 7678 |
| 3 | 7749 | 7818 | 7887 | 7956 | 8025 | 8094 | 8163 | 8232 | 8301 |
| 4 | 8370 | 8439 | 8508 | 8577 | 8646 | 8715 | 8784 | 8853 | 8922 |
| 5 | 8991 | 9060 | 9129 | 9198 | 9267 | 9336 | 9405 | 9474 | 9543 |
| 6 | 9612 | 9681 | 9750 | 9819 | 9888 | 9957 | 10026 | 10095 | 10164 |
| 7 | 10233 | 10302 | 10371 | 10440 | 10509 | 10578 | 10647 | 10716 | 10785 |
| 8 | 10854 | 10923 | 10992 | 11061 | 11130 | 11199 | 11268 | 11337 | 11406 |
| 9 | 11477 | 11546 | 11615 | 11684 | 11753 | 11822 | 11891 | 11960 | 12029 |
| 630 | 79 9341 | 9409 | 9478 | 9547 | 9616 | 9685 | 9754 | 9823 | 9892 |
| 1 | 9961 | 10030 | 10099 | 10168 | 10237 | 10306 | 10375 | 10444 | 10513 |
| 2 | 10582 | 10651 | 10720 | 10789 | 10858 | 10927 | 10996 | 11065 | 11134 |
| 3 | 11203 | 11272 | 11341 | 11410 | 11479 | 11548 | 11617 | 11686 | 11755 |
| 4 | 11826 | 11895 | 11964 | 12033 | 12102 | 12171 | 12240 | 12309 | 12378 |
| 5 | 12447 | 12516 | 12585 | 12654 | 12723 | 12792 | 12861 | 12930 | 13000 |
| 6 | 13069 | 13138 | 13207 | 13276 | 13345 | 13414 | 13483 | 13552 | 13621 |
| 7 | 13690 | 13759 | 13828 | 13897 | 13966 | 14035 | 14104 | 14173 | 14242 |
| 8 | 14313 | 14382 | 14451 | 14520 | 14589 | 14658 | 14727 | 14796 | 14865 |
| 9 | 14934 | 15003 | 15072 | 15141 | 15210 | 15279 | 15348 | 15417 | 15486 |
| 635 | 80 2774 | 2842 | 2910 | 2977 | 3047 | 3116 | 3184 | 3252 | 3321 |
| 1 | 3389 | 3457 | 3525 | 3594 | 3662 | 3730 | 3798 | 3867 | 3935 |
| 2 | 4003 | 4071 | 4139 | 4208 | 4276 | 4344 | 4412 | 4480 | 4548 |
| 3 | 4616 | 4685 | 4753 | 4821 | 4889 | 4957 | 5025 | 5093 | 5161 |
| 4 | 5229 | 5297 | 5365 | 5433 | 5501 | 5569 | 5637 | 5705 | 5773 |
| 5 | 5841 | 5909 | 5976 | 6044 | 6112 | 6180 | 6248 | 6316 | 6384 |
| 6 | 6451 | 6519 | 6587 | 6655 | 6723 | 6790 | 6858 | 6926 | 6994 |
| 7 | 7062 | 7130 | 7198 | 7266 | 7334 | 7402 | 7470 | 7538 | 7606 |
| 8 | 7674 | 7742 | 7810 | 7878 | 7946 | 8014 | 8082 | 8150 | 8218 |
| 9 | 8286 | 8354 | 8422 | 8490 | 8558 | 8626 | 8694 | 8762 | 8830 |
| 640 | 80 6180 | 6248 | 6316 | 6384 | 6451 | 6519 | 6587 | 6655 | 6723 |
| 1 | 6790 | 6858 | 6926 | 6994 | 7062 | 7130 | 7198 | 7266 | 7334 |
| 2 | 7402 | 7470 | 7538 | 7606 | 7674 | 7742 | 7810 | 7878 | 7946 |
| 3 | 8014 | 8082 | 8150 | 8218 | 8286 | 8354 | 8422 | 8490 | 8558 |
| 4 | 8626 | 8694 | 8762 | 8830 | 8898 | 8966 | 9034 | 9102 | 9170 |
| 5 | 9238 | 9306 | 9374 | 9442 | 9510 | 9578 | 9646 | 9714 | 9782 |
| 6 | 9850 | 9918 | 9986 | 10054 | 10122 | 10190 | 10258 | 10326 | 10394 |
| 7 | 10462 | 10530 | 10598 | 10666 | 10734 | 10802 | 10870 | 10938 | 11006 |
| 8 | 11074 | 11142 | 11210 | 11278 | 11346 | 11414 | 11482 | 11550 | 11618 |
| 9 | 11686 | 11754 | 11822 | 11890 | 11958 | 12026 | 12094 | 12162 | 12230 |
| 645 | 80 9560 | 9627 | 9694 | 9762 | 9829 | 9896 | 9964 | 10031 | 10098 |
| 1 | 10165 | 10232 | 10299 | 10366 | 10433 | 10500 | 10567 | 10634 | 10701 |
| 2 | 10768 | 10835 | 10902 | 10969 | 11036 | 11103 | 11170 | 11237 | 11304 |
| 3 | 11371 | 11438 | 11505 | 11572 | 11639 | 11706 | 11773 | 11840 | 11907 |
| 4 | 11974 | 12041 | 12108 | 12175 | 12242 | 12309 | 12376 | 12443 | 12510 |
| 5 | 12577 | 12644 | 12711 | 12778 | 12845 | 12912 | 12979 | 13046 | 13113 |
| 6 | 13180 | 13247 | 13314 | 13381 | 13448 | 13515 | 13582 | 13649 | 13716 |
| 7 | 13783 | 13850 | 13917 | 13984 | 14051 | 14118 | 14185 | 14252 | 14319 |
| 8 | 14386 | 14453 | 14520 | 14587 | 14654 | 14721 | 14788 | 14855 | 14922 |
| 9 | 14989 | 15056 | 15123 | 15190 | 15257 | 15324 | 15391 | 15458 | 15525 |

PARTES PROPORCIONALES

TABLA I. Mantisas con seis decimales

| N. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 700 | 84 5098 | 5160 | 5222 | 5284 | 5346 | 5408 | 5470 | 5532 | 5594 |
| 1 | 5656 | 5718 | 5780 | 5842 | 5904 | 5966 | 6028 | 6090 | 6151 |
| 2 | 6213 | 6275 | 6337 | 6399 | 6461 | 6523 | 6585 | 6647 | 6709 |
| 3 | 6771 | 6833 | 6895 | 6957 | 7019 | 7081 | 7143 | 7205 | 7267 |
| 4 | 7329 | 7391 | 7453 | 7515 | 7577 | 7639 | 7701 | 7763 | 7825 |
| 5 | 7887 | 7949 | 8011 | 8073 | 8135 | 8197 | 8259 | 8321 | 8383 |
| 6 | 8445 | 8507 | 8569 | 8631 | 8693 | 8755 | 8817 | 8879 | 8941 |
| 7 | 9003 | 9065 | 9127 | 9189 | 9251 | 9313 | 9375 | 9437 | 9499 |
| 8 | 9561 | 9623 | 9685 | 9747 | 9809 | 9871 | 9933 | 9995 | 10057 |
| 9 | 10119 | 10181 | 10243 | 10305 | 10367 | 10429 | 10491 | 10553 | 10615 |
| 705 | 84 8189 | 8251 | 8313 | 8375 | 8437 | 8499 | 8561 | 8623 | 8685 |
| 1 | 8747 | 8809 | 8871 | 8933 | 8995 | 9057 | 9119 | 9181 | 9243 |
| 2 | 9305 | 9367 | 9429 | 9491 | 9553 | 9615 | 9677 | 9739 | 9801 |
| 3 | 9863 | 9925 | 9987 | 10049 | 10111 | 10173 | 10235 | 10297 | 10359 |
| 4 | 10421 | 10483 | 10545 | 10607 | 10669 | 10731 | 10793 | 10855 | 10917 |
| 5 | 10979 | 11041 | 11103 | 11165 | 11227 | 11289 | 11351 | 11413 | 11475 |
| 6 | 11537 | 11599 | 11661 | 11723 | 11785 | 11847 | 11909 | 11971 | 12033 |
| 7 | 12095 | 12157 | 12219 | 12281 | 12343 | 12405 | 12467 | 12529 | 12591 |
| 8 | 12653 | 12715 | 12777 | 12839 | 12901 | 12963 | 13025 | 13087 | 13149 |
| 9 | 13211 | 13273 | 13335 | 13397 | 13459 | 13521 | 13583 | 13645 | 13707 |
| 710 | 85 1250 | 1320 | 1381 | 1442 | 1503 | 1564 | 1625 | 1686 | 1747 |
| 1 | 1807 | 1868 | 1929 | 1990 | 2051 | 2112 | 2173 | 2234 | 2295 |
| 2 | 2356 | 2417 | 2478 | 2539 | 2600 | 2661 | 2722 | 2783 | 2844 |
| 3 | 2905 | 2966 | 3027 | 3088 | 3149 | 3210 | 3271 | 3332 | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 2 | 4174 | 42229 | 4283 | 4331 | 4379 | 4427 | 4475 | 4523 | 4571 | 4619 | 4667 | 4715 | 4763 | 4811 | 4859 | 4907 | 4955 | 5003 | 5051 | 5099 | 5147 | 5195 | 5243 | 5291 |
| 3 | 4716 | 4770 | 4824 | 4878 | 4932 | 4986 | 5040 | 5094 | 5148 | 5202 | 5256 | 5310 | 5364 | 5418 | 5472 | 5526 | 5580 | 5634 | 5688 | 5742 | 5796 | 5850 | 5904 | 5958 |
| 4 | 5266 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | 5796 | 5850 | 5904 | 5958 | 6012 | 6066 | 6120 | 6174 | 6228 | 6282 | 6336 | 6390 | 6444 | 6498 | 6552 | 6606 | 6660 | 6714 | 6768 | 6822 | 6876 | 6930 | 6984 | 7038 |
| 6 | 6335 | 6389 | 6443 | 6497 | 6551 | 6605 | 6659 | 6713 | 6767 | 6821 | 6875 | 6929 | 6983 | 7037 | 7091 | 7145 | 7199 | 7253 | 7307 | 7361 | 7415 | 7469 | 7523 | 7577 |
| 7 | 6874 | 6927 | 6981 | 7035 | 7089 | 7143 | 7197 | 7251 | 7305 | 7359 | 7413 | 7467 | 7521 | 7575 | 7629 | 7683 | 7737 | 7791 | 7845 | 7899 | 7953 | 8007 | 8061 | 8115 |
| 8 | 7413 | 7467 | 7521 | 7575 | 7629 | 7683 | 7737 | 7791 | 7845 | 7899 | 7953 | 8007 | 8061 | 8115 | 8169 | 8223 | 8277 | 8331 | 8385 | 8439 | 8493 | 8547 | 8601 | 8655 |
| 9 | 7949 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | 8485 | 8539 | 8593 | 8647 | 8701 | 8755 | 8809 | 8863 | 8917 | 8971 | 9025 | 9079 | 9133 | 9187 | 9241 | 9295 | 9349 | 9403 | 9457 | 9511 | 9565 | 9619 | 9673 | 9727 |
| 11 | 9021 | 9075 | 9129 | 9183 | 9237 | 9291 | 9345 | 9399 | 9453 | 9507 | 9561 | 9615 | 9669 | 9723 | 9777 | 9831 | 9885 | 9939 | 9993 | 10047 | 10101 | 10155 | 10209 | 10263 |
| 12 | 9561 | 9615 | 9669 | 9723 | 9777 | 9831 | 9885 | 9939 | 9993 | 10047 | 10101 | 10155 | 10209 | 10263 | 10317 | 10371 | 10425 | 10479 | 10533 | 10587 | 10641 | 10695 | 10749 | 10803 |
| 13 | 10091 | 10145 | 10199 | 10253 | 10307 | 10361 | 10415 | 10469 | 10523 | 10577 | 10631 | 10685 | 10739 | 10793 | 10847 | 10901 | 10955 | 11009 | 11063 | 11117 | 11171 | 11225 | 11279 | 11333 |
| 14 | 10631 | 10685 | 10739 | 10793 | 10847 | 10901 | 10955 | 11009 | 11063 | 11117 | 11171 | 11225 | 11279 | 11333 | 11387 | 11441 | 11495 | 11549 | 11603 | 11657 | 11711 | 11765 | 11819 | 11873 |
| 15 | 11171 | 11225 | 11279 | 11333 | 11387 | 11441 | 11495 | 11549 | 11603 | 11657 | 11711 | 11765 | 11819 | 11873 | 11927 | 11981 | 12035 | 12089 | 12143 | 12197 | 12251 | 12305 | 12359 | 12413 |
| 16 | 11711 | 11765 | 11819 | 11873 | 11927 | 11981 | 12035 | 12089 | 12143 | 12197 | 12251 | 12305 | 12359 | 12413 | 12467 | 12521 | 12575 | 12629 | 12683 | 12737 | 12791 | 12845 | 12899 | 12953 |
| 17 | 12251 | 12305 | 12359 | 12413 | 12467 | 12521 | 12575 | 12629 | 12683 | 12737 | 12791 | 12845 | 12899 | 12953 | 13007 | 13061 | 13115 | 13169 | 13223 | 13277 | 13331 | 13385 | 13439 | 13493 |
| 18 | 12791 | 12845 | 12899 | 12953 | 13007 | 13061 | 13115 | 13169 | 13223 | 13277 | 13331 | 13385 | 13439 | 13493 | 13547 | 13601 | 13655 | 13709 | 13763 | 13817 | 13871 | 13925 | 13979 | 14033 |
| 19 | 13331 | 13385 | 13439 | 13493 | 13547 | 13601 | 13655 | 13709 | 13763 | 13817 | 13871 | 13925 | 13979 | 14033 | 14087 | 14141 | 14195 | 14249 | 14303 | 14357 | 14411 | 14465 | 14519 | 14573 |
| 20 | 13871 | 13925 | 13979 | 14033 | 14087 | 14141 | 14195 | 14249 | 14303 | 14357 | 14411 | 14465 | 14519 | 14573 | 14627 | 14681 | 14735 | 14789 | 14843 | 14897 | 14951 | 15005 | 15059 | 15113 |
| 21 | 14411 | 14465 | 14519 | 14573 | 14627 | 14681 | 14735 | 14789 | 14843 | 14897 | 14951 | 15005 | 15059 | 15113 | 15167 | 15221 | 15275 | 15329 | 15383 | 15437 | 15491 | 15545 | 15599 | 15653 |
| 22 | 14951 | 15005 | 15059 | 15113 | 15167 | 15221 | 15275 | 15329 | 15383 | 15437 | 15491 | 15545 | 15599 | 15653 | 15707 | 15761 | 15815 | 15869 | 15923 | 15977 | 16031 | 16085 | 16139 | 16193 |
| 23 | 15491 | 15545 | 15599 | 15653 | 15707 | 15761 | 15815 | 15869 | 15923 | 15977 | 16031 | 16085 | 16139 | 16193 | 16247 | 16301 | 16355 | 16409 | 16463 | 16517 | 16571 | 16625 | 16679 | 16733 |
| 24 | 16031 | 16085 | 16139 | 16193 | 16247 | 16301 | 16355 | 16409 | 16463 | 16517 | 16571 | 16625 | 16679 | 16733 | 16787 | 16841 | 16895 | 16949 | 17003 | 17057 | 17111 | 17165 | 17219 | 17273 |
| 25 | 16571 | 16625 | 16679 | 16733 | 16787 | 16841 | 16895 | 16949 | 17003 | 17057 | 17111 | 17165 | 17219 | 17273 | 17327 | 17381 | 17435 | 17489 | 17543 | 17597 | 17651 | 17705 | 17759 | 17813 |
| 26 | 17111 | 17165 | 17219 | 17273 | 17327 | 17381 | 17435 | 17489 | 17543 | 17597 | 17651 | 17705 | 17759 | 17813 | 17867 | 17921 | 17975 | 18029 | 18083 | 18137 | 18191 | 18245 | 18299 | 18353 |
| 27 | 17651 | 17705 | 17759 | 17813 | 17867 | 17921 | 17975 | 18029 | 18083 | 18137 | 18191 | 18245 | 18299 | 18353 | 18407 | 18461 | 18515 | 18569 | 18623 | 18677 | 18731 | 18785 | 18839 | 18893 |
| 28 | 18191 | 18245 | 18299 | 18353 | 18407 | 18461 | 18515 | 18569 | 18623 | 18677 | 18731 | 18785 | 18839 | 18893 | 18947 | 19001 | 19055 | 19109 | 19163 | 19217 | 19271 | 19325 | 19379 | 19433 |
| 29 | 18731 | 18785 | 18839 | 18893 | 18947 | 19001 | 19055 | 19109 | 19163 | 19217 | 19271 | 19325 | 19379 | 19433 | 19487 | 19541 | 19595 | 19649 | 19703 | 19757 | 19811 | 19865 | 19919 | 19973 |
| 30 | 19271 | 19325 | 19379 | 19433 | 19487 | 19541 | 19595 | 19649 | 19703 | 19757 | 19811 | 19865 | 19919 | 19973 | 20027 | 20081 | 20135 | 20189 | 20243 | 20297 | 20351 | 20405 | 20459 | 20513 |
| 31 | 19811 | 19865 | 19919 | 19973 | 20027 | 20081 | 20135 | 20189 | 20243 | 20297 | 20351 | 20405 | 20459 | 20513 | 20567 | 20621 | 20675 | 20729 | 20783 | 20837 | 20891 | 20945 | 20999 | 21053 |
| 32 | 20351 | 20405 | 20459 | 20513 | 20567 | 20621 | 20675 | 20729 | 20783 | 20837 | 20891 | 20945 | 20999 | 21053 | 21107 | 21161 | 21215 | 21269 | 21323 | 21377 | 21431 | 21485 | 21539 | 21593 |
| 33 | 20891 | 20945 | 20999 | 21053 | 21107 | 21161 | 21215 | 21269 | 21323 | 21377 | 21431 | 21485 | 21539 | 21593 | 21647 | 21701 | 21755 | 21809 | 21863 | 21917 | 21971 | 22025 | 22079 | 22133 |
| 34 | 21431 | 21485 | 21539 | 21593 | 21647 | 21701 | 21755 | 21809 | 21863 | 21917 | 21971 | 22025 | 22079 | 22133 | 22187 | 22241 | 22295 | 22349 | 22403 | 22457 | 22511 | 22565 | 22619 | 22673 |
| 35 | 21971 | 22025 | 22079 | 22133 | 22187 | 22241 | 22295 | 22349 | 22403 | 22457 | 22511 | 22565 | 22619 | 22673 | 22727 | 22781 | 22835 | 22889 | 22943 | 22997 | 23051 | 23105 | 23159 | 23213 |
| 36 | 22511 | 22565 | 22619 | 22673 | 22727 | 22781 | 22835 | 22889 | 22943 | 22997 | 23051 | 23105 | 23159 | 23213 | 23267 | 23321 | 23375 | 23429 | 23483 | 23537 | 23591 | 23645 | 23699 | 23753 |
| 37 | 23051 | 23105 | 23159 | 23213 | 23267 | 23321 | 23375 | 23429 | 23483 | 23537 | 23591 | 23645 | 23699 | 23753 | 23807 | 23861 | 23915 | 23969 | 24023 | 24077 | 24131 | 24185 | 24239 | 24293 |
| 38 | 23591 | 23645 | 23699 | 23753 | 23807 | 23861 | 23915 | 23969 | 24023 | 24077 | 24131 | 24185 | 24239 | 24293 | 24347 | 24401 | 24455 | 24509 | 24563 | 24617 | 24671 | 24725 | 24779 | 24833 |
| 39 | 24131 | 24185 | 24239 | 24293 | 24347 | 24401 | 24455 | 24509 | 24563 | 24617 | 24671 | 24725 | 24779 | 24833 | 24887 | 24941 | 24995 | 25049 | 25103 | 25157 | 25211 | 25265 | 25319 | 25373 |
| 40 | 24671 | 24725 | 24779 | 24833 | 24887 | 24941 | 24995 | 25049 | 25103 | 25157 | 25211 | 25265 | 25319 | 25373 | 25427 | 25481 | 25535 | 25589 | 25643 | 25697 | 25751 | 25805 | 25859 | 25913 |
| 41 | 25211 | 25265 | 25319 | 25373 | 25427 | 25481 | 25535 | 25589 | 25643 | 25697 | 25751 | 25805 | 25859 | 25913 | 25967 | 26021 | 26075 | 26129 | 26183 | 26237 | 26291 | 26345 | 26399 | 26453 |
| 42 | 25751 | 25805 | 25859 | 25913 | 25967 | 26021 | 26075 | 26129 | 26183 | 26237 | 26291 | 26345 | 26399 | 26453 | 26507 | 26561 | 26615 | 26669 | 26723 | 26777 | 26831 | 26885 | 26939 | 26993 |
| 43 | 26291 | 26345 | 26399 | 26453 | 26507 | 26561 | 26615 | 26669 | 26723 | 26777 | 26831 | 26885 | 26939 | 26993 | 27047 | 27101 | 27155 | 27209 | 27263 | 27317 | 27371 | 27425 | 27479 | 27533 |
| 44 | 26831 | 26885 | 26939 | 26993 | 27047 | 27101 | 27155 | 27209 | 27263 | 27317 | 27371 | 27425 | 27479 | 27533 | 27587 | 27641 | 27695 | 27749 | 27803 | 27857 | 27911 | 27965 | 28019 | 28073 |
| 45 | 27371 | 27425 | 27479 | 27533 | 27587 | 27641 | 27695 | 27749 | 27803 | 27857 | 27911 | 27965 | 28019 | 28073 | 28127 | 28181 | 28235 | 28289 | 28343 | 28397 | 28451 | 28505 | 28559 | 28613 |
| 46 | 27911 | 27965 | 28019 | 28073 | 28127 | 28181 | 28235 | 28289 | 28343 | 28397 | 28451 | 28505 | 28559 | 28613 | 28667 | 28721 | 28775 | 28829 | 28883 | 28937 | 28991 | 29045 | 29099 | 29153 |
| 47 | 28451 | 28505 | 28559 | 28613 | 28667 | 28721 | 28775 | 28829 | 28883 | 28937 | 28991 | 29045 | 29099 | 29153 | 29207 | 29261 | 29315 | 29369 | 29423 | 29477 | 29531 | 29585 | 29639 | 29693 |
| 48 | 28991 | 29045 | 29099 | 29153 | 29207 | 29261 | 29315 | 29369 | 29423 | 29477 | 29531 | 29585 | 29639 | 29693 | 29747 | 29801 | 29855 | 29909 | 29963 | 30017 | 30071 | 30125 | 30179 | 30233 |
| 49 | 29531 | 29585 | 29639 | 29693 | 29747 | 29801 | 29855 | 29909 | 29963 | 30017 | 30071 | 30125 | 30179 | 30233 | 30287 | 30341 | 30395 | 30449 | 30503 | 30557 | 30611 | 30665 | 30719 | 30773 |
| 50 | 30071 | 30125 | 30179 | 30233 | 30287 | 30341 | 30395 | 30449 | 30503 | 30557 | 30611 | 30665 | 30719 | 30773 | 30827 | 30881 | 30935 | 30989 | 31043 | 31097 | 31151 | 31205 | 31259 | 31313 |
| 51 | 30611 | 30665 | 30719 | 30773 | 30827 | 30881 | 30935 | 30989 | 31043 | 31097 | 31151 | 31205 | 31259 | 31313 | 31367 | 31421 | 31475 | 31529 | 31583 | 31637 | 31691 | 31745 | 31799 | 31853 |
| 52 | 31151 | 31205 | 31259 | 31313 | 31367 | 31421 | 31475 | 31529 | 31583 | 31637 | 31691 | 31745 | 31799 | 31853 | 31907 | 31961 | 32015 | 32069 | 32123 | 32177 | 32231 | 32285 | 32339 | 32393 |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

TABLA II. Mantisas con siete decimales

| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Dif. |
|------|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|------|
| 1000 | 000 0000 | 0434 | 0869 | 1303 | 1737 | 2171 | 2605 | 3039 | 3473 | 3907 | 434 |
| 1 | 0434 | 4775 | 5208 | 5642 | 6076 | 6510 | 6944 | 7377 | 7810 | 8244 | 434 |
| 2 | 0869 | 1303 | 1737 | 2171 | 2605 | 3039 | 3473 | 3907 | 4341 | 4775 | 434 |
| 3 | 1303 | 1737 | 2171 | 2605 | 3039 | 3473 | 3907 | 4341 | 4775 | 5208 | 434 |
| 4 | 1737 | 2171 | 2605 | 3039 | 3473 | 3907 | 4341 | 4775 | 5208 | 5642 | 434 |
| 1005 | 002 1651 | 0093 | 2525 | 2957 | 3389 | 3821 | 4253 | 4685 | 5116 | 5548 | 432 |
| 6 | 0093 | 2525 | 2957 | 3389 | 3821 | 4253 | 4685 | 5116 | 5548 | 5980 | 432 |
| 7 | 0093 | 2525 | 2957 | 3389 | 3821 | 4253 | 4685 | 5116 | 5548 | 5980 | 432 |
| 8 | 0093 | 2525 | 2957 | 3389 | 3821 | 4253 | 4685 | 5116 | 5548 | 5980 | 432 |
| 9 | 0093 | 2525 | 2957 | 3389 | 3821 | 4253 | 4685 | 5116 | 5548 | 5980 | 432 |
| 1010 | 004 3214 | 3644 | 4074 | 4504 | 4933 | 5363 | 5793 | 6223 | 6652 | 7082 | 430 |
| 1 | 3644 | 4074 | 4504 | 4933 | 5363 | 5793 | 6223 | 6652 | 7082 | 7512 | 430 |
| 2 | 4074 | 4504 | 4933 | 5363 | 5793 | 6223 | 6652 | 7082 | 7512 | 7942 | 430 |
| 3 | 4504 | 4933 | 5363 | 5793 | 6223 | 6652 | 7082 | 7512 | 7942 | 8372 | 430 |
| 4 | 4933 | 5363 | 5793 | 6223 | 6652 | 7082 | 7512 | 7942 | 8372 | 8802 | 430 |
| 1015 | 005 5088 | 5516 | 5944 | 6372 | 6799 | 7227 | 7655 | 8082 | 8510 | 8938 | 428 |
| 6 | 5516 | 5944 | 6372 | 6799 | 7227 | 7655 | 8082 | 8510 | 8938 | 9366 | 428 |
| 7 | 5516 | 5944 | 6372 | 6799 | 7227 | 7655 | 8082 | 8510 | 8938 | 9366 | 428 |
| 8 | 5516 | 5944 | 6372 | 6799 | 7227 | 7655 | 8082 | 8510 | 8938 | 9366 | 428 |
| 9 | 5516 | 5944 | 6372 | 6799 | 7227 | 7655 | 8082 | 8510 | 8938 | 9366 | 428 |
| 1020 | 007 3210 | 3637 | 4064 | 4490 | 4917 | 5344 | 5771 | 6198 | 6625 | 7052 | 426 |
| 1 | 3637 | 4064 | 4490 | 4917 | 5344 | 5771 | 6198 | 6625 | 7052 | 7479 | 426 |
| 2 | 4064 | 4490 | 4917 | 5344 | 5771 | 6198 | 6625 | 7052 | 7479 | 7906 | 426 |
| 3 | 4490 | 4917 | 5344 | 5771 | 6198 | 6625 | 7052 | 7479 | 7906 | 8333 | 426 |
| 4 | 4917 | 5344 | 5771 | 6198 | 6625 | 7052 | 7479 | 7906 | 8333 | 8760 | 426 |
| 1025 | 008 1742 | 2168 | 2594 | 3020 | 3446 | 3872 | 4298 | 4724 | 5150 | 5576 | 424 |
| 6 | 2168 | 2594 | 3020 | 3446 | 3872 | 4298 | 4724 | 5150 | 5576 | 5999 | 424 |
| 7 | 2168 | 2594 | 3020 | 3446 | 3872 | 4298 | 4724 | 5150 | 5576 | 5999 | 424 |
| 8 | 2168 | 2594 | 3020 | 3446 | 3872 | 4298 | 4724 | 5150 | 5576 | 5999 | 424 |
| 9 | 2168 | 2594 | 3020 | 3446 | 3872 | 4298 | 4724 | 5150 | 5576 | 5999 | 424 |
| 1030 | 009 2572 | 2997 | 3423 | 3848 | 4273 | 4698 | 5123 | 5548 | 5973 | 6398 | 422 |
| 1 | 2997 | 3423 | 3848 | 4273 | 4698 | 5123 | 5548 | 5973 | 6398 | 6823 | 422 |
| 2 | 3423 | 3848 | 4273 | 4698 | 5123 | 5548 | 5973 | 6398 | 6823 | 7248 | 422 |
| 3 | 3848 | 4273 | 4698 | 5123 | 5548 | 5973 | 6398 | 6823 | 7248 | 7673 | 422 |
| 4 | 4273 | 4698 | 5123 | 5548 | 5973 | 6398 | 6823 | 7248 | 7673 | 8098 | 422 |
| 1035 | 010 3872 | 4297 | 4723 | 5148 | 5573 | 5998 | 6423 | 6848 | 7273 | 7698 | 420 |
| 6 | 4297 | 4723 | 5148 | 5573 | 5998 | 6423 | 6848 | 7273 | 7698 | 8123 | 420 |
| 7 | 4297 | 4723 | 5148 | 5573 | 5998 | 6423 | 6848 | 7273 | 7698 | 8123 | 420 |
| 8 | 4297 | 4723 | 5148 | 5573 | 5998 | 6423 | 6848 | 7273 | 7698 | 8123 | 420 |
| 9 | 4297 | 4723 | 5148 | 5573 | 5998 | 6423 | 6848 | 7273 | 7698 | 8123 | 420 |
| 1040 | 011 4724 | 5149 | 5574 | 5999 | 6424 | 6849 | 7274 | 7699 | 8124 | 8549 | 418 |
| 1 | 5149 | 5574 | 5999 | 6424 | 6849 | 7274 | 7699 | 8124 | 8549 | 8974 | 418 |
| 2 | 5574 | 5999 | 6424 | 6849 | 7274 | 7699 | 8124 | 8549 | 8974 | 9400 | 418 |
| 3 | 5999 | 6424 | 6849 | 7274 | 7699 | 8124 | 8549 | 8974 | 9400 | 9825 | 418 |
| 4 | 6424 | 6849 | 7274 | 7699 | 8124 | 8549 | 8974 | 9400 | 9825 | 10250 | 418 |
| 1045 | 012 5624 | 6049 | 6474 | 6899 | 7324 | 7749 | 8174 | 8599 | 9024 | 9449 | 416 |
| 6 | 6049 | 6474 | 6899 | 7324 | 7749 | 8174 | 8599 | 9024 | 9449 | 9874 | 416 |
| 7 | 6049 | 6474 | 6899 | 7324 | 7749 | 8174 | 8599 | 9024 | 9449 | 9874 | 416 |
| 8 | 6049 | 6474 | 6899 | 7324 | 7749 | 8174 | 8599 | 9024 | 9449 | 9874 | 416 |
| 9 | 6049 | 6474 | 6899 | 7324 | 7749 | 8174 | 8599 | 9024 | 9449 | 9874 | 416 |

TABLA II. Mantisas con siete decimales

| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Dif. |
|------|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1050 | 021 1893 | 2307 | 2720 | 3134 | 3547 | 3961 | 4374 | 4787 | 5201 | 5614 | 418 |
| 1 | 2307 | 2720 | 3134 | 3547 | 3961 | 4374 | 4787 | 5201 | 5614 | 6027 | 418 |
| 2 | 2720 | 3134 | 3547 | 3961 | 4374 | 4787 | 5201 | 5614 | 6027 | 6440 | 418 |
| 3 | 3134 | 3547 | 3961 | 4374 | 4787 | 5201 | 5614 | 6027 | 6440 | 6854 | 418 |
| 4 | 3547 | 3961 | 4374 | 4787 | 5201 | 5614 | 6027 | 6440 | 6854 | 7268 | 418 |
| 1055 | 023 2535 | 2935 | 3348 | 3759 | 4171 | 4582 | 4994 | 5405 | 5817 | 6228 | 416 |
| 6 | 2935 | 3348 | 3759 | 4171 | 4582 | 4994 | 5405 | 5817 | 6228 | 6639 | 416 |
| 7 | 2935 | 3348 | 3759 | 4171 | 4582 | 4994 | 5405 | 5817 | 6228 | 6639 | 416 |
| 8 | 2935 | 3348 | 3759 | 4171 | 4582 | 4994 | 5405 | 5817 | 6228 | 6639 | 416 |
| 9 | 2935 | 3348 | 3759 | 4171 | 4582 | 4994 | 5405 | 5817 | 6228 | 6639 | 416 |
| 1060 | 025 3535 | 3948 | 4361 | 4774 | 5187 | 5600 | 6013 | 6426 | 6839 | 7252 | 414 |
| 1 | 3948 | 4361 | 4774 | 5187 | 5600 | 6013 | 6426 | 6839 | 7252 | 7665 | 414 |
| 2 | 4361 | 4774 | 5187 | 5600 | 6013 | 6426 | 6839 | 7252 | 7665 | 8078 | 414 |
| 3 | 4774 | 5187 | 5600 | 6013 | 6426 | 6839 | 7252 | 7665 | 8078 | 8491 | 414 |
| 4 | 5187 | 5600 | 6013 | 6426 | 6839 | 7252 | 7665 | 8078 | 8491 | 8904 | 414 |
| 1065 | 027 3496 | 3904 | 4312 | 4719 | 5127 | 5535 | 5942 | 6350 | 6757 | 7165 | 408 |
| 6 | 3904 | 4312 | 4719 | 5127 | 5535 | 5942 | 6350 | 6757 | 7165 | 7572 | 408 |
| 7 | 3904 | 4312 | 4719 | 5127 | 5535 | 5942 | 6350 | 6757 | 7165 | 7572 | 408 |
| 8 | 3904 | 4312 | 4719 | 5127 | 5535 | 5942 | 6350 | 6757 | 7165 | 7572 | 408 |
| 9 | 3904 | 4312 | 4719 | 5127 | 5535 | 5942 | 6350 | 6757 | 7165 | 7572 | 408 |
| 1070 | 029 3838 | 4244 | 4649 | 5055 | 5461 | 5867 | 6272 | 6678 | 7084 | 7489 | 406 |
| 1 | 4649 | 5055 | 5461 | 5867 | 6272 | 6678 | 7084 | 7489 | 7894 | 8299 | 406 |
| 2 | 5055 | 5461 | 5867 | 6272 | 6678 | 7084 | 7489 | 7894 | 8299 | 8704 | 406 |
| 3 | 5461 | 5867 | 6272 | 6678 | 7084 | 7489 | 7894 | 8299 | 8704 | 9109 | 406 |
| 4 | 5867 | 6272 | 6678 | 7084 | 7489 | 7894 | 8299 | 8704 | 9109 | 9514 | 406 |
| 1075 | 031 4083 | 4489 | 4893 | 5296 | 5700 | 6104 | 6508 | 6912 | 7315 | 7719 | 404 |
| 6 | 4489 | 4893 | 5296 | 5700 | 6104 | 6508 | 6912 | 7315 | 7719 | 8123 | 404 |
| 7 | 4489 | 4893 | 5296 | 5700 | 6104 | 6508 | 6912 | 7315 | 7719 | 8123 | 404 |
| 8 | 4489 | 4893 | 5296 | 5700 | 6104 | 6508 | 6912 | 7315 | 7719 | 8123 | 404 |
| 9 | 4489 | 4893 | 5296 | 5700 | 6104 | 6508 | 6912 | 7315 | 7719 | 8123 | 404 |
| 1080 | 033 4238 | 4640 | 5042 | 5444 | 5846 | 6248 | 6650 | 7052 | 7454 | 7856 | 402 |
| 1 | 4640 | 5042 | 5444 | 5846 | 6248 | 6650 | 7052 | 7454 | 7856 | 8258 | 402 |
| 2 | 5042 | 5444 | 5846 | 6248 | 6650 | 7052 | 7454 | 7856 | 8258 | 8660 | 402 |
| 3 | 5444 | 5846 | 6248 | 6650 | 7052 | 7454 | 7856 | 8258 | 8660 | 9062 | 402 |
| 4 | 5846 | 6248 | 6650 | 7052 | 7454 | 7856 | 8258 | 8660 | 9062 | 9464 | 402 |
| 1085 | 035 4297 | 4698 | 5098 | 5498 | 5898 | 6298 | 6698 | 7098 | 7498 | 7898 | 400 |
| 6 | 4698 | 5098 | 5498 | 5898 | 6298 | 6698 | 7098 | 7498 | 7898 | 8298 | 400 |
| 7 | 4698 | 5098 | 5498 | 5898 | 6298 | 6698 | 7098 | 7498 | 7898 | 8298 | 400 |
| 8 | 4698 | 5098 | 5498 | 5898 | 6298 | 6698 | 7098 | 7498 | 7898 | 8298 | 400 |
| 9 | 4698 | 5098 | 5498 | 5898 | 6298 | 6698 | 7098 | 7498 | 7898 | 8298 | 400 |
| 1090 | 037 4505 | 4905 | 5305 | 5705 | 6105 | 6505 | 6905 | 7305 | 7705 | 8105 | 398 |
| 1 | 4905 | 5305 | 5705 | 6105 | 6505 | 6905 | 7305 | 7705 | 8105 | 8505 | 398 |
| 2 | 5305 | 5705 | 6105 | 6505 | 6905 | 7305 | 7705 | 8105 | 8505 | 8905 | 398 |
| 3 | 5705 | 6105 | 6505 | 6905 | 7305 | 7705 | 8105 | 8505 | 8905 | 9305 | 398 |
| 4 | 6105 | 6505 | 6905 | 7305 | 7705 | 8105 | 8505 | 8905 | 9305 | 9705 | 398 |
| 1095 | 041 4538 | 4938 | 5338 | 5738 | 6138 | 6538 | 6938 | 7338 | 7738 | 8138 | 396 |
| 6 | 4938 | 5338 | 5738 | 6138 | 6538 | 6938 | 7338 | 7738 | 8138 | 8538 | 396 |
| 7 | 4938 | 5338 | 5738 | 6138 | 6538 | 6938 | 7338 | 7738 | 8138 | 8538 | 396 |
| 8 | 4938 | 5338 | 5738 | 6138 | 6538 | 6938 | 7338 | 7738 | 8138 | 8538 | 396 |
| 9 | 4938 | 5338 | 5738 | 6138 | 6538 | 6938 | 7338 | 7738 | 8138 | 8538 | 396 |

PARTES PROPORCIONALES

| Dif. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------|-----|-----|------|------|------|------|------|------|------|
| 46 | 4.6 | 9.2 | 13.8 | 18.4 | 23.0 | 27.6 | 32.2 | 36.8 | 41.4 |
| 45 | 4.5 | 9.0 | 13.5 | 18.0 | 22.5 | 27.0 | 31.5 | 36.0 | 40.5 |
| 44 | 4.4 | 8.8 | 13.2 | 17.6 | 22.0 | 26.4 | 30.8 | 35.2 | 39.6 |
| 43 | 4.3 | 8.6 | 12.9 | 17.2 | 21.6 | 25.8 | 30.1 | 34.4 | 38.7 |

TABLA III.

Número de cada día del año a partir del 1o. de enero

| Día del mes | ene. | feb. | mar. | abr. | may. | jun. | jul. | ago. | sep. | oct. | nov. | dic. | Día del mes |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------------|
| 1 | 1 | 32 | 60 | 91 | 121 | 152 | 182 | 213 | 244 | 274 | 305 | 335 | 1 |
| 2 | 2 | 33 | 61 | 92 | 122 | 153 | 183 | 214 | 245 | 275 | 306 | 336 | 2 |
| 3 | 3 | 34 | 62 | 93 | 123 | 154 | 184 | 215 | 246 | 276 | 307 | 337 | 3 |
| 4 | 4 | 35 | 63 | 94 | 124 | 155 | 185 | 216 | 247 | 277 | 308 | 338 | 4 |
| 5 | 5 | 36 | 64 | 95 | 125 | 156 | 186 | 217 | 248 | 278 | 309 | 339 | 5 |
| 6 | 6 | 37 | 65 | 96 | 126 | 157 | 187 | 218 | 249 | 279 | 310 | 340 | 6 |
| 7 | 7 | 38 | 66 | 97 | 127 | 158 | 188 | 219 | 250 | 280 | 311 | 341 | 7 |
| 8 | 8 | 39 | 67 | 98 | 128 | 159 | 189 | 220 | 251 | 281 | 312 | 342 | 8 |
| 9 | 9 | 40 | 68 | 99 | 129 | 160 | 190 | 221 | 252 | 282 | 313 | 343 | 9 |
| 10 | 10 | 41 | 69 | 100 | 130 | 161 | 191 | 222 | 253 | 283 | 314 | 344 | 10 |
| 11 | 11 | 42 | 70 | 101 | 131 | 162 | 192 | 223 | 254 | 284 | 315 | 345 | 11 |
| 12 | 12 | 43 | 71 | 102 | 132 | 163 | 193 | 224 | 255 | 285 | 316 | 346 | 12 |
| 13 | 13 | 44 | 72 | 103 | 133 | 164 | 194 | 225 | 256 | 286 | 317 | 347 | 13 |
| 14 | 14 | 45 | 73 | 104 | 134 | 165 | 195 | 226 | 257 | 287 | 318 | 348 | 14 |
| 15 | 15 | 46 | 74 | 105 | 135 | 166 | 196 | 227 | 258 | 288 | 319 | 349 | 15 |
| 16 | 16 | 47 | 75 | 106 | 136 | 167 | 197 | 228 | 259 | 289 | 320 | 350 | 16 |
| 17 | 17 | 48 | 76 | 107 | 137 | 168 | 198 | 229 | 260 | 290 | 321 | 351 | 17 |
| 18 | 18 | 49 | 77 | 108 | 138 | 169 | 199 | 230 | 261 | 291 | 322 | 352 | 18 |
| 19 | 19 | 50 | 78 | 109 | 139 | 170 | 200 | 231 | 262 | 292 | 323 | 353 | 19 |
| 20 | 20 | 51 | 79 | 110 | 140 | 171 | 201 | 232 | 263 | 293 | 324 | 354 | 20 |
| 21 | 21 | 52 | 80 | 111 | 141 | 172 | 202 | 233 | 264 | 294 | 325 | 355 | 21 |
| 22 | 22 | 53 | 81 | 112 | 142 | 173 | 203 | 234 | 265 | 295 | 326 | 356 | 22 |
| 23 | 23 | 54 | 82 | 113 | 143 | 174 | 204 | 235 | 266 | 296 | 327 | 357 | 23 |
| 24 | 24 | 55 | 83 | 114 | 144 | 175 | 205 | 236 | 267 | 297 | 328 | 358 | 24 |
| 25 | 25 | 56 | 84 | 115 | 145 | 176 | 206 | 237 | 268 | 298 | 329 | 359 | 25 |
| 26 | 26 | 57 | 85 | 116 | 146 | 177 | 207 | 238 | 269 | 299 | 330 | 360 | 26 |
| 27 | 27 | 58 | 86 | 117 | 147 | 178 | 208 | 239 | 270 | 300 | 331 | 361 | 27 |
| 28 | 28 | 59 | 87 | 118 | 148 | 179 | 209 | 240 | 271 | 301 | 332 | 362 | 28 |
| 29 | 29 | .. | 88 | 119 | 149 | 180 | 210 | 241 | 272 | 302 | 333 | 363 | 29 |
| 30 | 30 | .. | 89 | 120 | 150 | 181 | 211 | 242 | 273 | 303 | 334 | 364 | 30 |
| 31 | 31 | .. | 90 | ... | 151 | ... | 212 | 243 | ... | 304 | ... | 365 | 31 |

Nota: En los años bisiestos, el número de cada día principiando el 1o. de marzo es mayor que el dado aquí

TABLA IV. Monto de 1 a interés compuesto

$$s = (1 + i)^n$$

| n | $\frac{1}{4}\%$ | $\frac{1}{3}\%$ | $\frac{5}{12}\%$ | $\frac{1}{2}\%$ | $\frac{7}{12}\%$ | $\frac{2}{3}\%$ | n |
|----|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|------------------|-----------------|----|
| 1 | 1.0025 0000 | 1.0033 3333 | 1.0041 6667 | 1.0050 0000 | 1.0058 3333 | 1.0066 6667 | 1 |
| 2 | 1.0050 0625 | 1.0066 7778 | 1.0083 5069 | 1.0100 2500 | 1.0117 0069 | 1.0133 7778 | 2 |
| 3 | 1.0075 1877 | 1.0100 3337 | 1.0125 5216 | 1.0150 7513 | 1.0176 0228 | 1.0201 3363 | 3 |
| 4 | 1.0100 3756 | 1.0134 0015 | 1.0167 7112 | 1.0201 5050 | 1.0235 3830 | 1.0269 3452 | 4 |
| 5 | 1.0125 6266 | 1.0167 7815 | 1.0210 0767 | 1.0252 5125 | 1.0295 0894 | 1.0337 8075 | 5 |
| 6 | 1.0150 9406 | 1.0201 6741 | 1.0252 6187 | 1.0303 7751 | 1.0355 1440 | 1.0406 7262 | 6 |
| 7 | 1.0176 3180 | 1.0235 6797 | 1.0295 3379 | 1.0355 2940 | 1.0415 5490 | 1.0476 1044 | 7 |
| 8 | 1.0201 7588 | 1.0269 7986 | 1.0338 2352 | 1.0407 0704 | 1.0476 3064 | 1.0545 2451 | 8 |
| 9 | 1.0227 2632 | 1.0304 0313 | 1.0381 3111 | 1.0459 1058 | 1.0537 4182 | 1.0616 2514 | 9 |
| 10 | 1.0252 8313 | 1.0338 3780 | 1.0424 5666 | 1.0511 4013 | 1.0598 8865 | 1.0687 0264 | 10 |
| 11 | 1.0278 4634 | 1.0372 8393 | 1.0468 0023 | 1.0563 9583 | 1.0660 7133 | 1.0758 2732 | 11 |
| 12 | 1.0304 1596 | 1.0407 4154 | 1.0511 6190 | 1.0616 7781 | 1.0722 9008 | 1.0829 9951 | 12 |
| 13 | 1.0329 9200 | 1.0442 1068 | 1.0555 4174 | 1.0669 8620 | 1.0785 4511 | 1.0902 1950 | 13 |
| 14 | 1.0355 7448 | 1.0476 9138 | 1.0599 3983 | 1.0723 2113 | 1.0848 3662 | 1.0974 8763 | 14 |
| 15 | 1.0381 6341 | 1.0511 8369 | 1.0643 5625 | 1.0776 8274 | 1.0911 6483 | 1.1048 0422 | 15 |
| 16 | 1.0407 5882 | 1.0546 8763 | 1.0687 9106 | 1.0830 7115 | 1.0975 2996 | 1.1121 6958 | 16 |
| 17 | 1.0433 6072 | 1.0582 0326 | 1.0732 4436 | 1.0884 8651 | 1.1039 3222 | 1.1195 8404 | 17 |
| 18 | 1.0459 6912 | 1.0617 3060 | 1.0777 1621 | 1.0939 2894 | 1.1103 7182 | 1.1270 4794 | 18 |
| 19 | 1.0485 8404 | 1.0652 6971 | 1.0822 0670 | 1.0993 9858 | 1.1168 4899 | 1.1345 6159 | 19 |
| 20 | 1.0512 0550 | 1.0688 2060 | 1.0867 1589 | 1.1048 9558 | 1.1233 6395 | 1.1421 2533 | 20 |
| 21 | 1.0538 3352 | 1.0723 8334 | 1.0912 4387 | 1.1104 2006 | 1.1299 1690 | 1.1497 3950 | 21 |
| 22 | 1.0564 6810 | 1.0759 5795 | 1.0957 9072 | 1.1159 7216 | 1.1365 0808 | 1.1574 0443 | 22 |
| 23 | 1.0591 0927 | 1.0795 4448 | 1.1003 5652 | 1.1215 5202 | 1.1431 3771 | 1.1651 2046 | 23 |
| 24 | 1.0617 5704 | 1.0831 4296 | 1.1049 4134 | 1.1271 5978 | 1.1498 0602 | 1.1728 8793 | 24 |
| 25 | 1.0644 1144 | 1.0867 5344 | 1.1095 4526 | 1.1327 9558 | 1.1565 1322 | 1.1807 0718 | 25 |
| 26 | 1.0670 7247 | 1.0903 7595 | 1.1141 6836 | 1.1384 5955 | 1.1632 5955 | 1.1885 7857 | 26 |
| 27 | 1.0697 4015 | 1.0940 1053 | 1.1188 1073 | 1.1441 5185 | 1.1700 4523 | 1.1965 0242 | 27 |
| 28 | 1.0724 1450 | 1.0976 5724 | 1.1234 7244 | 1.1498 7261 | 1.1768 7049 | 1.2044 7911 | 28 |
| 29 | 1.0750 9553 | 1.1013 1609 | 1.1281 5358 | 1.1556 2197 | 1.1837 3557 | 1.2125 0897 | 29 |
| 30 | 1.0777 8327 | 1.1049 8715 | 1.1328 5422 | 1.1614 0008 | 1.1906 4069 | 1.2205 9236 | 30 |
| 31 | 1.0804 7773 | 1.1086 7044 | 1.1375 7444 | 1.1672 0708 | 1.1975 8610 | 1.2287 2964 | 31 |
| 32 | 1.0831 7892 | 1.1123 6601 | 1.1423 1434 | 1.1730 4312 | 1.2045 7202 | 1.2369 2117 | 32 |
| 33 | 1.0858 8687 | 1.1160 7389 | 1.1470 7398 | 1.1789 0833 | 1.2115 9869 | 1.2451 6731 | 33 |
| 34 | 1.0886 0159 | 1.1197 9414 | 1.1518 5346 | 1.1848 0288 | 1.2186 6634 | 1.2534 6843 | 34 |
| 35 | 1.0913 2309 | 1.1235 2679 | 1.1566 5284 | 1.1907 2689 | 1.2257 7523 | 1.2618 2489 | 35 |
| 36 | 1.0940 5140 | 1.1272 7187 | 1.1614 7223 | 1.1966 8052 | 1.2329 2559 | 1.2702 3705 | 36 |
| 37 | 1.0967 8653 | 1.1310 2945 | 1.1663 1170 | 1.2026 6393 | 1.2401 1765 | 1.2787 0530 | 37 |
| 38 | 1.0995 2850 | 1.1347 9955 | 1.1711 7133 | 1.2086 7725 | 1.2473 5167 | 1.2872 3000 | 38 |
| 39 | 1.1022 7732 | 1.1385 8221 | 1.1760 5121 | 1.2147 2063 | 1.2546 2789 | 1.2958 1153 | 39 |
| 40 | 1.1050 3301 | 1.1423 7748 | 1.1809 5142 | 1.2207 9424 | 1.2619 4655 | 1.3044 5028 | 40 |
| 41 | 1.1077 9559 | 1.1461 8541 | 1.1858 7206 | 1.2268 9821 | 1.2693 0791 | 1.3131 4661 | 41 |
| 42 | 1.1105 6508 | 1.1500 0603 | 1.1908 1319 | 1.2330 3270 | 1.2767 1220 | 1.3219 0092 | 42 |
| 43 | 1.1133 4149 | 1.1538 3938 | 1.1957 7491 | 1.2391 9786 | 1.2841 5969 | 1.3307 1360 | 43 |
| 44 | 1.1161 2485 | 1.1576 8551 | 1.2007 5731 | 1.2453 9385 | 1.2916 5062 | 1.3395 8502 | 44 |
| 45 | 1.1189 1516 | 1.1615 4446 | 1.2057 6046 | 1.2516 2082 | 1.2991 8525 | 1.3485 1559 | 45 |
| 46 | 1.1217 1245 | 1.1654 1628 | 1.2107 8446 | 1.2578 7892 | 1.3067 6383 | 1.3575 0569 | 46 |
| 47 | 1.1245 1673 | 1.1693 0100 | 1.2158 2940 | 1.2641 6832 | 1.3143 8662 | 1.3665 5573 | 47 |
| 48 | 1.1273 2802 | 1.1731 9867 | 1.2208 9536 | 1.2704 8916 | 1.3220 5388 | 1.3756 6610 | 48 |
| 49 | 1.1301 4634 | 1.1771 0933 | 1.2259 8242 | 1.2768 4161 | 1.3297 6586 | 1.3848 3721 | 49 |
| 50 | 1.1329 7171 | 1.1810 3303 | 1.2310 9068 | 1.2832 2581 | 1.3375 2283 | 1.3940 6945 | 50 |

TABLA IV. Monto de 1 a interés compuesto

$$s = (1 + i)^n$$

| n | $\frac{1}{4}\%$ | $\frac{1}{2}\%$ | $\frac{3}{4}\%$ | 1% | $1\frac{1}{2}\%$ | 2% | n |
|-----|-----------------|-----------------|-----------------|-------------|------------------|-------------|-----|
| 51 | 1,1358 0414 | 1,1849 6981 | 1,2362 2022 | 1,2896 4194 | 1,3453 2504 | 1,4033 6325 | 51 |
| 52 | 1,1386 4365 | 1,1889 1971 | 1,2413 7114 | 1,2960 9015 | 1,3531 7277 | 1,4127 1901 | 52 |
| 53 | 1,1414 9026 | 1,1928 8277 | 1,2465 4352 | 1,3025 7060 | 1,3610 6628 | 1,4221 3713 | 53 |
| 54 | 1,1443 4398 | 1,1968 5905 | 1,2517 3745 | 1,3090 8346 | 1,3690 0583 | 1,4316 1805 | 54 |
| 55 | 1,1472 0484 | 1,2008 4858 | 1,2569 5302 | 1,3156 2887 | 1,3769 9170 | 1,4411 6217 | 55 |
| 56 | 1,1500 7285 | 1,2048 5141 | 1,2621 9033 | 1,3222 0702 | 1,3850 2415 | 1,4507 6992 | 56 |
| 57 | 1,1529 4804 | 1,2088 6758 | 1,2674 4946 | 1,3288 1805 | 1,3931 0346 | 1,4604 4172 | 57 |
| 58 | 1,1558 3041 | 1,2128 9714 | 1,2727 3050 | 1,3354 6214 | 1,4012 2990 | 1,4701 7799 | 58 |
| 59 | 1,1587 1998 | 1,2169 4013 | 1,2780 3354 | 1,3421 3946 | 1,4094 0374 | 1,4799 7918 | 59 |
| 60 | 1,1616 1678 | 1,2209 9659 | 1,2833 5868 | 1,3488 5015 | 1,4176 2526 | 1,4898 4571 | 60 |
| 61 | 1,1645 2082 | 1,2250 6658 | 1,2887 0601 | 1,3555 9440 | 1,4258 9474 | 1,4997 7801 | 61 |
| 62 | 1,1674 3213 | 1,2291 5014 | 1,2940 7561 | 1,3623 7238 | 1,4342 1246 | 1,5097 7653 | 62 |
| 63 | 1,1703 5071 | 1,2332 4730 | 1,2994 6760 | 1,3691 8424 | 1,4425 7870 | 1,5198 4171 | 63 |
| 64 | 1,1732 7658 | 1,2373 5813 | 1,3048 8204 | 1,3760 3016 | 1,4509 9374 | 1,5299 7399 | 64 |
| 65 | 1,1762 0977 | 1,2414 8266 | 1,3103 1905 | 1,3829 1031 | 1,4594 5787 | 1,5401 7381 | 65 |
| 66 | 1,1791 5030 | 1,2456 2093 | 1,3157 7872 | 1,3898 2486 | 1,4679 7138 | 1,5504 4164 | 66 |
| 67 | 1,1820 9817 | 1,2497 7300 | 1,3212 6113 | 1,3967 7399 | 1,4765 3454 | 1,5607 7792 | 67 |
| 68 | 1,1850 5342 | 1,2539 3891 | 1,3267 6638 | 1,4037 5785 | 1,4851 4766 | 1,5711 8310 | 68 |
| 69 | 1,1880 1605 | 1,2581 1871 | 1,3322 9458 | 1,4107 7664 | 1,4938 1102 | 1,5816 5766 | 69 |
| 70 | 1,1909 8609 | 1,2623 1244 | 1,3378 4580 | 1,4178 3053 | 1,5025 2492 | 1,5922 0204 | 70 |
| 71 | 1,1939 6356 | 1,2665 2015 | 1,3434 2016 | 1,4249 1968 | 1,5112 8965 | 1,6028 1672 | 71 |
| 72 | 1,1969 4847 | 1,2707 4188 | 1,3490 1774 | 1,4320 4428 | 1,5201 0550 | 1,6135 0217 | 72 |
| 73 | 1,1999 4084 | 1,2749 7769 | 1,3546 3865 | 1,4392 0450 | 1,5289 7279 | 1,6242 5885 | 73 |
| 74 | 1,2029 4069 | 1,2792 2761 | 1,3602 8298 | 1,4464 0052 | 1,5378 9179 | 1,6350 8724 | 74 |
| 75 | 1,2059 4804 | 1,2834 9170 | 1,3659 5082 | 1,4536 3252 | 1,5468 6283 | 1,6459 8782 | 75 |
| 76 | 1,2089 6291 | 1,2877 7001 | 1,3716 4229 | 1,4609 0069 | 1,5558 8620 | 1,6569 6107 | 76 |
| 77 | 1,2119 8532 | 1,2920 6258 | 1,3773 5746 | 1,4682 0519 | 1,5649 6220 | 1,6680 0748 | 77 |
| 78 | 1,2150 1528 | 1,2963 6945 | 1,3830 9645 | 1,4755 4622 | 1,5740 9115 | 1,6791 2753 | 78 |
| 79 | 1,2180 5282 | 1,3006 9068 | 1,3888 5935 | 1,4829 2395 | 1,5832 7334 | 1,6903 2172 | 79 |
| 80 | 1,2210 9795 | 1,3050 2632 | 1,3946 4627 | 1,4903 3857 | 1,5925 0910 | 1,7015 9053 | 80 |
| 81 | 1,2241 5070 | 1,3093 7641 | 1,4004 5729 | 1,4977 9026 | 1,6017 9874 | 1,7129 3446 | 81 |
| 82 | 1,2272 1108 | 1,3137 4099 | 1,4062 9253 | 1,5052 7921 | 1,6111 4257 | 1,7243 5403 | 82 |
| 83 | 1,2302 7910 | 1,3181 2013 | 1,4121 5209 | 1,5128 0561 | 1,6205 4090 | 1,7358 4972 | 83 |
| 84 | 1,2333 5480 | 1,3225 1386 | 1,4180 3605 | 1,5203 6964 | 1,6299 9405 | 1,7474 2205 | 84 |
| 85 | 1,2364 3819 | 1,3269 2224 | 1,4239 4454 | 1,5279 7148 | 1,6395 0235 | 1,7590 7153 | 85 |
| 86 | 1,2395 2928 | 1,3313 4532 | 1,4298 7764 | 1,5356 1134 | 1,6490 6612 | 1,7707 9868 | 86 |
| 87 | 1,2426 2811 | 1,3357 8314 | 1,4358 3546 | 1,5432 8940 | 1,6586 8567 | 1,7826 0400 | 87 |
| 88 | 1,2457 3468 | 1,3402 3575 | 1,4418 1811 | 1,5510 0585 | 1,6683 6134 | 1,7944 8803 | 88 |
| 89 | 1,2488 4901 | 1,3447 0320 | 1,4478 2568 | 1,5587 6087 | 1,6780 9344 | 1,8064 5128 | 89 |
| 90 | 1,2519 7114 | 1,3491 8554 | 1,4538 5829 | 1,5665 5468 | 1,6878 8232 | 1,8184 9429 | 90 |
| 91 | 1,2551 0106 | 1,3536 8283 | 1,4599 1603 | 1,5743 8745 | 1,6977 2830 | 1,8306 1758 | 91 |
| 92 | 1,2582 3882 | 1,3581 9510 | 1,4659 9902 | 1,5822 5939 | 1,7076 3172 | 1,8428 2170 | 92 |
| 93 | 1,2613 8441 | 1,3627 2242 | 1,4721 0735 | 1,5901 7069 | 1,7175 9290 | 1,8551 0718 | 93 |
| 94 | 1,2645 3787 | 1,3672 6483 | 1,4782 4113 | 1,5981 2154 | 1,7276 1219 | 1,8674 7456 | 94 |
| 95 | 1,2676 9922 | 1,3718 2238 | 1,4844 0047 | 1,6061 1215 | 1,7376 8993 | 1,8799 2439 | 95 |
| 96 | 1,2708 6847 | 1,3763 9512 | 1,4905 8547 | 1,6141 4271 | 1,7478 2646 | 1,8924 5722 | 96 |
| 97 | 1,2740 4564 | 1,3809 8310 | 1,4967 9624 | 1,6222 1342 | 1,7580 2211 | 1,9050 7360 | 97 |
| 98 | 1,2772 3075 | 1,3855 8638 | 1,5030 3289 | 1,6303 2449 | 1,7682 7724 | 1,9177 7409 | 98 |
| 99 | 1,2804 2383 | 1,3902 0500 | 1,5092 9553 | 1,6384 7611 | 1,7785 9219 | 1,9305 5925 | 99 |
| 100 | 1,2836 2489 | 1,3948 3902 | 1,5155 8426 | 1,6466 6849 | 1,7889 6731 | 1,9434 2965 | 100 |

TABLA IV. Monto de 1 a interés compuesto

$$s = (1 + i)^n$$

| n | $\frac{1}{4}\%$ | $\frac{1}{2}\%$ | $\frac{3}{4}\%$ | 1% | $1\frac{1}{2}\%$ | 2% | n |
|-----|-----------------|-----------------|-----------------|-------------|------------------|-------------|-----|
| 101 | 1,2868 3395 | 1,3994 8848 | 1,5218 9919 | 1,6549 0183 | 1,7994 0295 | 1,9563 8585 | 101 |
| 102 | 1,2900 5104 | 1,4041 5344 | 1,5282 4044 | 1,6631 7634 | 1,8098 9947 | 1,9694 2842 | 102 |
| 103 | 1,2932 7616 | 1,4088 3395 | 1,5346 0811 | 1,6714 9223 | 1,8204 5722 | 1,9825 5794 | 103 |
| 104 | 1,2965 0935 | 1,4135 3007 | 1,5410 0231 | 1,6798 4969 | 1,8310 7655 | 1,9957 7499 | 104 |
| 105 | 1,2997 5063 | 1,4182 4183 | 1,5474 2315 | 1,6882 4894 | 1,8417 5783 | 2,0090 8016 | 105 |
| 106 | 1,3030 0000 | 1,4229 6931 | 1,5538 7075 | 1,6966 9018 | 1,8525 0142 | 2,0224 7403 | 106 |
| 107 | 1,3062 5750 | 1,4277 1254 | 1,5603 4521 | 1,7051 7363 | 1,8633 0768 | 2,0359 5719 | 107 |
| 108 | 1,3095 2315 | 1,4324 7158 | 1,5668 4665 | 1,7136 9950 | 1,8741 7697 | 2,0495 3024 | 108 |
| 109 | 1,3127 9696 | 1,4372 4649 | 1,5733 7518 | 1,7222 6800 | 1,8851 0967 | 2,0631 9377 | 109 |
| 110 | 1,3160 7895 | 1,4420 3731 | 1,5799 3091 | 1,7308 7934 | 1,8961 0614 | 2,0769 4840 | 110 |
| 111 | 1,3193 6915 | 1,4468 4410 | 1,5865 1395 | 1,7395 3373 | 1,9071 6676 | 2,0907 9472 | 111 |
| 112 | 1,3226 6757 | 1,4516 6691 | 1,5931 2443 | 1,7482 3140 | 1,9182 9190 | 2,1047 3335 | 112 |
| 113 | 1,3259 7424 | 1,4565 0580 | 1,5997 6245 | 1,7569 7256 | 1,9294 8194 | 2,1187 6491 | 113 |
| 114 | 1,3292 8917 | 1,4613 6082 | 1,6064 2812 | 1,7657 5742 | 1,9407 3725 | 2,1328 9000 | 114 |
| 115 | 1,3326 1240 | 1,4662 3202 | 1,6131 2157 | 1,7745 8621 | 1,9520 5822 | 2,1471 0927 | 115 |
| 116 | 1,3359 4393 | 1,4711 1946 | 1,6198 4291 | 1,7834 5914 | 1,9634 4522 | 2,1614 2333 | 116 |
| 117 | 1,3392 8379 | 1,4760 2320 | 1,6265 9226 | 1,7923 7644 | 1,9748 9865 | 2,1758 3282 | 117 |
| 118 | 1,3426 3200 | 1,4809 4327 | 1,6333 6973 | 1,8013 3832 | 1,9864 1890 | 2,1903 3837 | 118 |
| 119 | 1,3459 8858 | 1,4858 7975 | 1,6401 7543 | 1,8103 4501 | 1,9980 0634 | 2,2049 4063 | 119 |
| 120 | 1,3493 5355 | 1,4908 3268 | 1,6470 0950 | 1,8193 9673 | 2,0096 6138 | 2,2196 4023 | 120 |
| 121 | 1,3527 2693 | 1,4958 0212 | 1,6538 7204 | 1,8284 9372 | 2,0213 8440 | 2,2344 3784 | 121 |
| 122 | 1,3561 0875 | 1,5007 8813 | 1,6607 6317 | 1,8376 3619 | 2,0331 7581 | 2,2493 3409 | 122 |
| 123 | 1,3594 9902 | 1,5057 9076 | 1,6676 8302 | 1,8468 2437 | 2,0450 3600 | 2,2643 2965 | 123 |
| 124 | 1,3628 9777 | 1,5108 1006 | 1,6746 3170 | 1,8560 5849 | 2,0569 6538 | 2,2794 2518 | 124 |
| 125 | 1,3663 0501 | 1,5158 4609 | 1,6816 0933 | 1,8653 3878 | 2,0689 6434 | 2,2946 2135 | 125 |
| 126 | 1,3697 2077 | 1,5208 9892 | 1,6886 1603 | 1,8746 6548 | 2,0810 3330 | 2,3099 1882 | 126 |
| 127 | 1,3731 4508 | 1,5259 6858 | 1,6956 5193 | 1,8840 3880 | 2,0931 7266 | 2,3253 1828 | 127 |
| 128 | 1,3765 7794 | 1,5310 5514 | 1,7027 1715 | 1,8934 5900 | 2,1053 8284 | 2,3408 2040 | 128 |
| 129 | 1,3800 1938 | 1,5361 5866 | 1,7098 1181 | 1,9029 2629 | 2,1176 6424 | 2,3564 2587 | 129 |
| 130 | 1,3834 6943 | 1,5412 7919 | 1,7169 3602 | 1,9124 4092 | 2,1300 1728 | 2,3721 3538 | 130 |
| 131 | 1,3869 2811 | 1,5464 1678 | 1,7240 8992 | 1,9220 0313 | 2,1424 4238 | 2,3879 4962 | 131 |
| 132 | 1,3903 9543 | 1,5515 7151 | 1,7312 7363 | 1,9316 1314 | 2,1549 3996 | 2,4038 6928 | 132 |
| 133 | 1,3938 7142 | 1,5567 4341 | 1,7384 8727 | 1,9412 7121 | 2,1675 1044 | 2,4198 9507 | 133 |
| 134 | 1,3973 5609 | 1,5619 3256 | 1,7457 3097 | 1,9509 7757 | 2,1801 5425 | 2,4360 2771 | 134 |
| 135 | 1,4008 4948 | 1,5671 3900 | 1,7530 0485 | 1,9607 3245 | 2,1928 7182 | 2,4522 6789 | 135 |
| 136 | 1,4043 5161 | 1,5723 6279 | 1,7603 0903 | 1,9705 3612 | 2,2056 6357 | 2,4686 1635 | 136 |
| 137 | 1,4078 6249 | 1,5776 0400 | 1,7676 4365 | 1,9803 8880 | 2,2185 2994 | 2,4850 7379 | 137 |
| 138 | 1,4113 8214 | 1,5828 6268 | 1,7750 0884 | 1,9902 9074 | 2,2314 7137 | 2,5016 4095 | 138 |
| 139 | 1,4149 1060 | 1,5881 3889 | 1,7824 0471 | 2,0002 4219 | 2,2444 8828 | 2,5183 1855 | 139 |
| 140 | 1,4184 4787 | 1,5934 3269 | 1,7898 3139 | 2,0102 4340 | 2,2575 8113 | 2,5351 0734 | 140 |
| 141 | 1,4219 9399 | 1,5987 4413 | 1,7972 8902 | 2,0202 9462 | 2,2707 5036 | 2,5520 0806 | 141 |
| 142 | 1,4255 4898 | 1,6040 7328 | 1,8047 7773 | 2,0303 9609 | 2,2839 9640 | 2,5690 2145 | 142 |
| 143 | 1,4291 1285 | 1,6094 2019 | 1,8122 9763 | 2,0405 4808 | 2,2973 1971 | 2,5861 4826 | 143 |
| 144 | 1,4326 8563 | 1,6147 8492 | 1,8198 4887 | 2,0507 5082 | 2,3107 2074 | 2,6033 8924 | 144 |
| 145 | 1,4362 6735 | 1,6201 6754 | 1,8274 3158 | 2,0610 0457 | 2,3241 9995 | 2,6207 4517 | 145 |
| 146 | 1,4398 5802 | 1,6255 6810 | 1,8350 4588 | 2,0713 0959 | 2,3377 5778 | 2,6382 1681 | 146 |
| 147 | 1,4434 5766 | 1,6309 8666 | 1,8426 9190 | 2,0816 6614 | 2,3513 9470 | 2,6558 0492 | 147 |
| 148 | 1,4470 6631 | 1,6364 2328 | 1,8503 6978 | 2,0920 7447 | 2,3651 1117 | 2,6735 1028 | 148 |
| 149 | 1,4506 8397 | 1,6418 7802 | 1,8580 7966 | 2,1025 3484 | 2,3789 0765 | 2,6913 3369 | 149 |
| 150 | 1,4543 1068 | 1,6473 5095 | 1,8658 2166 | 2,1130 4752 | 2,3927 8461 | 2,7092 7591 | 150 |

TABLA IV. Monto de 1 a interés compuesto

$$s = (1 + i)^n$$

| n | $\frac{1}{4}\%$ | 1% | $1\frac{1}{4}\%$ | $1\frac{1}{2}\%$ | $1\frac{3}{4}\%$ | 2% | n |
|-----|-----------------|-------------|------------------|------------------|------------------|-------------|-----|
| 1 | 1.0075 0000 | 1.0100 0000 | 1.0125 0000 | 1.0150 0000 | 1.0175 0000 | 1.0200 0000 | 1 |
| 2 | 1.0150 5625 | 1.0201 0000 | 1.0251 5625 | 1.0302 2500 | 1.0353 0625 | 1.0404 0000 | 2 |
| 3 | 1.0226 8917 | 1.0303 0100 | 1.0379 7070 | 1.0456 7838 | 1.0534 2411 | 1.0612 0800 | 3 |
| 4 | 1.0303 3919 | 1.0406 0401 | 1.0509 4534 | 1.0613 6355 | 1.0718 5903 | 1.0824 3216 | 4 |
| 5 | 1.0380 6673 | 1.0510 1005 | 1.0640 8215 | 1.0772 8400 | 1.0906 1656 | 1.1040 8080 | 5 |
| 6 | 1.0458 5224 | 1.0615 2015 | 1.0773 8318 | 1.0934 4326 | 1.1097 0235 | 1.1261 6242 | 6 |
| 7 | 1.0536 9613 | 1.0721 3535 | 1.0908 5047 | 1.1098 4491 | 1.1291 2215 | 1.1486 8567 | 7 |
| 8 | 1.0615 9885 | 1.0828 5671 | 1.1044 8610 | 1.1264 9259 | 1.1488 8178 | 1.1716 5938 | 8 |
| 9 | 1.0695 6084 | 1.0936 8527 | 1.1182 9218 | 1.1433 8998 | 1.1689 8721 | 1.1950 9257 | 9 |
| 10 | 1.0775 8255 | 1.1046 2213 | 1.1322 7083 | 1.1605 4083 | 1.1894 4449 | 1.2189 9442 | 10 |
| 11 | 1.0856 6441 | 1.1156 6335 | 1.1464 2422 | 1.1779 4894 | 1.2102 5977 | 1.2433 7431 | 11 |
| 12 | 1.0938 0690 | 1.1268 2503 | 1.1607 5452 | 1.1956 1817 | 1.2314 3931 | 1.2682 4179 | 12 |
| 13 | 1.1020 1045 | 1.1380 9328 | 1.1752 6395 | 1.2135 5244 | 1.2529 8950 | 1.2936 0663 | 13 |
| 14 | 1.1102 7553 | 1.1494 7421 | 1.1899 5475 | 1.2317 5573 | 1.2749 1682 | 1.3194 7876 | 14 |
| 15 | 1.1186 0259 | 1.1609 6896 | 1.2048 2918 | 1.2502 3207 | 1.2972 2786 | 1.3458 6834 | 15 |
| 16 | 1.1269 9211 | 1.1725 7864 | 1.2198 8955 | 1.2689 8555 | 1.3199 2935 | 1.3727 8571 | 16 |
| 17 | 1.1354 4455 | 1.1843 0443 | 1.2351 3817 | 1.2880 2033 | 1.3430 2811 | 1.4002 4142 | 17 |
| 18 | 1.1439 6039 | 1.1961 4748 | 1.2505 7739 | 1.3073 4064 | 1.3665 3111 | 1.4282 4625 | 18 |
| 19 | 1.1525 4009 | 1.2081 0895 | 1.2662 0961 | 1.3269 5075 | 1.3904 4540 | 1.4568 1117 | 19 |
| 20 | 1.1611 8414 | 1.2201 9004 | 1.2820 3723 | 1.3468 5501 | 1.4147 7820 | 1.4859 4740 | 20 |
| 21 | 1.1698 9302 | 1.2323 9194 | 1.2980 6270 | 1.3670 5783 | 1.4395 3681 | 1.5156 6634 | 21 |
| 22 | 1.1786 6722 | 1.2447 1586 | 1.3142 8848 | 1.3875 6370 | 1.4647 2871 | 1.5459 7967 | 22 |
| 23 | 1.1875 0723 | 1.2571 6302 | 1.3307 1709 | 1.4083 7715 | 1.4903 6146 | 1.5768 9926 | 23 |
| 24 | 1.1964 1353 | 1.2697 3465 | 1.3473 5105 | 1.4295 0281 | 1.5164 4279 | 1.6084 3725 | 24 |
| 25 | 1.2053 8663 | 1.2824 3200 | 1.3641 9294 | 1.4509 4535 | 1.5429 8054 | 1.6406 0599 | 25 |
| 26 | 1.2144 2703 | 1.2952 5631 | 1.3812 4535 | 1.4727 0953 | 1.5699 8269 | 1.6734 1811 | 26 |
| 27 | 1.2235 3523 | 1.3082 0888 | 1.3985 1092 | 1.4948 0018 | 1.5974 5739 | 1.7068 8648 | 27 |
| 28 | 1.2327 1175 | 1.3212 9097 | 1.4159 9230 | 1.5172 2218 | 1.6254 1290 | 1.7410 2421 | 28 |
| 29 | 1.2419 5709 | 1.3345 0388 | 1.4336 9221 | 1.5399 8051 | 1.6538 5762 | 1.7758 4469 | 29 |
| 30 | 1.2512 7176 | 1.3478 4892 | 1.4516 1336 | 1.5630 8022 | 1.6828 0013 | 1.8113 6158 | 30 |
| 31 | 1.2606 5630 | 1.3613 2740 | 1.4697 5853 | 1.5865 2642 | 1.7122 4913 | 1.8475 8882 | 31 |
| 32 | 1.2701 1122 | 1.3749 4068 | 1.4881 3051 | 1.6103 2432 | 1.7422 1349 | 1.8845 4059 | 32 |
| 33 | 1.2796 3706 | 1.3886 9009 | 1.5067 3214 | 1.6344 7918 | 1.7727 0223 | 1.9222 3140 | 33 |
| 34 | 1.2892 3434 | 1.4025 7699 | 1.5255 6629 | 1.6589 9637 | 1.8037 2452 | 1.9606 7603 | 34 |
| 35 | 1.2989 0359 | 1.4166 0276 | 1.5446 3587 | 1.6838 8132 | 1.8352 8970 | 1.9998 8955 | 35 |
| 36 | 1.3086 4537 | 1.4307 6878 | 1.5639 4382 | 1.7091 3954 | 1.8674 0727 | 2.0398 8734 | 36 |
| 37 | 1.3184 6021 | 1.4450 7647 | 1.5834 9312 | 1.7347 7663 | 1.9000 8689 | 2.0806 8509 | 37 |
| 38 | 1.3283 4866 | 1.4595 2724 | 1.6032 8678 | 1.7607 9828 | 1.9333 3841 | 2.1222 9879 | 38 |
| 39 | 1.3383 1128 | 1.4741 2251 | 1.6233 2787 | 1.7872 1025 | 1.9671 7184 | 2.1647 4477 | 39 |
| 40 | 1.3483 4861 | 1.4888 6373 | 1.6436 1946 | 1.8140 1841 | 2.0015 9734 | 2.2080 3966 | 40 |
| 41 | 1.3584 6123 | 1.5037 5237 | 1.6641 6471 | 1.8412 2868 | 2.0366 2530 | 2.2522 0046 | 41 |
| 42 | 1.3686 4969 | 1.5187 8989 | 1.6849 6677 | 1.8688 4712 | 2.0722 6624 | 2.2972 4447 | 42 |
| 43 | 1.3789 1456 | 1.5339 7779 | 1.7060 2885 | 1.8968 7982 | 2.1085 3090 | 2.3431 8936 | 43 |
| 44 | 1.3892 5642 | 1.5493 1757 | 1.7273 5421 | 1.9253 3302 | 2.1454 3019 | 2.3900 5314 | 44 |
| 45 | 1.3996 7584 | 1.5648 1075 | 1.7489 4614 | 1.9542 1301 | 2.1829 7522 | 2.4378 5421 | 45 |
| 46 | 1.4101 7341 | 1.5804 5885 | 1.7708 0797 | 1.9835 2621 | 2.2211 7728 | 2.4866 1129 | 46 |
| 47 | 1.4207 4971 | 1.5962 6344 | 1.7929 4306 | 2.0132 7910 | 2.2600 4789 | 2.5363 4351 | 47 |
| 48 | 1.4314 0533 | 1.6122 2608 | 1.8153 5485 | 2.0434 7829 | 2.2995 9872 | 2.5870 7039 | 48 |
| 49 | 1.4421 4087 | 1.6283 4834 | 1.8380 4679 | 2.0741 3046 | 2.3398 4170 | 2.6388 1179 | 49 |
| 50 | 1.4529 5693 | 1.6446 3182 | 1.8610 2237 | 2.1052 4242 | 2.3807 8893 | 2.6915 8803 | 50 |

TABLA IV. Monto de 1 a interés compuesto

$$s = (1 + i)^n$$

| n | $\frac{1}{4}\%$ | 1% | $1\frac{1}{4}\%$ | $1\frac{1}{2}\%$ | $1\frac{3}{4}\%$ | 2% | n |
|-----|-----------------|-------------|------------------|------------------|------------------|-------------|-----|
| 51 | 1.4638 5411 | 1.6610 7814 | 1.8842 8515 | 2.1368 2106 | 2.4224 5274 | 2.7454 1979 | 51 |
| 52 | 1.4748 3301 | 1.6776 8892 | 1.9078 3872 | 2.1688 7337 | 2.4648 4566 | 2.8003 2819 | 52 |
| 53 | 1.4858 9426 | 1.6944 6581 | 1.9316 8670 | 2.2014 0647 | 2.5079 8046 | 2.8563 3475 | 53 |
| 54 | 1.4970 3847 | 1.7114 1047 | 1.9558 3279 | 2.2344 2757 | 2.5518 7012 | 2.9134 6144 | 54 |
| 55 | 1.5082 6626 | 1.7285 2457 | 1.9802 8070 | 2.2679 4398 | 2.5965 2785 | 2.9717 3067 | 55 |
| 56 | 1.5195 7825 | 1.7458 0982 | 2.0050 3420 | 2.3019 6314 | 2.6419 6708 | 3.0311 6529 | 56 |
| 57 | 1.5309 7509 | 1.7632 6792 | 2.0300 9713 | 2.3364 9259 | 2.6882 0151 | 3.0917 8859 | 57 |
| 58 | 1.5424 5740 | 1.7809 0060 | 2.0554 7335 | 2.3715 3998 | 2.7352 4503 | 3.1536 2436 | 58 |
| 59 | 1.5540 2583 | 1.7987 0960 | 2.0811 6676 | 2.4071 1308 | 2.7831 1182 | 3.2166 9685 | 59 |
| 60 | 1.5656 8103 | 1.8166 9670 | 2.1071 8135 | 2.4432 1978 | 2.8318 1628 | 3.2810 3079 | 60 |
| 61 | 1.5774 2363 | 1.8348 6367 | 2.1335 2111 | 2.4798 6807 | 2.8813 7306 | 3.3466 5140 | 61 |
| 62 | 1.5892 5431 | 1.8532 1230 | 2.1601 9013 | 2.5170 6609 | 2.9317 9709 | 3.4135 8443 | 62 |
| 63 | 1.6011 7372 | 1.8717 4443 | 2.1871 9250 | 2.5548 2208 | 2.9831 0354 | 3.4818 5612 | 63 |
| 64 | 1.6131 8252 | 1.8904 6187 | 2.2145 3241 | 2.5931 4442 | 3.0343 0785 | 3.5514 9324 | 64 |
| 65 | 1.6252 8139 | 1.9093 6649 | 2.2422 1407 | 2.6320 4158 | 3.0884 2574 | 3.6225 2311 | 65 |
| 66 | 1.6374 7100 | 1.9284 6015 | 2.2702 4174 | 2.6715 2221 | 3.1424 7319 | 3.6949 7357 | 66 |
| 67 | 1.6497 5203 | 1.9477 4475 | 2.2986 1976 | 2.7115 9504 | 3.1974 6647 | 3.7688 7304 | 67 |
| 68 | 1.6621 2517 | 1.9672 2220 | 2.3273 5251 | 2.7522 6896 | 3.2534 2213 | 3.8442 5050 | 68 |
| 69 | 1.6745 9111 | 1.9868 9442 | 2.3564 4442 | 2.7935 5300 | 3.3103 5702 | 3.9211 3551 | 69 |
| 70 | 1.6871 5055 | 2.0067 6337 | 2.3858 9997 | 2.8354 5629 | 3.3682 8827 | 3.9995 5822 | 70 |
| 71 | 1.6998 0418 | 2.0268 3100 | 2.4157 2372 | 2.8779 8814 | 3.4272 3331 | 4.0795 4939 | 71 |
| 72 | 1.7125 5271 | 2.0470 9931 | 2.4459 2027 | 2.9211 5796 | 3.4872 0990 | 4.1611 4038 | 72 |
| 73 | 1.7253 9685 | 2.0675 7031 | 2.4764 9427 | 2.9649 7533 | 3.5482 3607 | 4.2443 6318 | 73 |
| 74 | 1.7383 3733 | 2.0882 4601 | 2.5074 5045 | 3.0094 4996 | 3.6103 3020 | 4.3292 5045 | 74 |
| 75 | 1.7513 7486 | 2.1091 2847 | 2.5387 9358 | 3.0545 9171 | 3.6735 1098 | 4.4158 3546 | 75 |
| 76 | 1.7645 1017 | 2.1302 1975 | 2.5705 2850 | 3.1004 1059 | 3.7377 9742 | 4.5041 5216 | 76 |
| 77 | 1.7777 4400 | 2.1515 2195 | 2.6026 6011 | 3.1469 1674 | 3.8032 0888 | 4.5942 3521 | 77 |
| 78 | 1.7910 7708 | 2.1730 3717 | 2.6351 9336 | 3.1941 2050 | 3.8697 6503 | 4.6861 1991 | 78 |
| 79 | 1.8045 1015 | 2.1947 6754 | 2.6681 3327 | 3.2420 3230 | 3.9374 8592 | 4.7798 4231 | 79 |
| 80 | 1.8180 4398 | 2.2167 1522 | 2.7014 8494 | 3.2906 6279 | 4.0063 9192 | 4.8754 3916 | 80 |
| 81 | 1.8316 7931 | 2.2388 8237 | 2.7352 5350 | 3.3400 2273 | 4.0765 0378 | 4.9729 4794 | 81 |
| 82 | 1.8454 1691 | 2.2612 7119 | 2.7694 4417 | 3.3901 2307 | 4.1478 4260 | 5.0724 0690 | 82 |
| 83 | 1.8592 5753 | 2.2838 8390 | 2.8040 6222 | 3.4409 7492 | 4.2204 2984 | 5.1738 5504 | 83 |
| 84 | 1.8732 0196 | 2.3067 2274 | 2.8391 1300 | 3.4925 8954 | 4.2942 8737 | 5.2773 3214 | 84 |
| 85 | 1.8872 5098 | 2.3297 8997 | 2.8746 0191 | 3.5449 7838 | 4.3694 3740 | 5.3828 7878 | 85 |
| 86 | 1.9014 0536 | 2.3530 8787 | 2.9105 3444 | 3.5981 5306 | 4.4459 0255 | 5.4905 3636 | 86 |
| 87 | 1.9156 6590 | 2.3766 1875 | 2.9469 1612 | 3.6521 2535 | 4.5237 0584 | 5.6003 4708 | 87 |
| 88 | 1.9300 3339 | 2.4003 8494 | 2.9837 5257 | 3.7069 0723 | 4.6028 7070 | 5.7123 5402 | 88 |
| 89 | 1.9445 0865 | 2.4243 8879 | 3.0210 4948 | 3.7625 1084 | 4.6834 2093 | 5.8266 0110 | 89 |
| 90 | 1.9590 9246 | 2.4486 3267 | 3.0588 1260 | 3.8189 4851 | 4.7653 8080 | 5.9431 3313 | 90 |
| 91 | 1.9737 8565 | 2.4731 1900 | 3.0970 4775 | 3.8762 3273 | 4.8487 7496 | 6.0619 9579 | 91 |
| 92 | 1.9885 8905 | 2.4978 5019 | 3.1357 6085 | 3.9343 7622 | 4.9336 2853 | 6.1832 3570 | 92 |
| 93 | 2.0035 0346 | 2.5228 2869 | 3.1749 5786 | 3.9933 9187 | 5.0199 6703 | 6.3069 0042 | 93 |
| 94 | 2.0185 2974 | 2.5480 5698 | 3.2146 4483 | 4.0532 9275 | 5.1078 1645 | 6.4330 3843 | 94 |
| 95 | 2.0336 6871 | 2.5735 3755 | 3.2548 2789 | 4.1140 9214 | 5.1972 0324 | 6.5616 9920 | 95 |
| 96 | 2.0489 2123 | 2.5992 7293 | 3.2955 1324 | 4.1758 0352 | 5.2881 5429 | 6.6929 3318 | 96 |
| 97 | 2.0642 8814 | 2.6252 6565 | 3.3367 0716 | 4.2384 4057 | 5.3806 9699 | 6.8267 9184 | 97 |
| 98 | 2.0797 7030 | 2.6515 1831 | 3.3784 1600 | 4.3020 1718 | 5.4748 5919 | 6.9633 2768 | 98 |
| 99 | 2.0953 6858 | 2.6780 3349 | 3.4206 4620 | 4.3665 4744 | 5.5706 6923 | 7.1025 9423 | 99 |
| 100 | 2.1110 8384 | 2.7048 1383 | 3.4634 0427 | 4.4320 4565 | 5.6681 5594 | 7.2446 4612 | 100 |

TABLA IV. Monto de l a interés compuesto

$$s = (1+i)^n$$

| n | 2½% | 3% | 3½% | 4% | 4½% | 5% | n |
|----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|----|
| 1 | 1,0250 0000 | 1,0300 0000 | 1,0350 0000 | 1,0400 0000 | 1,0450 0000 | 1,0500 0000 | 1 |
| 2 | 1,0506 2500 | 1,0609 0000 | 1,0712 2500 | 1,0816 0000 | 1,0920 2500 | 1,1025 0000 | 2 |
| 3 | 1,0768 9063 | 1,0927 2700 | 1,1087 1788 | 1,1248 6400 | 1,1411 6613 | 1,1576 2500 | 3 |
| 4 | 1,1038 1289 | 1,1255 0881 | 1,1475 2300 | 1,1698 5856 | 1,1925 1860 | 1,2155 0625 | 4 |
| 5 | 1,1314 0821 | 1,1592 7407 | 1,1876 8631 | 1,2166 5290 | 1,2461 8194 | 1,2762 8156 | 5 |
| 6 | 1,1596 9342 | 1,1940 5230 | 1,2292 5533 | 1,2653 1902 | 1,3022 6012 | 1,3400 9564 | 6 |
| 7 | 1,1886 8575 | 1,2298 7387 | 1,2722 7926 | 1,3159 3178 | 1,3608 6183 | 1,4071 0042 | 7 |
| 8 | 1,2184 0290 | 1,2667 7008 | 1,3168 0904 | 1,3685 6905 | 1,4221 0061 | 1,4774 5544 | 8 |
| 9 | 1,2488 6297 | 1,3047 7318 | 1,3628 9735 | 1,4233 1181 | 1,4860 9514 | 1,5513 2822 | 9 |
| 10 | 1,2800 8454 | 1,3439 1638 | 1,4105 9876 | 1,4802 4428 | 1,5529 6942 | 1,6288 9463 | 10 |
| 11 | 1,3120 8666 | 1,3842 3387 | 1,4599 6972 | 1,5394 5406 | 1,6228 5305 | 1,7103 3936 | 11 |
| 12 | 1,3448 8882 | 1,4257 6089 | 1,5110 6866 | 1,6010 3222 | 1,6958 8143 | 1,7958 5633 | 12 |
| 13 | 1,3785 1104 | 1,4685 3371 | 1,5639 5606 | 1,6650 7351 | 1,7721 9610 | 1,8856 4914 | 13 |
| 14 | 1,4129 7382 | 1,5125 8972 | 1,6186 9452 | 1,7316 7645 | 1,8519 4492 | 1,9799 3160 | 14 |
| 15 | 1,4482 9817 | 1,5579 6742 | 1,6753 4883 | 1,8009 4351 | 1,9352 8244 | 2,0789 2818 | 15 |
| 16 | 1,4845 0562 | 1,6047 0644 | 1,7339 8604 | 1,8729 8125 | 2,0223 7015 | 2,1828 7459 | 16 |
| 17 | 1,5216 1826 | 1,6528 4763 | 1,7946 7555 | 1,9479 0050 | 2,1133 7681 | 2,2920 1832 | 17 |
| 18 | 1,5596 5872 | 1,7024 3306 | 1,8574 8920 | 2,0258 1652 | 2,2084 7877 | 2,4066 1923 | 18 |
| 19 | 1,5986 5019 | 1,7535 0605 | 1,9225 0132 | 2,1068 4918 | 2,3078 6031 | 2,5269 5020 | 19 |
| 20 | 1,6386 1644 | 1,8061 1123 | 1,9897 8886 | 2,1911 2314 | 2,4117 1402 | 2,6532 9771 | 20 |
| 21 | 1,6795 8185 | 1,8602 9457 | 2,0594 3147 | 2,2787 6807 | 2,5202 4116 | 2,7859 6259 | 21 |
| 22 | 1,7215 7140 | 1,9161 0341 | 2,1315 1158 | 2,3699 1879 | 2,6336 5201 | 2,9252 6072 | 22 |
| 23 | 1,7646 1068 | 1,9735 8651 | 2,2061 1448 | 2,4647 1554 | 2,7521 6635 | 3,0715 2376 | 23 |
| 24 | 1,8087 2595 | 2,0327 9411 | 2,2833 2849 | 2,5633 0416 | 2,8760 1383 | 3,2250 9994 | 24 |
| 25 | 1,8539 4410 | 2,0937 7793 | 2,3632 4498 | 2,6658 3633 | 3,0054 3446 | 3,3863 5494 | 25 |
| 26 | 1,9002 9270 | 2,1565 9127 | 2,4459 5856 | 2,7724 6978 | 3,1406 7901 | 3,5556 7269 | 26 |
| 27 | 1,9478 0002 | 2,2212 8901 | 2,5315 6711 | 2,8833 6858 | 3,2820 0956 | 3,7334 5632 | 27 |
| 28 | 1,9964 9502 | 2,2879 2768 | 2,6201 7196 | 2,9987 0332 | 3,4296 9999 | 3,9201 2914 | 28 |
| 29 | 2,0464 0739 | 2,3565 6551 | 2,7118 7798 | 3,1186 5145 | 3,5840 3649 | 4,1161 3560 | 29 |
| 30 | 2,0975 6758 | 2,4272 6247 | 2,8067 9370 | 3,2433 9751 | 3,7453 1813 | 4,3219 4238 | 30 |
| 31 | 2,1500 0677 | 2,5000 8035 | 2,9050 3148 | 3,3731 3341 | 3,9138 5745 | 4,5380 3949 | 31 |
| 32 | 2,2037 5694 | 2,5750 8276 | 3,0067 0759 | 3,5080 5875 | 4,0899 8104 | 4,7649 4147 | 32 |
| 33 | 2,2588 5086 | 2,6523 3524 | 3,1119 4235 | 3,6483 8110 | 4,2740 3018 | 5,0031 8854 | 33 |
| 34 | 2,3153 2213 | 2,7319 0530 | 3,2208 6033 | 3,7943 1634 | 4,4663 6154 | 5,2533 4797 | 34 |
| 35 | 2,3732 0519 | 2,8138 6245 | 3,3335 9045 | 3,9460 8899 | 4,6673 4781 | 5,5160 1537 | 35 |
| 36 | 2,4325 3532 | 2,8982 7833 | 3,4502 6611 | 4,1039 3255 | 4,8773 7846 | 5,7918 1614 | 36 |
| 37 | 2,4933 4870 | 2,9852 2668 | 3,5710 2543 | 4,2680 8986 | 5,0968 6049 | 6,0814 0694 | 37 |
| 38 | 2,5556 8242 | 3,0747 8348 | 3,6960 1132 | 4,4388 1345 | 5,3262 1921 | 6,3854 7729 | 38 |
| 39 | 2,6195 7448 | 3,1670 2698 | 3,8253 7171 | 4,6163 6599 | 5,5658 9908 | 6,7047 5115 | 39 |
| 40 | 2,6850 6384 | 3,2620 3779 | 3,9592 5972 | 4,8010 2063 | 5,8163 6454 | 7,0399 8871 | 40 |
| 41 | 2,7521 9043 | 3,3598 9893 | 4,0978 3381 | 4,9930 6145 | 6,0781 0094 | 7,3919 8815 | 41 |
| 42 | 2,8209 9520 | 3,4606 9589 | 4,2412 5799 | 5,1927 8391 | 6,3516 1548 | 7,7615 8756 | 42 |
| 43 | 2,8915 2008 | 3,5645 1677 | 4,3897 0202 | 5,4004 9527 | 6,6374 3818 | 8,1496 6693 | 43 |
| 44 | 2,9638 0808 | 3,6714 5227 | 4,5433 4160 | 5,6165 1508 | 6,9361 2290 | 8,5571 5028 | 44 |
| 45 | 3,0379 0328 | 3,7815 9584 | 4,7023 5855 | 5,8411 7568 | 7,2482 4843 | 8,9850 0779 | 45 |
| 46 | 3,1138 5086 | 3,8950 4372 | 4,8669 4110 | 6,0748 2271 | 7,5744 1961 | 9,4342 5818 | 46 |
| 47 | 3,1916 9713 | 4,0118 9503 | 5,0372 8404 | 6,3178 1562 | 7,9152 6849 | 9,9059 7109 | 47 |
| 48 | 3,2714 8956 | 4,1322 5188 | 5,2135 8898 | 6,5705 2824 | 8,2714 5557 | 10,4012 6965 | 48 |
| 49 | 3,3532 7680 | 4,2562 1944 | 5,3960 6459 | 6,8333 4937 | 8,6436 7107 | 10,9213 3313 | 49 |
| 50 | 3,4371 0872 | 4,3839 0602 | 5,5849 2686 | 7,1066 8335 | 9,0326 3627 | 11,4673 9979 | 50 |

TABLA IV. Monto de l a interés compuesto

$$s = (1+i)^n$$

| n | 2½% | 3% | 3½% | 4% | 4½% | 5% | n |
|-----|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|---------------|-----|
| 51 | 3,5230 3644 | 4,5154 2320 | 5,7803 9930 | 7,3909 5068 | 9,4391 0490 | 12,0407 6978 | 51 |
| 52 | 3,6111 1235 | 4,6508 8590 | 5,9827 1327 | 7,6865 8871 | 9,8638 6463 | 12,6428 0826 | 52 |
| 53 | 3,7013 9016 | 4,7904 1247 | 6,1921 0824 | 7,9940 5226 | 10,3077 3853 | 13,2749 4868 | 53 |
| 54 | 3,7939 2491 | 4,9341 2485 | 6,4088 3202 | 8,3138 1435 | 10,7715 8677 | 13,9386 9611 | 54 |
| 55 | 3,8887 7303 | 5,0821 4859 | 6,6331 4114 | 8,6463 6692 | 11,2563 0817 | 14,6356 3092 | 55 |
| 56 | 3,9850 9236 | 5,2346 1305 | 6,8653 0108 | 8,9922 2160 | 11,7628 4204 | 15,3674 1246 | 56 |
| 57 | 4,0856 4217 | 5,3916 5144 | 7,1055 8662 | 9,3519 1046 | 12,2921 6993 | 16,1357 8309 | 57 |
| 58 | 4,1877 8322 | 5,5534 0098 | 7,3542 8215 | 9,7259 8688 | 12,8453 1758 | 16,9425 7224 | 58 |
| 59 | 4,2924 7780 | 5,7200 0301 | 7,6116 8203 | 10,1150 2635 | 13,4233 5687 | 17,7897 0085 | 59 |
| 60 | 4,3997 8975 | 5,8916 0310 | 7,8780 9090 | 10,5196 2741 | 14,0274 0793 | 18,6791 8589 | 60 |
| 61 | 4,5097 8449 | 6,0683 5120 | 8,1538 2408 | 10,9404 1250 | 14,6586 4129 | 19,6131 4519 | 61 |
| 62 | 4,6225 2910 | 6,2504 0173 | 8,4392 0793 | 11,3780 2900 | 15,3182 8014 | 20,5938 0245 | 62 |
| 63 | 4,7380 9233 | 6,4379 1379 | 8,7345 8020 | 11,8331 5016 | 16,0076 0275 | 21,6234 9257 | 63 |
| 64 | 4,8565 4464 | 6,6310 5120 | 9,0402 9051 | 12,3064 7617 | 16,7279 4487 | 22,7046 6720 | 64 |
| 65 | 4,9779 5826 | 6,8299 8273 | 9,3567 0068 | 12,7987 3522 | 17,4807 0239 | 23,8399 0056 | 65 |
| 66 | 5,1024 0721 | 7,0348 8222 | 9,6841 8520 | 13,3106 8463 | 18,2673 3400 | 25,0318 9559 | 66 |
| 67 | 5,2299 6739 | 7,2459 2868 | 10,0231 3168 | 13,8431 1201 | 19,0893 6403 | 26,2834 9037 | 67 |
| 68 | 5,3607 1658 | 7,4633 0654 | 10,3739 4129 | 14,3968 3649 | 19,9483 8541 | 27,5976 6488 | 68 |
| 69 | 5,4947 3449 | 7,6872 0574 | 10,7370 2924 | 14,9727 0995 | 20,8460 6276 | 28,9775 4813 | 69 |
| 70 | 5,6321 0286 | 7,9178 2191 | 11,1128 2526 | 15,5716 1835 | 21,7841 3558 | 30,4264 2554 | 70 |
| 71 | 5,7729 0543 | 8,1553 5657 | 11,5017 7414 | 16,1944 8308 | 22,7644 2168 | 31,9477 4681 | 71 |
| 72 | 5,9172 2806 | 8,4000 1727 | 11,9043 3624 | 16,8422 6241 | 23,7888 2066 | 33,5451 3415 | 72 |
| 73 | 6,0651 5876 | 8,6520 1778 | 12,3209 8801 | 17,5159 5290 | 24,8593 1759 | 35,2223 9086 | 73 |
| 74 | 6,2167 8773 | 8,9115 7832 | 12,7522 2259 | 18,2165 9102 | 25,9779 8688 | 36,9835 1040 | 74 |
| 75 | 6,3722 0743 | 9,1789 2567 | 13,1985 5038 | 18,9452 5466 | 27,1469 9629 | 38,8326 8592 | 75 |
| 76 | 6,5315 1261 | 9,4542 9344 | 13,6604 9964 | 19,7030 6485 | 28,3686 1112 | 40,7743 2022 | 76 |
| 77 | 6,6948 0043 | 9,7379 2224 | 14,1386 1713 | 20,4911 8744 | 29,6451 9862 | 42,8130 3623 | 77 |
| 78 | 6,8621 7044 | 10,0300 5991 | 14,6334 6873 | 21,3108 3494 | 30,9792 3256 | 44,9536 8804 | 78 |
| 79 | 7,0337 2470 | 10,3309 6171 | 15,1456 4013 | 22,1632 6834 | 32,3732 9802 | 47,2013 7244 | 79 |
| 80 | 7,2095 6782 | 10,6408 9056 | 15,6757 3754 | 23,0497 9907 | 33,8300 9643 | 49,5614 4107 | 80 |
| 81 | 7,3898 0701 | 10,9601 1727 | 16,2243 8835 | 23,9717 9103 | 35,3524 5077 | 52,0395 1312 | 81 |
| 82 | 7,5745 5219 | 11,2889 2079 | 16,7922 4195 | 24,9306 6267 | 36,9433 1106 | 54,6414 8878 | 82 |
| 83 | 7,7639 1599 | 11,6275 8842 | 17,3799 7041 | 25,9278 8918 | 38,6057 6006 | 57,3735 6322 | 83 |
| 84 | 7,9580 1389 | 11,9764 1607 | 17,9882 6938 | 26,9650 0475 | 40,3430 1926 | 60,2422 4138 | 84 |
| 85 | 8,1569 6424 | 12,3357 0855 | 18,6178 5881 | 28,0436 0494 | 42,1584 5513 | 63,2543 5344 | 85 |
| 86 | 8,3608 8834 | 12,7057 7981 | 19,2694 8387 | 29,1653 4914 | 44,0555 8561 | 66,4170 7112 | 86 |
| 87 | 8,5699 1055 | 13,0869 5320 | 19,9439 1580 | 30,3319 6310 | 46,0380 8696 | 69,7379 2467 | 87 |
| 88 | 8,7841 5832 | 13,4795 6180 | 20,6419 5285 | 31,5452 4163 | 48,1098 0087 | 73,2248 2091 | 88 |
| 89 | 9,0037 6228 | 13,8839 4865 | 21,3644 2120 | 32,8070 5129 | 50,2747 4191 | 76,8860 6195 | 89 |
| 90 | 9,2288 5633 | 14,3004 6711 | 22,1121 7595 | 34,1193 3334 | 52,5371 0530 | 80,7303 6505 | 90 |
| 91 | 9,4595 7774 | 14,7294 8112 | 22,8861 0210 | 35,4841 0668 | 54,9012 7503 | 84,7668 8330 | 91 |
| 92 | 9,6960 6718 | 15,1713 6556 | 23,6871 1568 | 36,9034 7094 | 57,3718 3241 | 89,0052 2747 | 92 |
| 93 | 9,9384 6886 | 15,6265 0652 | 24,5161 6473 | 38,3796 0978 | 59,9535 6487 | 93,4554 8884 | 93 |
| 94 | 10,1869 3058 | 16,0953 0172 | 25,3742 3049 | 39,9147 9417 | 62,6514 7529 | 98,1282 6328 | 94 |
| 95 | 10,4416 0385 | 16,5781 6077 | 26,2623 2856 | 41,5113 8594 | 65,4707 9168 | 103,0346 7645 | 95 |
| 96 | 10,7026 4395 | 17,0755 0559 | 27,1815 1006 | 43,1718 4138 | 68,4169 7730 | 108,1864 1027 | 96 |
| 97 | 10,9702 1004 | 17,5877 7076 | 28,1328 6291 | 44,8987 1503 | 71,4957 4128 | 113,5957 3078 | 97 |
| 98 | 11,2444 6530 | 18,1154 0388 | 29,1176 1311 | 46,6946 6363 | 74,7130 4964 | 119,2755 1732 | 98 |
| 99 | 11,5255 7693 | 18,6588 6600 | 30,1366 2607 | 48,5624 5018 | 78,0751 3687 | 125,2392 9319 | 99 |
| 100 | 11,8137 1635 | 19,2186 3198 | 31,1914 0798 | 50,5049 4818 | 81,5885 1803 | 131,5012 5785 | 100 |

TABLA IV. Monto de 1 a interés compuesto

$$s = (1 + i)^n$$

| n | $5\frac{1}{2}\%$ | 6% | $6\frac{1}{2}\%$ | 7% | $7\frac{1}{2}\%$ | 8% | n |
|-----|------------------|--------------|------------------|--------------|------------------|--------------|-----|
| 1 | 1,0550 0000 | 1,0600 0000 | 1,0650 0000 | 1,0700 0000 | 1,0750 0000 | 1,0800 0000 | 1 |
| 2 | 1,1130 2500 | 1,1236 0000 | 1,1342 2500 | 1,1449 0000 | 1,1556 2500 | 1,1664 0000 | 2 |
| 3 | 1,1742 4138 | 1,1910 1600 | 1,2079 4963 | 1,2250 4300 | 1,2422 9688 | 1,2597 1200 | 3 |
| 4 | 1,2388 2465 | 1,2624 7696 | 1,2864 6635 | 1,3107 9601 | 1,3354 6914 | 1,3604 8896 | 4 |
| 5 | 1,3069 6001 | 1,3382 2558 | 1,3700 8666 | 1,4025 5173 | 1,4356 2933 | 1,4693 2808 | 5 |
| 6 | 1,3788 4281 | 1,4185 1911 | 1,4591 4230 | 1,5007 3035 | 1,5433 0153 | 1,5868 7432 | 6 |
| 7 | 1,4546 7916 | 1,5036 3026 | 1,5539 8655 | 1,6057 8148 | 1,6590 4914 | 1,7138 2427 | 7 |
| 8 | 1,5346 8651 | 1,5938 4807 | 1,6549 9567 | 1,7181 8618 | 1,7834 7783 | 1,8509 3021 | 8 |
| 9 | 1,6190 9427 | 1,6894 7896 | 1,7625 7039 | 1,8384 5921 | 1,9172 3866 | 1,9990 0463 | 9 |
| 10 | 1,7081 4446 | 1,7908 4770 | 1,8771 3747 | 1,9671 5136 | 2,0610 3156 | 2,1589 2500 | 10 |
| 11 | 1,8020 9240 | 1,8982 9856 | 1,9991 5140 | 2,1048 5195 | 2,2156 0893 | 2,3316 3900 | 11 |
| 12 | 1,9012 0749 | 2,0121 9647 | 2,1290 9624 | 2,2521 9159 | 2,3817 7960 | 2,5181 7012 | 12 |
| 13 | 2,0057 7390 | 2,1329 2826 | 2,2674 8750 | 2,4098 4500 | 2,5604 1307 | 2,7196 2373 | 13 |
| 14 | 2,1160 9146 | 2,2609 0396 | 2,4148 7418 | 2,5785 3415 | 2,7524 4405 | 2,9371 9362 | 14 |
| 15 | 2,2324 7649 | 2,3965 5819 | 2,5718 4101 | 2,7590 3154 | 2,9588 7735 | 3,1721 6911 | 15 |
| 16 | 2,3552 6270 | 2,5403 5168 | 2,7390 1067 | 2,9521 6375 | 3,1807 9315 | 3,4259 4264 | 16 |
| 17 | 2,4848 0215 | 2,6927 7279 | 2,9170 4637 | 3,1588 1521 | 3,4193 5264 | 3,7000 1805 | 17 |
| 18 | 2,6214 6627 | 2,8543 3915 | 3,1066 5438 | 3,3799 3228 | 3,6758 0409 | 3,9960 1950 | 18 |
| 19 | 2,7656 4691 | 3,0255 9950 | 3,3085 8691 | 3,6165 2754 | 3,9514 8940 | 4,3157 0106 | 19 |
| 20 | 2,9177 5749 | 3,2071 3547 | 3,5236 4506 | 3,8696 8446 | 4,2478 5110 | 4,6609 5714 | 20 |
| 21 | 3,0782 3415 | 3,3995 6360 | 3,7526 8199 | 4,1405 6237 | 4,5664 3993 | 5,0338 3372 | 21 |
| 22 | 3,2475 3703 | 3,6035 3742 | 3,9966 0632 | 4,4304 0174 | 4,9089 2293 | 5,4365 4041 | 22 |
| 23 | 3,4261 5157 | 3,8197 4966 | 4,2563 8573 | 4,7405 2986 | 5,2770 9215 | 5,8714 6365 | 23 |
| 24 | 3,6145 8990 | 4,0489 3464 | 4,5330 5081 | 5,0723 6695 | 5,6728 7406 | 6,3411 8074 | 24 |
| 25 | 3,8133 9235 | 4,2918 7072 | 4,8276 9911 | 5,4274 3264 | 6,0983 3961 | 6,8484 7520 | 25 |
| 26 | 4,0231 2893 | 4,5493 8296 | 5,1414 9955 | 5,8073 5292 | 6,5557 1508 | 7,3963 5321 | 26 |
| 27 | 4,2444 0102 | 4,8223 4594 | 5,4756 9702 | 6,2138 6763 | 7,0473 9371 | 7,9880 6147 | 27 |
| 28 | 4,4778 4307 | 5,1116 8670 | 5,8316 1733 | 6,6488 3836 | 7,5759 4824 | 8,6271 0639 | 28 |
| 29 | 4,7241 2444 | 5,4183 8790 | 6,2106 7245 | 7,1142 5705 | 8,1441 4436 | 9,3172 7490 | 29 |
| 30 | 4,9839 5129 | 5,7434 9117 | 6,6143 6616 | 7,6122 5504 | 8,7549 5519 | 10,0626 5689 | 30 |
| 31 | 5,2580 6861 | 6,0881 0064 | 7,0442 9996 | 8,1451 1290 | 9,4115 7683 | 10,8676 6944 | 31 |
| 32 | 5,5472 6238 | 6,4533 8668 | 7,5021 7946 | 8,7152 7080 | 10,1174 4509 | 11,7370 8300 | 32 |
| 33 | 5,8523 6181 | 6,8405 8988 | 7,9898 2113 | 9,3253 3975 | 10,8762 5347 | 12,6760 4964 | 33 |
| 34 | 6,1742 4171 | 7,2510 2528 | 8,5091 5950 | 9,9781 1354 | 11,6919 7248 | 13,6901 3361 | 34 |
| 35 | 6,5138 2501 | 7,6860 8679 | 9,0622 5487 | 10,6765 8148 | 12,5688 7042 | 14,7853 4429 | 35 |
| 36 | 6,8720 8538 | 8,1472 5200 | 9,6513 0143 | 11,4239 4219 | 13,5115 3570 | 15,9681 7184 | 36 |
| 37 | 7,2500 5008 | 8,6360 8712 | 10,2786 3603 | 12,2236 1814 | 14,5249 0088 | 17,2456 2558 | 37 |
| 38 | 7,6488 0283 | 9,1542 5235 | 10,9467 4737 | 13,0792 7141 | 15,6142 6844 | 18,6252 7563 | 38 |
| 39 | 8,0694 8699 | 9,7035 0749 | 11,6582 8595 | 13,9948 2041 | 16,7853 3858 | 20,1152 9768 | 39 |
| 40 | 8,5133 0877 | 10,2857 1794 | 12,4160 7453 | 14,9744 5784 | 18,0442 3897 | 21,7245 2150 | 40 |
| 41 | 8,9815 4076 | 10,9028 6101 | 13,2231 1938 | 16,0226 6989 | 19,3975 5689 | 23,4624 8322 | 41 |
| 42 | 9,4755 2550 | 11,5570 3267 | 14,0826 2214 | 17,1442 5678 | 20,8523 7366 | 25,3394 8187 | 42 |
| 43 | 9,9966 7940 | 12,2504 5463 | 14,9979 9258 | 18,3443 5475 | 22,4163 0168 | 27,3666 4042 | 43 |
| 44 | 10,5464 9677 | 12,9854 8191 | 15,9728 6209 | 19,6284 5959 | 24,0975 2431 | 29,5559 7166 | 44 |
| 45 | 11,1265 5409 | 13,7646 1083 | 17,0110 9813 | 21,0024 5176 | 25,9048 3863 | 31,9204 4939 | 45 |
| 46 | 11,7385 1456 | 14,5904 8748 | 18,1168 1951 | 22,4726 2338 | 27,8477 0153 | 34,4740 8534 | 46 |
| 47 | 12,3841 3287 | 15,4659 1673 | 19,2944 1278 | 24,0457 0702 | 29,9362 7915 | 37,2320 1217 | 47 |
| 48 | 13,0652 6017 | 16,3938 7173 | 20,5485 4961 | 25,7289 0651 | 32,1815 0008 | 40,2105 7314 | 48 |
| 49 | 13,7838 4948 | 17,3775 0403 | 21,8842 0533 | 27,5299 2997 | 34,5951 1259 | 43,4274 1899 | 49 |
| 50 | 14,5419 6120 | 18,4201 5427 | 23,3066 7868 | 29,4570 2506 | 37,1897 4603 | 46,9016 1251 | 50 |

TABLA V. Valor presente de 1 a interés compuesto

$$a = v^n = (1 + i)^{-n}$$

| n | $\frac{1}{4}\%$ | $\frac{1}{2}\%$ | $\frac{3}{4}\%$ | 1% | $1\frac{1}{2}\%$ | 2% | n |
|-----|-----------------|-----------------|-----------------|-------------|------------------|-------------|-----|
| 1 | 0,9975 0623 | 0,9966 7774 | 0,9958 5062 | 0,9950 2488 | 0,9942 0050 | 0,9933 7748 | 1 |
| 2 | 0,9950 1869 | 0,9933 6652 | 0,9917 1846 | 0,9900 7450 | 0,9884 3463 | 0,9867 9882 | 2 |
| 3 | 0,9925 3734 | 0,9900 6630 | 0,9876 0345 | 0,9851 4876 | 0,9827 0220 | 0,9802 6373 | 3 |
| 4 | 0,9900 6219 | 0,9867 7704 | 0,9835 0551 | 0,9802 4752 | 0,9770 0302 | 0,9737 7192 | 4 |
| 5 | 0,9875 9321 | 0,9834 9871 | 0,9794 2457 | 0,9753 7067 | 0,9713 3688 | 0,9673 2310 | 5 |
| 6 | 0,9851 3038 | 0,9802 3127 | 0,9753 6057 | 0,9705 1808 | 0,9657 0361 | 0,9609 1699 | 6 |
| 7 | 0,9826 7370 | 0,9769 7469 | 0,9713 1343 | 0,9656 8963 | 0,9601 0301 | 0,9545 5330 | 7 |
| 8 | 0,9802 2314 | 0,9737 2893 | 0,9672 8308 | 0,9608 8520 | 0,9545 3489 | 0,9482 3175 | 8 |
| 9 | 0,9777 7869 | 0,9704 9395 | 0,9632 6946 | 0,9561 0468 | 0,9489 9907 | 0,9419 5207 | 9 |
| 10 | 0,9753 4034 | 0,9672 6972 | 0,9592 7249 | 0,9513 4794 | 0,9434 9534 | 0,9357 1398 | 10 |
| 11 | 0,9729 0807 | 0,9640 5620 | 0,9552 9211 | 0,9466 1487 | 0,9380 2354 | 0,9295 1720 | 11 |
| 12 | 0,9704 8187 | 0,9608 5335 | 0,9513 2824 | 0,9419 0534 | 0,9325 8347 | 0,9233 6145 | 12 |
| 13 | 0,9680 6171 | 0,9576 6115 | 0,9473 8082 | 0,9372 1924 | 0,9271 7495 | 0,9172 4648 | 13 |
| 14 | 0,9656 4759 | 0,9544 7955 | 0,9434 4978 | 0,9325 5646 | 0,9217 9779 | 0,9111 7200 | 14 |
| 15 | 0,9632 3949 | 0,9513 0852 | 0,9395 3505 | 0,9279 1688 | 0,9164 5182 | 0,9051 3775 | 15 |
| 16 | 0,9608 3740 | 0,9481 4803 | 0,9356 3657 | 0,9233 0037 | 0,9111 3686 | 0,8991 4346 | 16 |
| 17 | 0,9584 4130 | 0,9449 9803 | 0,9317 5426 | 0,9187 0684 | 0,9058 5272 | 0,8931 8886 | 17 |
| 18 | 0,9560 5117 | 0,9418 5851 | 0,9278 8806 | 0,9141 3616 | 0,9005 9922 | 0,8872 7371 | 18 |
| 19 | 0,9536 6700 | 0,9387 2941 | 0,9240 3790 | 0,9095 8822 | 0,8953 7619 | 0,8813 9772 | 19 |
| 20 | 0,9512 8878 | 0,9356 1071 | 0,9202 0372 | 0,9050 6290 | 0,8901 8346 | 0,8755 6065 | 20 |
| 21 | 0,9489 1649 | 0,9325 0236 | 0,9163 8544 | 0,9005 6010 | 0,8850 2084 | 0,8697 6224 | 21 |
| 22 | 0,9465 5011 | 0,9294 0435 | 0,9125 8301 | 0,8960 7971 | 0,8798 8815 | 0,8640 0222 | 22 |
| 23 | 0,9441 8964 | 0,9263 1663 | 0,9087 9636 | 0,8916 2160 | 0,8747 8524 | 0,8582 8035 | 23 |
| 24 | 0,9418 3505 | 0,9232 3916 | 0,9050 2542 | 0,8871 8567 | 0,8697 1192 | 0,8525 9638 | 24 |
| 25 | 0,9394 8634 | 0,9201 7192 | 0,9012 7013 | 0,8827 7181 | 0,8646 6802 | 0,8469 5004 | 25 |
| 26 | 0,9371 4348 | 0,9171 1487 | 0,8975 3042 | 0,8783 7991 | 0,8596 5338 | 0,8413 4110 | 26 |
| 27 | 0,9348 0646 | 0,9140 6798 | 0,8938 0623 | 0,8740 0986 | 0,8546 6782 | 0,8357 6931 | 27 |
| 28 | 0,9324 7527 | 0,9110 3121 | 0,8900 9749 | 0,8696 6155 | 0,8497 1117 | 0,8302 3441 | 28 |
| 29 | 0,9301 4990 | 0,9080 0453 | 0,8864 0414 | 0,8653 3488 | 0,8447 8327 | 0,8247 3617 | 29 |
| 30 | 0,9278 3032 | 0,9049 8790 | 0,8827 2611 | 0,8610 2973 | 0,8398 8394 | 0,8192 7434 | 30 |
| 31 | 0,9255 1653 | 0,9019 8130 | 0,8790 6335 | 0,8567 4600 | 0,8350 1303 | 0,8138 4868 | 31 |
| 32 | 0,9232 0851 | 0,8989 8468 | 0,8754 1578 | 0,8524 8358 | 0,8301 7037 | 0,8084 5896 | 32 |
| 33 | 0,9209 0624 | 0,8959 9802 | 0,8717 8335 | 0,8482 4237 | 0,8253 5580 | 0,8031 0492 | 33 |
| 34 | 0,9186 0972 | 0,8930 2128 | 0,8681 6599 | 0,8440 2226 | 0,8205 6914 | 0,7977 8635 | 34 |
| 35 | 0,9163 1892 | 0,8900 5444 | 0,8645 6365 | 0,8398 2314 | 0,8158 1025 | 0,7925 0299 | 35 |
| 36 | 0,9140 3384 | 0,8870 9745 | 0,8609 7624 | 0,8356 4492 | 0,8110 7896 | 0,7872 5463 | 36 |
| 37 | 0,9117 5445 | 0,8841 5028 | 0,8574 0373 | 0,8314 8748 | 0,8063 7510 | 0,7820 4102 | 37 |
| 38 | 0,9094 8075 | 0,8812 1290 | 0,8538 4604 | 0,8273 5073 | 0,8016 9853 | 0,7768 6194 | 38 |
| 39 | 0,9072 1272 | 0,8782 8528 | 0,8503 0311 | 0,8232 3455 | 0,7970 4907 | 0,7717 1716 | 39 |
| 40 | 0,9049 5034 | 0,8753 6739 | 0,8467 7488 | 0,8191 3886 | 0,7924 2659 | 0,7666 0645 | 40 |
| 41 | 0,9026 9361 | 0,8724 5920 | 0,8432 6129 | 0,8150 6354 | 0,7878 3091 | 0,7615 2959 | 41 |
| 42 | 0,9004 4250 | 0,8695 6066 | 0,8397 6228 | 0,8110 0850 | 0,7832 6188 | 0,7564 8635 | 42 |
| 43 | 0,8981 9701 | 0,8666 7175 | 0,8362 7779 | 0,8069 7363 | 0,7787 1935 | 0,7514 7650 | 43 |
| 44 | 0,8959 5712 | 0,8637 9245 | 0,8328 0776 | 0,8029 5884 | 0,7742 0316 | 0,7464 9984 | 44 |
| 45 | 0,8937 2281 | 0,8609 2270 | 0,8293 5212 | 0,7989 6402 | 0,7697 1317 | 0,7415 5613 | 45 |
| 46 | 0,8914 9407 | 0,8580 6249 | 0,8259 1083 | 0,7949 8907 | 0,7652 4922 | 0,7366 4516 | 46 |
| 47 | 0,8892 7090 | 0,8552 1179 | 0,8224 8381 | 0,7910 3390 | 0,7608 1115 | 0,7317 6672 | 47 |
| 48 | 0,8870 5326 | 0,8523 7055 | 0,8190 7102 | 0,7870 9841 | 0,7563 9883 | 0,7269 2058 | 48 |
| 49 | 0,8848 4116 | 0,8495 3876 | 0,8156 7238 | 0,7831 8250 | 0,7520 1209 | 0,7221 0654 | 49 |
| 50 | 0,8826 3457 | 0,8467 1637 | 0,8122 8785 | 0,7792 8607 | 0,7476 5079 | 0,7173 2437 | 50 |

TABLA V. Valor presente de 1 a interés compuesto

$$a = v^n = (1 + i)^{-n}$$

| n | $\frac{1}{4}\%$ | $\frac{1}{3}\%$ | $\frac{5}{12}\%$ | $\frac{1}{2}\%$ | $\frac{7}{12}\%$ | $\frac{2}{3}\%$ | n |
|-----|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|------------------|-----------------|-----|
| 51 | 0.8804 3349 | 0.8439 0336 | 0.8089 1736 | 0.7754 0902 | 0.7433 1479 | 0.7125 7388 | 51 |
| 52 | 0.8782 3790 | 0.8410 9969 | 0.8055 6086 | 0.7715 5127 | 0.7390 0393 | 0.7078 5485 | 52 |
| 53 | 0.8760 4778 | 0.8383 0534 | 0.8022 1828 | 0.7677 1270 | 0.7347 1808 | 0.7031 6707 | 53 |
| 54 | 0.8738 6312 | 0.8355 2027 | 0.7988 8957 | 0.7638 9324 | 0.7304 5708 | 0.6985 1033 | 54 |
| 55 | 0.8716 8391 | 0.8327 4446 | 0.7955 7468 | 0.7600 9277 | 0.7262 2079 | 0.6938 8444 | 55 |
| 56 | 0.8695 1013 | 0.8299 7787 | 0.7922 7354 | 0.7563 1122 | 0.7220 0907 | 0.6892 8918 | 56 |
| 57 | 0.8673 4178 | 0.8272 2047 | 0.7889 8610 | 0.7525 4847 | 0.7178 2178 | 0.6847 2435 | 57 |
| 58 | 0.8651 7883 | 0.8244 7222 | 0.7857 1230 | 0.7488 0445 | 0.7136 5877 | 0.6801 8975 | 58 |
| 59 | 0.8630 2128 | 0.8217 3311 | 0.7824 5208 | 0.7450 7906 | 0.7095 1990 | 0.6756 8518 | 59 |
| 60 | 0.8608 6911 | 0.8190 0310 | 0.7792 0539 | 0.7413 7220 | 0.7054 0504 | 0.6712 1044 | 60 |
| 61 | 0.8587 2230 | 0.8162 8216 | 0.7759 7217 | 0.7376 8378 | 0.7013 1404 | 0.6667 6534 | 61 |
| 62 | 0.8565 8085 | 0.8135 7026 | 0.7727 5237 | 0.7340 1371 | 0.6972 4677 | 0.6623 4968 | 62 |
| 63 | 0.8544 4474 | 0.8108 6737 | 0.7695 4593 | 0.7303 6190 | 0.6932 0308 | 0.6579 6326 | 63 |
| 64 | 0.8523 1395 | 0.8081 7346 | 0.7663 5279 | 0.7267 2826 | 0.6891 8285 | 0.6536 0588 | 64 |
| 65 | 0.8501 8848 | 0.8054 8850 | 0.7631 7291 | 0.7231 1269 | 0.6851 8593 | 0.6492 7737 | 65 |
| 66 | 0.8480 6831 | 0.8028 1246 | 0.7600 0621 | 0.7195 1512 | 0.6812 1219 | 0.6449 7752 | 66 |
| 67 | 0.8459 5343 | 0.8001 4531 | 0.7568 5266 | 0.7159 3544 | 0.6772 6150 | 0.6407 0614 | 67 |
| 68 | 0.8438 4382 | 0.7974 8702 | 0.7537 1219 | 0.7123 7357 | 0.6733 3372 | 0.6364 6306 | 68 |
| 69 | 0.8417 3947 | 0.7948 3756 | 0.7505 8476 | 0.7088 2943 | 0.6694 2872 | 0.6322 4807 | 69 |
| 70 | 0.8396 4037 | 0.7921 9690 | 0.7474 7030 | 0.7053 0291 | 0.6655 4637 | 0.6280 6100 | 70 |
| 71 | 0.8375 4650 | 0.7895 6502 | 0.7443 6876 | 0.7017 9394 | 0.6616 8653 | 0.6239 0165 | 71 |
| 72 | 0.8354 5786 | 0.7869 4188 | 0.7412 8009 | 0.6983 0243 | 0.6578 4908 | 0.6197 6985 | 72 |
| 73 | 0.8333 7442 | 0.7843 2745 | 0.7382 0424 | 0.6948 2829 | 0.6540 3388 | 0.6156 6542 | 73 |
| 74 | 0.8312 9618 | 0.7817 2171 | 0.7351 4115 | 0.6913 7143 | 0.6502 4081 | 0.6115 8816 | 74 |
| 75 | 0.8292 2312 | 0.7791 2463 | 0.7320 9078 | 0.6879 3177 | 0.6464 6973 | 0.6075 3791 | 75 |
| 76 | 0.8271 5523 | 0.7765 3618 | 0.7290 5306 | 0.6845 0923 | 0.6427 2053 | 0.6035 1448 | 76 |
| 77 | 0.8250 9250 | 0.7739 5632 | 0.7260 2794 | 0.6811 0371 | 0.6389 9307 | 0.5995 1769 | 77 |
| 78 | 0.8230 3491 | 0.7713 8504 | 0.7230 1537 | 0.6777 1513 | 0.6352 8723 | 0.5955 4738 | 78 |
| 79 | 0.8209 8246 | 0.7688 2230 | 0.7200 1531 | 0.6743 4342 | 0.6316 0288 | 0.5916 0336 | 79 |
| 80 | 0.8189 3512 | 0.7662 6807 | 0.7170 2770 | 0.6709 8847 | 0.6279 3990 | 0.5876 8515 | 80 |
| 81 | 0.8168 9289 | 0.7637 2233 | 0.7140 5248 | 0.6676 5022 | 0.6242 9816 | 0.5837 9350 | 81 |
| 82 | 0.8148 5575 | 0.7611 8565 | 0.7110 8960 | 0.6643 2858 | 0.6206 7754 | 0.5799 2732 | 82 |
| 83 | 0.8128 2369 | 0.7586 5619 | 0.7081 3902 | 0.6610 2346 | 0.6170 7792 | 0.5760 8674 | 83 |
| 84 | 0.8107 9670 | 0.7561 3574 | 0.7052 0069 | 0.6577 3479 | 0.6134 9917 | 0.5722 7159 | 84 |
| 85 | 0.8087 7476 | 0.7536 2366 | 0.7022 7454 | 0.6544 6248 | 0.6099 4118 | 0.5684 8171 | 85 |
| 86 | 0.8067 5787 | 0.7511 1993 | 0.6993 6054 | 0.6512 0644 | 0.6064 0382 | 0.5647 1693 | 86 |
| 87 | 0.8047 4600 | 0.7486 2451 | 0.6964 5863 | 0.6479 6661 | 0.6028 8698 | 0.5609 7700 | 87 |
| 88 | 0.8027 3915 | 0.7461 3739 | 0.6935 6876 | 0.6447 4290 | 0.5993 9054 | 0.5572 6201 | 88 |
| 89 | 0.8007 3731 | 0.7436 5853 | 0.6906 9088 | 0.6415 3522 | 0.5959 1437 | 0.5535 7153 | 89 |
| 90 | 0.7987 4046 | 0.7411 8790 | 0.6878 2495 | 0.6383 4350 | 0.5924 5836 | 0.5499 0549 | 90 |
| 91 | 0.7967 4859 | 0.7387 2548 | 0.6849 7090 | 0.6351 6766 | 0.5890 2240 | 0.5462 6374 | 91 |
| 92 | 0.7947 6168 | 0.7362 7125 | 0.6821 2870 | 0.6320 0783 | 0.5856 0636 | 0.5426 4610 | 92 |
| 93 | 0.7927 7973 | 0.7338 2516 | 0.6792 9829 | 0.6288 6331 | 0.5822 1014 | 0.5390 5241 | 93 |
| 94 | 0.7908 0273 | 0.7313 8720 | 0.6764 7962 | 0.6257 3464 | 0.5788 3361 | 0.5354 8253 | 94 |
| 95 | 0.7888 3065 | 0.7289 5735 | 0.6736 7265 | 0.6226 2153 | 0.5754 7666 | 0.5319 3629 | 95 |
| 96 | 0.7868 6349 | 0.7265 3556 | 0.6708 7733 | 0.6195 2391 | 0.5721 3918 | 0.5284 1353 | 96 |
| 97 | 0.7849 0124 | 0.7241 2182 | 0.6680 9361 | 0.6164 4170 | 0.5688 2106 | 0.5249 1410 | 97 |
| 98 | 0.7829 4388 | 0.7217 1610 | 0.6653 2143 | 0.6133 7483 | 0.5655 2218 | 0.5214 3785 | 98 |
| 99 | 0.7809 9140 | 0.7193 1837 | 0.6625 6076 | 0.6103 2321 | 0.5622 4243 | 0.5179 8462 | 99 |
| 100 | 0.7790 4379 | 0.7169 2861 | 0.6598 1155 | 0.6072 8678 | 0.5589 8171 | 0.5145 5426 | 100 |

TABLA V. Valor presente de 1 a interés compuesto

$$a = v^n = (1 + i)^{-n}$$

| n | $\frac{1}{4}\%$ | $\frac{1}{3}\%$ | $\frac{5}{12}\%$ | $\frac{1}{2}\%$ | $\frac{7}{12}\%$ | $\frac{2}{3}\%$ | n |
|-----|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|------------------|-----------------|-----|
| 101 | 0.7771 0104 | 0.7145 4679 | 0.6570 7374 | 0.6042 6545 | 0.5557 3989 | 0.5111 4661 | 101 |
| 102 | 0.7751 6313 | 0.7121 7288 | 0.6543 4730 | 0.6012 5915 | 0.5525 1698 | 0.5077 6154 | 102 |
| 103 | 0.7732 3006 | 0.7098 0686 | 0.6516 3216 | 0.5982 6781 | 0.5493 1255 | 0.5043 9888 | 103 |
| 104 | 0.7713 0180 | 0.7074 4869 | 0.6489 2829 | 0.5952 9136 | 0.5461 2681 | 0.5010 5849 | 104 |
| 105 | 0.7693 7836 | 0.7050 9837 | 0.6462 3565 | 0.5923 2971 | 0.5429 5955 | 0.4977 4022 | 105 |
| 106 | 0.7674 5971 | 0.7027 5585 | 0.6435 5417 | 0.5893 8279 | 0.5398 1065 | 0.4944 4393 | 106 |
| 107 | 0.7655 4584 | 0.7004 2111 | 0.6408 8382 | 0.5864 5054 | 0.5366 8002 | 0.4911 6946 | 107 |
| 108 | 0.7636 3675 | 0.6980 9412 | 0.6382 2455 | 0.5835 3288 | 0.5335 6754 | 0.4879 1669 | 108 |
| 109 | 0.7617 3242 | 0.6957 7488 | 0.6355 7632 | 0.5806 2973 | 0.5304 7312 | 0.4846 8545 | 109 |
| 110 | 0.7598 3284 | 0.6934 6334 | 0.6329 3907 | 0.5777 4102 | 0.5273 9664 | 0.4814 7561 | 110 |
| 111 | 0.7579 3799 | 0.6911 5947 | 0.6303 1277 | 0.5748 6669 | 0.5243 3800 | 0.4782 8703 | 111 |
| 112 | 0.7560 4787 | 0.6888 6326 | 0.6276 9736 | 0.5720 0666 | 0.5212 9710 | 0.4751 1957 | 112 |
| 113 | 0.7541 6247 | 0.6865 7468 | 0.6250 9281 | 0.5691 6085 | 0.5182 7383 | 0.4719 7308 | 113 |
| 114 | 0.7522 8176 | 0.6842 9370 | 0.6224 9906 | 0.5663 2921 | 0.5152 6810 | 0.4688 4743 | 114 |
| 115 | 0.7504 0575 | 0.6820 2030 | 0.6199 1608 | 0.5635 1165 | 0.5122 7980 | 0.4657 4248 | 115 |
| 116 | 0.7485 3441 | 0.6797 5445 | 0.6173 4381 | 0.5607 0811 | 0.5093 0884 | 0.4626 5809 | 116 |
| 117 | 0.7466 6774 | 0.6774 9613 | 0.6147 8222 | 0.5579 1852 | 0.5063 5510 | 0.4595 9413 | 117 |
| 118 | 0.7448 0573 | 0.6752 4531 | 0.6122 3126 | 0.5551 4280 | 0.5034 1849 | 0.4565 5046 | 118 |
| 119 | 0.7429 4836 | 0.6730 0198 | 0.6096 9088 | 0.5523 8090 | 0.5004 9891 | 0.4535 2695 | 119 |
| 120 | 0.7410 9562 | 0.6707 6608 | 0.6071 6104 | 0.5496 3273 | 0.4975 9627 | 0.4505 2346 | 120 |
| 121 | 0.7392 4750 | 0.6685 3763 | 0.6046 4170 | 0.5468 9824 | 0.4947 1046 | 0.4475 3986 | 121 |
| 122 | 0.7374 0399 | 0.6663 1657 | 0.6021 3281 | 0.5441 7736 | 0.4918 4138 | 0.4445 7602 | 122 |
| 123 | 0.7355 6508 | 0.6641 0289 | 0.5996 3434 | 0.5414 7001 | 0.4889 8895 | 0.4416 3181 | 123 |
| 124 | 0.7337 3075 | 0.6618 9657 | 0.5971 4623 | 0.5387 7612 | 0.4861 5305 | 0.4387 0710 | 124 |
| 125 | 0.7319 0100 | 0.6596 9758 | 0.5946 6844 | 0.5360 9565 | 0.4833 3361 | 0.4358 0175 | 125 |
| 126 | 0.7300 7581 | 0.6575 0590 | 0.5922 0094 | 0.5334 2850 | 0.4805 3051 | 0.4329 1565 | 126 |
| 127 | 0.7282 5517 | 0.6553 2149 | 0.5897 4367 | 0.5307 7463 | 0.4777 4367 | 0.4300 4866 | 127 |
| 128 | 0.7264 3907 | 0.6531 4434 | 0.5872 9660 | 0.5281 3396 | 0.4749 7300 | 0.4272 0065 | 128 |
| 129 | 0.7246 2750 | 0.6509 7443 | 0.5848 5969 | 0.5255 0643 | 0.4722 1839 | 0.4243 7151 | 129 |
| 130 | 0.7228 2045 | 0.6488 1172 | 0.5824 3288 | 0.5228 9197 | 0.4694 7976 | 0.4215 6110 | 130 |
| 131 | 0.7210 1791 | 0.6466 5620 | 0.5800 1615 | 0.5202 9052 | 0.4667 5701 | 0.4187 6930 | 131 |
| 132 | 0.7192 1986 | 0.6445 0784 | 0.5776 0944 | 0.5177 0201 | 0.4640 5005 | 0.4159 9600 | 132 |
| 133 | 0.7174 2629 | 0.6423 6662 | 0.5752 1273 | 0.5151 2637 | 0.4613 5879 | 0.4132 4106 | 133 |
| 134 | 0.7156 3720 | 0.6402 3251 | 0.5728 2595 | 0.5125 6356 | 0.4586 8314 | 0.4105 0436 | 134 |
| 135 | 0.7138 5257 | 0.6381 0549 | 0.5704 4908 | 0.5100 1349 | 0.4560 2301 | 0.4077 8579 | 135 |
| 136 | 0.7120 7239 | 0.6359 8554 | 0.5680 8207 | 0.5074 7611 | 0.4533 7830 | 0.4050 8522 | 136 |
| 137 | 0.7102 9664 | 0.6338 7263 | 0.5657 2488 | 0.5049 5135 | 0.4507 4893 | 0.4024 0254 | 137 |
| 138 | 0.7085 2533 | 0.6317 6674 | 0.5633 7748 | 0.5024 3916 | 0.4481 3481 | 0.3997 3762 | 138 |
| 139 | 0.7067 5843 | 0.6296 6785 | 0.5610 3981 | 0.4999 3946 | 0.4455 3585 | 0.3970 9035 | 139 |
| 140 | 0.7049 9595 | 0.6275 7593 | 0.5587 1185 | 0.4974 5220 | 0.4429 5197 | 0.3944 6061 | 140 |
| 141 | 0.7032 3785 | 0.6254 9096 | 0.5563 9354 | 0.4949 7731 | 0.4403 8306 | 0.3918 4829 | 141 |
| 142 | 0.7014 8414 | 0.6234 1292 | 0.5540 8485 | 0.4925 1474 | 0.4378 2906 | 0.3892 5327 | 142 |
| 143 | 0.6997 3480 | 0.6213 4178 | 0.5517 8574 | 0.4900 6442 | 0.4352 8987 | 0.3866 7543 | 143 |
| 144 | 0.6979 8983 | 0.6192 7752 | 0.5494 9618 | 0.4876 2628 | 0.4327 6541 | 0.3841 1467 | 144 |
| 145 | 0.6962 4921 | 0.6172 2012 | 0.5472 1611 | 0.4852 0028 | 0.4302 5558 | 0.3815 7086 | 145 |
| 146 | 0.6945 1292 | 0.6151 6955 | 0.5449 4550 | 0.4827 8635 | 0.4277 6031 | 0.3790 4390 | 146 |
| 147 | 0.6927 8097 | 0.6131 2580 | 0.5426 8432 | 0.4803 8443 | 0.4252 7952 | 0.3765 3368 | 147 |
| 148 | 0.6910 5334 | 0.6110 8884 | 0.5404 3252 | 0.4779 9446 | 0.4228 1311 | 0.3740 4008 | 148 |
| 149 | 0.6893 3001 | 0.6090 5864 | 0.5381 9006 | 0.4756 1637 | 0.4203 6100 | 0.3715 6299 | 149 |
| 150 | 0.6876 1098 | 0.6070 3519 | 0.5359 5690 | 0.4732 5012 | 0.4179 2312 | 0.3691 0231 | 150 |

TABLA V. Valor presente de 1 a interés compuesto

$$a = v^n = (1+i)^{-n}$$

| n | $\frac{3}{4}\%$ | 1% | $1\frac{1}{4}\%$ | $1\frac{1}{2}\%$ | $1\frac{3}{4}\%$ | 2% | n |
|-----|-----------------|-------------|------------------|------------------|------------------|-------------|-----|
| 1 | 0.9925 5583 | 0.9900 9901 | 0.9876 5432 | 0.9852 2167 | 0.9828 0098 | 0.9803 9216 | 1 |
| 2 | 0.9851 6708 | 0.9802 9605 | 0.9754 6106 | 0.9706 6175 | 0.9658 9777 | 0.9611 6878 | 2 |
| 3 | 0.9778 3333 | 0.9705 9015 | 0.9634 1833 | 0.9563 1699 | 0.9492 8528 | 0.9423 2233 | 3 |
| 4 | 0.9705 5417 | 0.9609 8034 | 0.9515 2428 | 0.9421 8423 | 0.9329 5851 | 0.9238 4543 | 4 |
| 5 | 0.9633 2920 | 0.9514 6569 | 0.9397 7706 | 0.9282 6033 | 0.9169 1254 | 0.9057 3081 | 5 |
| 6 | 0.9561 5802 | 0.9420 4524 | 0.9281 7488 | 0.9145 4219 | 0.9011 4254 | 0.8879 7138 | 6 |
| 7 | 0.9490 4022 | 0.9327 1805 | 0.9167 1593 | 0.9010 2679 | 0.8856 4378 | 0.8705 6018 | 7 |
| 8 | 0.9419 7540 | 0.9234 8322 | 0.9053 9845 | 0.8877 1112 | 0.8704 1157 | 0.8534 9037 | 8 |
| 9 | 0.9349 6318 | 0.9143 3982 | 0.8942 2069 | 0.8745 9224 | 0.8554 4135 | 0.8367 5527 | 9 |
| 10 | 0.9280 0315 | 0.9052 8695 | 0.8831 8093 | 0.8616 6723 | 0.8407 2860 | 0.8203 4830 | 10 |
| 11 | 0.9210 9494 | 0.8963 2372 | 0.8722 7746 | 0.8489 3323 | 0.8262 6889 | 0.8042 6304 | 11 |
| 12 | 0.9142 3815 | 0.8874 4923 | 0.8615 0860 | 0.8363 8742 | 0.8120 5788 | 0.7884 9318 | 12 |
| 13 | 0.9074 3241 | 0.8786 6260 | 0.8508 7269 | 0.8240 2702 | 0.7980 9128 | 0.7730 3253 | 13 |
| 14 | 0.9006 7733 | 0.8699 6297 | 0.8403 6809 | 0.8118 4928 | 0.7843 6490 | 0.7578 7502 | 14 |
| 15 | 0.8939 7254 | 0.8613 4947 | 0.8299 9318 | 0.7998 5150 | 0.7708 7459 | 0.7430 1473 | 15 |
| 16 | 0.8873 1766 | 0.8528 2126 | 0.8197 4635 | 0.7880 3104 | 0.7576 1631 | 0.7284 4581 | 16 |
| 17 | 0.8807 1231 | 0.8443 7749 | 0.8096 2602 | 0.7763 8526 | 0.7445 8605 | 0.7141 6256 | 17 |
| 18 | 0.8741 5614 | 0.8360 1731 | 0.7996 3064 | 0.7649 1159 | 0.7317 7990 | 0.7001 5937 | 18 |
| 19 | 0.8676 4878 | 0.8277 3992 | 0.7897 5866 | 0.7536 0747 | 0.7191 9401 | 0.6864 3076 | 19 |
| 20 | 0.8611 8985 | 0.8195 4447 | 0.7800 0855 | 0.7424 7042 | 0.7068 2458 | 0.6729 7133 | 20 |
| 21 | 0.8547 7901 | 0.8114 3017 | 0.7703 7881 | 0.7314 9795 | 0.6946 6789 | 0.6597 7582 | 21 |
| 22 | 0.8484 1589 | 0.8033 9621 | 0.7608 6796 | 0.7206 8763 | 0.6827 2028 | 0.6468 3904 | 22 |
| 23 | 0.8421 0014 | 0.7954 4179 | 0.7514 7453 | 0.7100 3708 | 0.6709 7817 | 0.6341 5592 | 23 |
| 24 | 0.8358 3140 | 0.7875 6613 | 0.7421 9707 | 0.6995 4392 | 0.6594 3800 | 0.6217 2149 | 24 |
| 25 | 0.8296 0933 | 0.7797 6844 | 0.7330 3414 | 0.6892 0583 | 0.6480 9632 | 0.6095 3087 | 25 |
| 26 | 0.8234 3358 | 0.7720 4796 | 0.7239 8434 | 0.6790 2052 | 0.6369 4970 | 0.5975 7928 | 26 |
| 27 | 0.8173 0380 | 0.7644 0392 | 0.7150 4626 | 0.6689 8574 | 0.6259 9479 | 0.5858 6204 | 27 |
| 28 | 0.8112 1966 | 0.7568 3557 | 0.7062 1853 | 0.6590 9925 | 0.6152 2829 | 0.5743 7455 | 28 |
| 29 | 0.8051 8080 | 0.7493 4215 | 0.6974 9978 | 0.6493 5887 | 0.6046 4697 | 0.5631 1231 | 29 |
| 30 | 0.7991 8690 | 0.7419 2292 | 0.6888 8867 | 0.6397 6243 | 0.5942 4764 | 0.5520 7089 | 30 |
| 31 | 0.7932 3762 | 0.7345 7715 | 0.6803 8387 | 0.6303 0781 | 0.5840 2716 | 0.5412 4597 | 31 |
| 32 | 0.7873 3262 | 0.7273 0411 | 0.6719 8407 | 0.6209 9292 | 0.5739 8247 | 0.5306 3330 | 32 |
| 33 | 0.7814 7158 | 0.7201 0307 | 0.6636 8797 | 0.6118 1568 | 0.5641 1053 | 0.5202 2873 | 33 |
| 34 | 0.7756 5418 | 0.7129 7334 | 0.6554 9429 | 0.6027 7407 | 0.5544 0839 | 0.5100 2817 | 34 |
| 35 | 0.7698 8008 | 0.7059 1420 | 0.6474 0177 | 0.5938 6608 | 0.5448 7311 | 0.5000 2761 | 35 |
| 36 | 0.7641 4896 | 0.6989 2495 | 0.6394 0916 | 0.5850 8974 | 0.5355 0183 | 0.4902 2315 | 36 |
| 37 | 0.7584 6051 | 0.6920 0490 | 0.6315 1522 | 0.5764 4309 | 0.5262 9172 | 0.4806 1093 | 37 |
| 38 | 0.7528 1440 | 0.6851 5337 | 0.6237 1873 | 0.5679 2423 | 0.5172 4002 | 0.4711 8719 | 38 |
| 39 | 0.7472 1032 | 0.6783 6967 | 0.6160 1850 | 0.5595 3126 | 0.5083 4400 | 0.4619 4822 | 39 |
| 40 | 0.7416 4796 | 0.6716 5314 | 0.6084 1334 | 0.5512 6232 | 0.4996 0098 | 0.4528 9042 | 40 |
| 41 | 0.7361 2701 | 0.6650 0311 | 0.6009 0206 | 0.5431 1559 | 0.4910 0834 | 0.4440 1021 | 41 |
| 42 | 0.7306 4716 | 0.6584 1892 | 0.5934 8352 | 0.5350 8925 | 0.4825 6348 | 0.4353 0413 | 42 |
| 43 | 0.7252 0809 | 0.6518 9992 | 0.5861 5656 | 0.5271 8153 | 0.4742 6386 | 0.4267 6875 | 43 |
| 44 | 0.7198 0952 | 0.6454 4546 | 0.5789 2006 | 0.5193 9067 | 0.4661 0699 | 0.4184 0074 | 44 |
| 45 | 0.7144 5114 | 0.6390 5492 | 0.5717 7290 | 0.5117 1494 | 0.4580 9040 | 0.4101 9680 | 45 |
| 46 | 0.7091 3264 | 0.6327 2764 | 0.5647 1397 | 0.5041 5265 | 0.4502 1170 | 0.4021 5373 | 46 |
| 47 | 0.7038 5374 | 0.6264 6301 | 0.5577 4219 | 0.4967 0212 | 0.4424 6850 | 0.3942 6836 | 47 |
| 48 | 0.6986 1414 | 0.6202 6041 | 0.5508 5649 | 0.4893 6170 | 0.4348 5848 | 0.3865 3761 | 48 |
| 49 | 0.6934 1353 | 0.6141 1921 | 0.5440 5579 | 0.4821 2975 | 0.4273 7934 | 0.3789 5844 | 49 |
| 50 | 0.6882 5165 | 0.6080 3882 | 0.5373 3905 | 0.4750 0468 | 0.4200 2883 | 0.3715 2788 | 50 |

TABLA V. Valor presente de 1 a interés compuesto

$$a = v^n = (1+i)^{-n}$$

| n | $\frac{3}{4}\%$ | 1% | $1\frac{1}{4}\%$ | $1\frac{1}{2}\%$ | $1\frac{3}{4}\%$ | 2% | n |
|-----|-----------------|-------------|------------------|------------------|------------------|-------------|-----|
| 51 | 0.6831 2819 | 0.6020 1864 | 0.5307 0524 | 0.4679 8491 | 0.4128 0475 | 0.3642 4302 | 51 |
| 52 | 0.6780 4286 | 0.5960 5806 | 0.5241 5332 | 0.4610 6887 | 0.4057 0492 | 0.3571 0100 | 52 |
| 53 | 0.6729 9540 | 0.5901 5649 | 0.5176 8229 | 0.4542 5505 | 0.3987 2710 | 0.3500 9902 | 53 |
| 54 | 0.6679 8551 | 0.5843 1336 | 0.5112 9115 | 0.4475 4192 | 0.3918 6947 | 0.3432 3433 | 54 |
| 55 | 0.6630 1291 | 0.5785 2808 | 0.5049 7892 | 0.4409 2800 | 0.3851 2970 | 0.3365 0425 | 55 |
| 56 | 0.6580 7733 | 0.5728 0008 | 0.4987 4461 | 0.4344 1182 | 0.3785 0585 | 0.3299 0613 | 56 |
| 57 | 0.6531 7849 | 0.5671 2879 | 0.4925 8727 | 0.4279 9194 | 0.3719 9592 | 0.3234 3738 | 57 |
| 58 | 0.6483 1612 | 0.5615 1365 | 0.4865 0594 | 0.4216 6694 | 0.3655 9796 | 0.3170 9547 | 58 |
| 59 | 0.6434 8995 | 0.5559 5411 | 0.4804 9970 | 0.4154 3541 | 0.3593 1003 | 0.3108 7791 | 59 |
| 60 | 0.6386 9970 | 0.5504 4962 | 0.4745 6760 | 0.4092 9597 | 0.3531 3025 | 0.3047 8227 | 60 |
| 61 | 0.6339 4511 | 0.5449 9962 | 0.4687 0874 | 0.4032 4726 | 0.3470 5676 | 0.2988 0614 | 61 |
| 62 | 0.6292 2592 | 0.5396 0358 | 0.4629 2222 | 0.3972 8794 | 0.3410 8772 | 0.2929 4720 | 62 |
| 63 | 0.6245 4185 | 0.5342 6097 | 0.4572 0713 | 0.3914 1669 | 0.3352 2135 | 0.2872 0314 | 63 |
| 64 | 0.6198 9266 | 0.5289 7126 | 0.4515 6259 | 0.3856 3221 | 0.3294 5587 | 0.2815 7170 | 64 |
| 65 | 0.6152 7807 | 0.5237 3392 | 0.4459 8775 | 0.3799 3321 | 0.3237 8956 | 0.2760 5069 | 65 |
| 66 | 0.6106 9784 | 0.5185 4844 | 0.4404 8173 | 0.3743 1843 | 0.3182 2069 | 0.2706 3793 | 66 |
| 67 | 0.6061 5170 | 0.5134 1429 | 0.4350 4368 | 0.3687 8663 | 0.3127 4761 | 0.2653 3130 | 67 |
| 68 | 0.6016 3940 | 0.5083 3099 | 0.4296 7277 | 0.3633 3658 | 0.3073 6866 | 0.2601 2873 | 68 |
| 69 | 0.5971 6070 | 0.5032 9801 | 0.4243 6817 | 0.3579 6708 | 0.3020 8222 | 0.2550 2817 | 69 |
| 70 | 0.5927 1533 | 0.4983 1486 | 0.4191 2905 | 0.3526 7692 | 0.2968 8670 | 0.2500 2761 | 70 |
| 71 | 0.5883 0306 | 0.4933 8105 | 0.4139 5462 | 0.3474 6495 | 0.2917 8054 | 0.2451 2511 | 71 |
| 72 | 0.5839 2363 | 0.4884 9609 | 0.4088 4407 | 0.3423 3000 | 0.2867 6221 | 0.2403 1874 | 72 |
| 73 | 0.5795 7681 | 0.4836 5949 | 0.4037 9661 | 0.3372 7093 | 0.2818 3018 | 0.2356 0661 | 73 |
| 74 | 0.5752 6234 | 0.4788 7078 | 0.3988 1147 | 0.3322 8663 | 0.2769 8298 | 0.2309 8687 | 74 |
| 75 | 0.5709 7999 | 0.4741 2949 | 0.3938 8787 | 0.3273 7599 | 0.2722 1914 | 0.2264 5771 | 75 |
| 76 | 0.5667 2952 | 0.4694 3514 | 0.3890 2506 | 0.3225 3793 | 0.2675 3724 | 0.2220 1737 | 76 |
| 77 | 0.5625 1069 | 0.4647 8726 | 0.3842 2228 | 0.3177 7136 | 0.2629 3586 | 0.2176 6408 | 77 |
| 78 | 0.5583 2326 | 0.4601 8541 | 0.3794 7879 | 0.3130 7523 | 0.2584 1362 | 0.2133 9616 | 78 |
| 79 | 0.5541 6701 | 0.4556 2912 | 0.3747 9387 | 0.3084 4850 | 0.2539 6916 | 0.2092 1192 | 79 |
| 80 | 0.5500 4170 | 0.4511 1794 | 0.3701 6679 | 0.3038 9015 | 0.2496 0114 | 0.2051 0973 | 80 |
| 81 | 0.5459 4710 | 0.4466 5142 | 0.3655 9683 | 0.2993 9916 | 0.2453 0825 | 0.2010 8797 | 81 |
| 82 | 0.5418 8297 | 0.4422 2913 | 0.3610 8329 | 0.2949 7454 | 0.2410 8919 | 0.1971 4507 | 82 |
| 83 | 0.5378 4911 | 0.4378 5063 | 0.3566 2547 | 0.2906 1531 | 0.2369 4269 | 0.1932 7948 | 83 |
| 84 | 0.5338 4527 | 0.4335 1547 | 0.3522 2268 | 0.2863 2050 | 0.2328 6751 | 0.1894 8968 | 84 |
| 85 | 0.5298 7123 | 0.4292 2324 | 0.3478 7426 | 0.2820 8917 | 0.2288 6242 | 0.1857 7420 | 85 |
| 86 | 0.5259 2678 | 0.4249 7350 | 0.3435 7951 | 0.2779 2036 | 0.2249 2621 | 0.1821 3157 | 86 |
| 87 | 0.5220 1169 | 0.4207 6585 | 0.3393 3779 | 0.2738 1316 | 0.2210 5770 | 0.1785 6036 | 87 |
| 88 | 0.5181 2575 | 0.4165 9985 | 0.3351 4843 | 0.2697 6666 | 0.2172 5572 | 0.1750 5918 | 88 |
| 89 | 0.5142 6873 | 0.4124 7510 | 0.3310 1080 | 0.2657 7997 | 0.2135 1914 | 0.1716 2665 | 89 |
| 90 | 0.5104 4043 | 0.4083 9119 | 0.3269 2425 | 0.2618 5218 | 0.2098 4682 | 0.1682 6142 | 90 |
| 91 | 0.5066 4063 | 0.4043 4771 | 0.3228 8814 | 0.2579 8245 | 0.2062 3766 | 0.1649 6217 | 91 |
| 92 | 0.5028 6911 | 0.4003 4427 | 0.3189 0187 | 0.2541 6990 | 0.2026 9057 | 0.1617 2762 | 92 |
| 93 | 0.4991 2567 | 0.3963 8046 | 0.3149 6481 | 0.2504 1369 | 0.1992 0450 | 0.1585 5649 | 93 |
| 94 | 0.4954 1009 | 0.3924 5590 | 0.3110 7636 | 0.2467 1300 | 0.1957 7837 | 0.1554 4754 | 94 |
| 95 | 0.4917 2217 | 0.3885 7020 | 0.3072 3591 | 0.2430 6609 | 0.1924 1118 | 0.1523 9955 | 95 |
| 96 | 0.4880 6171 | 0.3847 2297 | 0.3034 4287 | 0.2394 7487 | 0.1891 0190 | 0.1494 1132 | 96 |
| 97 | 0.4844 2850 | 0.3809 1383 | 0.2996 9666 | 0.2359 3583 | 0.1858 4953 | 0.1464 8169 | 97 |
| 98 | 0.4808 2233 | 0.3771 4241 | 0.2959 9670 | 0.2324 4009 | 0.1826 5310 | 0.1436 9360 | 98 |
| 99 | 0.4772 4301 | 0.3734 0832 | 0.2923 4242 | 0.2290 1389 | 0.1795 1165 | 0.1407 9363 | 99 |
| 100 | 0.4736 9033 | 0.3697 1121 | 0.2887 3326 | 0.2256 2944 | 0.1764 2422 | 0.1380 3297 | 100 |

TABLA V. Valor presente de 1 a interés compuesto

$$a = v^n = (1 + i)^{-n}$$

| n | 2½% | 3% | 3½% | 4% | 4½% | 5% | n |
|----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|----|
| 1 | 0.9756 0976 | 0.9708 7379 | 0.9661 8357 | 0.9615 3846 | 0.9569 3780 | 0.9523 8095 | 1 |
| 2 | 0.9518 1440 | 0.9425 6691 | 0.9335 1070 | 0.9245 5621 | 0.9157 2995 | 0.9070 2948 | 2 |
| 3 | 0.9285 9941 | 0.9151 4196 | 0.9019 4271 | 0.8889 9636 | 0.8762 9660 | 0.8638 3760 | 3 |
| 4 | 0.9059 5064 | 0.8871 8757 | 0.8714 4223 | 0.8548 0419 | 0.8385 6134 | 0.8227 0247 | 4 |
| 5 | 0.8838 5429 | 0.8626 1378 | 0.8419 7317 | 0.8219 2711 | 0.8024 5105 | 0.7835 2617 | 5 |
| 6 | 0.8622 9687 | 0.8374 8426 | 0.8135 0064 | 0.7903 1453 | 0.7678 9574 | 0.7462 1540 | 6 |
| 7 | 0.8412 6524 | 0.8130 9151 | 0.7859 9096 | 0.7599 1781 | 0.7348 2846 | 0.7106 8133 | 7 |
| 8 | 0.8207 4657 | 0.7894 0923 | 0.7594 1156 | 0.7306 9021 | 0.7031 8513 | 0.6768 3936 | 8 |
| 9 | 0.8007 2836 | 0.7664 1673 | 0.7337 3097 | 0.7025 8674 | 0.6729 0443 | 0.6446 0892 | 9 |
| 10 | 0.7811 9840 | 0.7440 9391 | 0.7089 1881 | 0.6755 6417 | 0.6439 2768 | 0.6139 1325 | 10 |
| 11 | 0.7621 4478 | 0.7224 2128 | 0.6849 4571 | 0.6495 8093 | 0.6161 9874 | 0.5846 7929 | 11 |
| 12 | 0.7435 5589 | 0.7013 7988 | 0.6617 8330 | 0.6245 9705 | 0.5896 6386 | 0.5568 3742 | 12 |
| 13 | 0.7254 2038 | 0.6809 5134 | 0.6394 0415 | 0.6005 7409 | 0.5642 7164 | 0.5303 2135 | 13 |
| 14 | 0.7077 2720 | 0.6611 1781 | 0.6177 8179 | 0.5774 7508 | 0.5399 7286 | 0.5050 6795 | 14 |
| 15 | 0.6904 6556 | 0.6418 6195 | 0.5968 9062 | 0.5552 6450 | 0.5167 2044 | 0.4810 1710 | 15 |
| 16 | 0.6736 2493 | 0.6231 6694 | 0.5767 0591 | 0.5339 0818 | 0.4944 6932 | 0.4581 1152 | 16 |
| 17 | 0.6671 9506 | 0.6050 1645 | 0.5572 0378 | 0.5133 7325 | 0.4731 7639 | 0.4362 9669 | 17 |
| 18 | 0.6411 6591 | 0.5873 9461 | 0.5383 6114 | 0.4936 2812 | 0.4528 0037 | 0.4155 2065 | 18 |
| 19 | 0.6255 2772 | 0.5702 8603 | 0.5201 5569 | 0.4746 4242 | 0.4333 0179 | 0.3957 3396 | 19 |
| 20 | 0.6102 7094 | 0.5536 7575 | 0.5025 6588 | 0.4563 8695 | 0.4146 4286 | 0.3768 8948 | 20 |
| 21 | 0.5953 8629 | 0.5375 4928 | 0.4855 7090 | 0.4388 3360 | 0.3967 8743 | 0.3589 4236 | 21 |
| 22 | 0.5808 6467 | 0.5218 9250 | 0.4691 5063 | 0.4219 5539 | 0.3797 0089 | 0.3418 4987 | 22 |
| 23 | 0.5666 9724 | 0.5066 9175 | 0.4532 8563 | 0.4057 2633 | 0.3633 5013 | 0.3255 7131 | 23 |
| 24 | 0.5528 7535 | 0.4919 3374 | 0.4379 5713 | 0.3901 2147 | 0.3477 0347 | 0.3100 6791 | 24 |
| 25 | 0.5393 9059 | 0.4776 0557 | 0.4231 4699 | 0.3751 1680 | 0.3327 3060 | 0.2953 0277 | 25 |
| 26 | 0.5262 3472 | 0.4636 9473 | 0.4088 3767 | 0.3606 8923 | 0.3184 0248 | 0.2812 4073 | 26 |
| 27 | 0.5133 9973 | 0.4501 8906 | 0.3950 1224 | 0.3468 1657 | 0.3046 9137 | 0.2678 4832 | 27 |
| 28 | 0.5008 7778 | 0.4370 7675 | 0.3816 5434 | 0.3334 7747 | 0.2915 7069 | 0.2550 9364 | 28 |
| 29 | 0.4886 6125 | 0.4243 4636 | 0.3687 4815 | 0.3206 5141 | 0.2790 1502 | 0.2429 4632 | 29 |
| 30 | 0.4767 4269 | 0.4119 8676 | 0.3562 7841 | 0.3083 1867 | 0.2670 0002 | 0.2313 7745 | 30 |
| 31 | 0.4651 1481 | 0.3999 8715 | 0.3442 3035 | 0.2964 6026 | 0.2555 0241 | 0.2203 5947 | 31 |
| 32 | 0.4537 7055 | 0.3883 3703 | 0.3325 8971 | 0.2850 5794 | 0.2444 9991 | 0.2093 6617 | 32 |
| 33 | 0.4427 0298 | 0.3770 2625 | 0.3213 4271 | 0.2740 9417 | 0.2339 7121 | 0.1998 7254 | 33 |
| 34 | 0.4319 0534 | 0.3660 4490 | 0.3104 7605 | 0.2635 5209 | 0.2238 9589 | 0.1903 5480 | 34 |
| 35 | 0.4213 7107 | 0.3553 8340 | 0.2999 7686 | 0.2534 1547 | 0.2142 5444 | 0.1812 9029 | 35 |
| 36 | 0.4110 9372 | 0.3450 3243 | 0.2898 3272 | 0.2436 6872 | 0.2050 2817 | 0.1726 5741 | 36 |
| 37 | 0.4010 6705 | 0.3349 8294 | 0.2800 3161 | 0.2342 9685 | 0.1961 9921 | 0.1644 3563 | 37 |
| 38 | 0.3912 8492 | 0.3252 2615 | 0.2705 6194 | 0.2252 8543 | 0.1877 5044 | 0.1566 0536 | 38 |
| 39 | 0.3817 4139 | 0.3157 5355 | 0.2614 1250 | 0.2166 2061 | 0.1796 6549 | 0.1491 4797 | 39 |
| 40 | 0.3724 3062 | 0.3065 5684 | 0.2525 7247 | 0.2082 8904 | 0.1719 2870 | 0.1420 4568 | 40 |
| 41 | 0.3633 4695 | 0.2976 2800 | 0.2440 3137 | 0.2002 7793 | 0.1645 2507 | 0.1352 8160 | 41 |
| 42 | 0.3544 8483 | 0.2889 5922 | 0.2357 7910 | 0.1925 7493 | 0.1574 4026 | 0.1288 3962 | 42 |
| 43 | 0.3458 3886 | 0.2805 4294 | 0.2278 0590 | 0.1851 6820 | 0.1506 6054 | 0.1227 0440 | 43 |
| 44 | 0.3374 0376 | 0.2723 7178 | 0.2201 0231 | 0.1780 4635 | 0.1441 7276 | 0.1168 6133 | 44 |
| 45 | 0.3291 7440 | 0.2644 3862 | 0.2126 5924 | 0.1711 9841 | 0.1379 6437 | 0.1112 9651 | 45 |
| 46 | 0.3211 4576 | 0.2567 3653 | 0.2054 6787 | 0.1646 1386 | 0.1320 2332 | 0.1059 9668 | 46 |
| 47 | 0.3133 1294 | 0.2492 5876 | 0.1985 1968 | 0.1582 8256 | 0.1263 3810 | 0.1009 4921 | 47 |
| 48 | 0.3056 7116 | 0.2419 0880 | 0.1918 0645 | 0.1521 9476 | 0.1208 9771 | 0.0961 4211 | 48 |
| 49 | 0.2982 1576 | 0.2349 5029 | 0.1853 2024 | 0.1463 4112 | 0.1156 9158 | 0.0915 6391 | 49 |
| 50 | 0.2909 4221 | 0.2281 0708 | 0.1790 5337 | 0.1407 1262 | 0.1107 0965 | 0.0872 0373 | 50 |

TABLA V. Valor presente de 1 a interés compuesto

$$a = v^n = (1 + i)^{-n}$$

| n | 2½% | 3% | 3½% | 4% | 4½% | 5% | n |
|-----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----|
| 51 | 0.2838 4606 | 0.2214 6318 | 0.1729 9843 | 0.1353 0059 | 0.1059 4225 | 0.0830 5117 | 51 |
| 52 | 0.2769 2298 | 0.2150 1280 | 0.1671 4824 | 0.1300 9672 | 0.1013 8014 | 0.0790 9635 | 52 |
| 53 | 0.2701 6876 | 0.2087 5029 | 0.1614 9589 | 0.1250 9300 | 0.0970 1449 | 0.0753 2986 | 53 |
| 54 | 0.2635 7928 | 0.2026 7019 | 0.1560 3467 | 0.1202 8173 | 0.0928 3683 | 0.0717 4272 | 54 |
| 55 | 0.2571 5052 | 0.1967 6717 | 0.1507 5814 | 0.1156 5551 | 0.0888 3907 | 0.0683 2640 | 55 |
| 56 | 0.2508 7855 | 0.1910 3609 | 0.1456 6004 | 0.1112 0722 | 0.0850 1347 | 0.0650 7276 | 56 |
| 57 | 0.2447 5956 | 0.1854 7193 | 0.1407 3433 | 0.1069 3002 | 0.0813 5260 | 0.0619 7406 | 57 |
| 58 | 0.2387 8982 | 0.1800 6984 | 0.1359 7520 | 0.1028 1733 | 0.0778 4938 | 0.0530 2291 | 58 |
| 59 | 0.2329 6568 | 0.1748 2508 | 0.1313 7701 | 0.0988 6282 | 0.0744 9701 | 0.0562 1230 | 59 |
| 60 | 0.2272 8359 | 0.1697 3309 | 0.1269 3431 | 0.0950 6040 | 0.0712 8901 | 0.0535 3552 | 60 |
| 61 | 0.2217 4009 | 0.1647 8941 | 0.1226 4184 | 0.0914 0423 | 0.0682 1915 | 0.0509 8621 | 61 |
| 62 | 0.2163 3179 | 0.1599 8972 | 0.1184 9453 | 0.0878 8868 | 0.0652 8148 | 0.0485 5830 | 62 |
| 63 | 0.2110 5541 | 0.1553 2982 | 0.1144 8747 | 0.0845 0835 | 0.0624 7032 | 0.0462 4600 | 63 |
| 64 | 0.2059 0771 | 0.1508 0565 | 0.1106 1591 | 0.0812 5803 | 0.0597 8021 | 0.0440 4381 | 64 |
| 65 | 0.2008 8557 | 0.1464 1325 | 0.1068 7528 | 0.0781 3272 | 0.0572 0594 | 0.0419 4648 | 65 |
| 66 | 0.1959 8593 | 0.1421 4879 | 0.1032 6114 | 0.0751 2762 | 0.0547 4253 | 0.0399 4903 | 66 |
| 67 | 0.1912 0578 | 0.1380 0853 | 0.0997 6922 | 0.0722 3809 | 0.0523 8519 | 0.0380 4670 | 67 |
| 68 | 0.1865 4223 | 0.1339 8887 | 0.0963 9538 | 0.0694 5970 | 0.0501 2937 | 0.0362 3495 | 68 |
| 69 | 0.1819 9241 | 0.1300 8628 | 0.0931 3563 | 0.0667 8818 | 0.0479 7069 | 0.0345 0948 | 69 |
| 70 | 0.1775 5358 | 0.1262 9736 | 0.0899 8612 | 0.0642 1940 | 0.0459 0497 | 0.0328 6617 | 70 |
| 71 | 0.1732 2300 | 0.1226 1880 | 0.0869 4311 | 0.0617 4942 | 0.0439 2820 | 0.0313 0111 | 71 |
| 72 | 0.1689 9805 | 0.1190 4737 | 0.0840 0300 | 0.0593 7445 | 0.0420 3655 | 0.0298 1058 | 72 |
| 73 | 0.1648 7615 | 0.1155 7998 | 0.0811 6232 | 0.0570 9081 | 0.0402 2637 | 0.0283 9103 | 73 |
| 74 | 0.1608 5478 | 0.1122 1357 | 0.0784 1770 | 0.0548 9501 | 0.0384 9413 | 0.0270 3908 | 74 |
| 75 | 0.1569 3149 | 0.1089 4521 | 0.0757 6590 | 0.0527 8367 | 0.0368 3649 | 0.0257 5150 | 75 |
| 76 | 0.1531 0389 | 0.1057 7205 | 0.0732 0376 | 0.0507 5353 | 0.0352 5023 | 0.0245 2524 | 76 |
| 77 | 0.1493 6965 | 0.1026 9131 | 0.0707 2827 | 0.0488 0147 | 0.0337 3228 | 0.0233 5737 | 77 |
| 78 | 0.1457 2649 | 0.0997 0030 | 0.0683 3650 | 0.0469 2449 | 0.0322 7969 | 0.0222 4512 | 78 |
| 79 | 0.1421 7218 | 0.0967 9641 | 0.0660 2560 | 0.0451 1970 | 0.0308 8965 | 0.0211 8582 | 79 |
| 80 | 0.1387 0457 | 0.0939 7710 | 0.0637 9285 | 0.0433 8433 | 0.0295 5948 | 0.0201 7698 | 80 |
| 81 | 0.1353 2153 | 0.0912 3990 | 0.0616 3561 | 0.0417 1570 | 0.0282 8658 | 0.0192 1617 | 81 |
| 82 | 0.1320 2101 | 0.0885 8243 | 0.0595 5131 | 0.0401 1125 | 0.0270 6850 | 0.0183 0111 | 82 |
| 83 | 0.1288 0098 | 0.0860 0236 | 0.0575 3750 | 0.0385 6851 | 0.0259 0287 | 0.0174 2963 | 83 |
| 84 | 0.1256 5949 | 0.0834 9743 | 0.0555 9178 | 0.0370 8510 | 0.0247 8744 | 0.0165 9965 | 84 |
| 85 | 0.1225 9463 | 0.0810 6547 | 0.0537 1187 | 0.0356 5875 | 0.0237 2003 | 0.0158 0919 | 85 |
| 86 | 0.1196 0452 | 0.0787 0434 | 0.0518 9553 | 0.0342 8726 | 0.0226 9860 | 0.0150 5637 | 86 |
| 87 | 0.1166 8733 | 0.0764 1198 | 0.0501 4060 | 0.0329 6852 | 0.0217 2115 | 0.0143 3940 | 87 |
| 88 | 0.1138 4130 | 0.0741 8639 | 0.0484 4503 | 0.0317 0050 | 0.0207 8579 | 0.0136 5657 | 88 |
| 89 | 0.1110 6468 | 0.0720 2562 | 0.0468 0679 | 0.0304 8125 | 0.0198 9070 | 0.0130 0626 | 89 |
| 90 | 0.1083 5579 | 0.0699 2779 | 0.0452 2395 | 0.0293 0890 | 0.0190 3417 | 0.0123 8691 | 90 |
| 91 | 0.1057 1296 | 0.0678 9105 | 0.0436 9464 | 0.0281 8163 | 0.0182 1451 | 0.0117 9706 | 91 |
| 92 | 0.1031 3460 | 0.0659 1364 | 0.0422 1704 | 0.0270 9772 | 0.0174 3016 | 0.0112 3530 | 92 |
| 93 | 0.1006 1912 | 0.0639 9383 | 0.0407 8941 | 0.0260 5550 | 0.0166 7958 | 0.0107 0028 | 93 |
| 94 | 0.0981 6500 | 0.0621 2993 | 0.0394 1006 | 0.0250 5337 | 0.0159 6132 | 0.0101 9074 | 94 |
| 95 | 0.0957 7073 | 0.0603 2032 | 0.0380 7735 | 0.0240 8978 | 0.0152 7399 | 0.0097 0547 | 95 |
| 96 | 0.0934 3486 | 0.0585 6342 | 0.0367 8971 | 0.0231 6325 | 0.0146 1626 | 0.0092 4331 | 96 |
| 97 | 0.0911 5596 | 0.0568 5769 | 0.0355 4562 | 0.0222 7235 | 0.0139 8685 | 0.0088 0315 | 97 |
| 98 | 0.0889 3264 | 0.0552 0164 | 0.0343 4359 | 0.0214 1572 | 0.0132 8454 | 0.0083 8395 | 98 |
| 99 | 0.0867 6355 | 0.0535 9383 | 0.0331 8221 | 0.0205 9204 | 0.0128 0817 | 0.0079 8471 | 99 |
| 100 | 0.0845 4737 | 0.0520 3284 | 0.0320 6011 | 0.0198 0004 | 0.0122 5663 | 0.0076 0449 | 100 |

TABLA V. Valor presente de 1 a interés compuesto

$$a = v^n = (1 + i)^{-n}$$

| n | 5½% | 6% | 6½% | 7% | 7½% | 8% | n |
|-----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----|
| 1 | 0.9478 6730 | 0.9433 9623 | 0.9389 6714 | 0.9345 7944 | 0.9302 3256 | 0.9259 2593 | 1 |
| 2 | 0.8984 5242 | 0.8899 9644 | 0.8816 5928 | 0.8734 3873 | 0.8653 3261 | 0.8573 3882 | 2 |
| 3 | 0.8516 1366 | 0.8396 1928 | 0.8278 4909 | 0.8162 9788 | 0.8049 6057 | 0.7938 3224 | 3 |
| 4 | 0.8072 1674 | 0.7920 9366 | 0.7773 2309 | 0.7628 9521 | 0.7488 0053 | 0.7350 2985 | 4 |
| 5 | 0.7651 3435 | 0.7472 5817 | 0.7298 8084 | 0.7129 8618 | 0.6965 5863 | 0.6805 8320 | 5 |
| 6 | 0.7252 4583 | 0.7049 6054 | 0.6853 3412 | 0.6663 4222 | 0.6479 6152 | 0.6301 6963 | 6 |
| 7 | 0.6874 3681 | 0.6650 5711 | 0.6435 0621 | 0.6227 4974 | 0.6027 5490 | 0.5834 9040 | 7 |
| 8 | 0.6515 9887 | 0.6274 1237 | 0.6042 3119 | 0.5820 0910 | 0.5607 0223 | 0.5402 6888 | 8 |
| 9 | 0.6176 2926 | 0.5918 9846 | 0.5673 5323 | 0.5439 3374 | 0.5215 8347 | 0.5002 4897 | 9 |
| 10 | 0.5854 3058 | 0.5583 9478 | 0.5327 2604 | 0.5083 4929 | 0.4851 9393 | 0.4631 9349 | 10 |
| 11 | 0.5549 1050 | 0.5267 8753 | 0.5002 1224 | 0.4750 9280 | 0.4513 4319 | 0.4288 8286 | 11 |
| 12 | 0.5259 8152 | 0.4969 6936 | 0.4696 8285 | 0.4440 1196 | 0.4198 5413 | 0.3971 1376 | 12 |
| 13 | 0.4985 6068 | 0.4688 3902 | 0.4410 1676 | 0.4149 6445 | 0.3905 6198 | 0.3676 9792 | 13 |
| 14 | 0.4725 6937 | 0.4423 0096 | 0.4141 0025 | 0.3878 1724 | 0.3633 1347 | 0.3404 6104 | 14 |
| 15 | 0.4479 3305 | 0.4172 6506 | 0.3888 2652 | 0.3624 4602 | 0.3379 6602 | 0.3152 4170 | 15 |
| 16 | 0.4245 8109 | 0.3936 4628 | 0.3650 9533 | 0.3387 3460 | 0.3143 8699 | 0.2918 9047 | 16 |
| 17 | 0.4024 4653 | 0.3713 6442 | 0.3428 1251 | 0.3165 7439 | 0.2924 5302 | 0.2702 6895 | 17 |
| 18 | 0.3814 6590 | 0.3503 4379 | 0.3218 8969 | 0.2958 6392 | 0.2720 4932 | 0.2502 4903 | 18 |
| 19 | 0.3615 7906 | 0.3305 1301 | 0.3022 4384 | 0.2765 0833 | 0.2530 6913 | 0.2317 1206 | 19 |
| 20 | 0.3427 2896 | 0.3118 0473 | 0.2837 9703 | 0.2584 1900 | 0.2354 1315 | 0.2145 4821 | 20 |
| 21 | 0.3248 6158 | 0.2941 5540 | 0.2664 7608 | 0.2415 1309 | 0.2189 8897 | 0.1986 5575 | 21 |
| 22 | 0.3079 2567 | 0.2775 0510 | 0.2502 1228 | 0.2257 1317 | 0.2037 1067 | 0.1839 4051 | 22 |
| 23 | 0.2918 7267 | 0.2617 9726 | 0.2349 4111 | 0.2109 4688 | 0.1894 9830 | 0.1703 1528 | 23 |
| 24 | 0.2766 5656 | 0.2469 7855 | 0.2206 0198 | 0.1971 4662 | 0.1762 7749 | 0.1576 9934 | 24 |
| 25 | 0.2622 3370 | 0.2329 9863 | 0.2071 3801 | 0.1842 4918 | 0.1639 7906 | 0.1460 1790 | 25 |
| 26 | 0.2485 6275 | 0.2198 1003 | 0.1944 9579 | 0.1721 9549 | 0.1525 3866 | 0.1352 0176 | 26 |
| 27 | 0.2356 0450 | 0.2073 6795 | 0.1826 2515 | 0.1609 3037 | 0.1418 9643 | 0.1251 8682 | 27 |
| 28 | 0.2233 2181 | 0.1956 3014 | 0.1714 7902 | 0.1504 0221 | 0.1319 9668 | 0.1159 1372 | 28 |
| 29 | 0.2116 7944 | 0.1845 5674 | 0.1610 1316 | 0.1405 6282 | 0.1227 8761 | 0.1073 2752 | 29 |
| 30 | 0.2006 4402 | 0.1741 1013 | 0.1511 8607 | 0.1313 6712 | 0.1142 2103 | 0.0993 7733 | 30 |
| 31 | 0.1901 8390 | 0.1642 5484 | 0.1419 5875 | 0.1227 7301 | 0.1062 5212 | 0.0920 1605 | 31 |
| 32 | 0.1802 6910 | 0.1549 5740 | 0.1332 9460 | 0.1147 4113 | 0.0988 3918 | 0.0852 0005 | 32 |
| 33 | 0.1708 7119 | 0.1461 8622 | 0.1251 5925 | 0.1072 3470 | 0.0919 4343 | 0.0788 8893 | 33 |
| 34 | 0.1619 6321 | 0.1379 1153 | 0.1175 2042 | 0.1002 1934 | 0.0855 2877 | 0.0730 4531 | 34 |
| 35 | 0.1535 1963 | 0.1301 0522 | 0.1103 4781 | 0.0936 6294 | 0.0795 6164 | 0.0676 3454 | 35 |
| 36 | 0.1455 1624 | 0.1227 4077 | 0.1036 1297 | 0.0875 3546 | 0.0740 1083 | 0.0626 2458 | 36 |
| 37 | 0.1379 3008 | 0.1157 9318 | 0.0972 8917 | 0.0818 0884 | 0.0688 4729 | 0.0579 8572 | 37 |
| 38 | 0.1307 3941 | 0.1092 3885 | 0.0913 5134 | 0.0764 5686 | 0.0640 4399 | 0.0536 9048 | 38 |
| 39 | 0.1239 2362 | 0.1030 5552 | 0.0857 7590 | 0.0714 5501 | 0.0595 7580 | 0.0497 1341 | 39 |
| 40 | 0.1174 6314 | 0.0972 2219 | 0.0805 4075 | 0.0667 8038 | 0.0554 1935 | 0.0460 3093 | 40 |
| 41 | 0.1113 3947 | 0.0917 1905 | 0.0756 2512 | 0.0624 1157 | 0.0515 5288 | 0.0426 2123 | 41 |
| 42 | 0.1055 3504 | 0.0865 2740 | 0.0710 0950 | 0.0583 2857 | 0.0479 5617 | 0.0394 6411 | 42 |
| 43 | 0.1000 3322 | 0.0816 2362 | 0.0666 7559 | 0.0545 1268 | 0.0446 1039 | 0.0365 4084 | 43 |
| 44 | 0.0948 1822 | 0.0770 0908 | 0.0626 0619 | 0.0509 4643 | 0.0414 9804 | 0.0338 3411 | 44 |
| 45 | 0.0898 7509 | 0.0726 5007 | 0.0587 8515 | 0.0476 1349 | 0.0386 0283 | 0.0313 2788 | 45 |
| 46 | 0.0851 8965 | 0.0685 3781 | 0.0551 9733 | 0.0444 9859 | 0.0359 0961 | 0.0290 0730 | 46 |
| 47 | 0.0807 4849 | 0.0646 5831 | 0.0518 2848 | 0.0415 8747 | 0.0334 0428 | 0.0268 5861 | 47 |
| 48 | 0.0765 3885 | 0.0609 9840 | 0.0486 6524 | 0.0388 6679 | 0.0310 7375 | 0.0248 6908 | 48 |
| 49 | 0.0725 4867 | 0.0575 4566 | 0.0456 9506 | 0.0363 2410 | 0.0289 0582 | 0.0230 2693 | 49 |
| 50 | 0.0687 6652 | 0.0542 8836 | 0.0429 0616 | 0.0339 4776 | 0.0268 8913 | 0.0213 2123 | 50 |

TABLA VI

$$(1 + i)^{1/p}$$

| p | ¼% | ½% | ¾% | 1% | 1½% | 2% | p |
|-----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----|
| 2 | 1.0012 4922 | 1.0016 6528 | 1.0020 8117 | 1.0024 9688 | 1.0029 1243 | 1.0033 2780 | 2 |
| 3 | 1.0008 3264 | 1.0011 0988 | 1.0013 8696 | 1.0016 6390 | 1.0019 4068 | 1.0022 1730 | 3 |
| 4 | 1.0006 2441 | 1.0008 3229 | 1.0010 4004 | 1.0012 4766 | 1.0014 5515 | 1.0016 6252 | 4 |
| 6 | 1.0004 1623 | 1.0005 5479 | 1.0006 9324 | 1.0008 3160 | 1.0009 6987 | 1.0011 0804 | 6 |
| 12 | 1.0002 0809 | 1.0002 7735 | 1.0003 4656 | 1.0004 1571 | 1.0004 8482 | 1.0005 5387 | 12 |
| p | ¾% | 1% | 1½% | 1½% | 1½% | 2% | p |
| 2 | 1.0037 4299 | 1.0049 8756 | 1.0062 3059 | 1.0074 7208 | 1.0087 1205 | 1.0099 5049 | 2 |
| 3 | 1.0024 9378 | 1.0033 2228 | 1.0041 4943 | 1.0049 7521 | 1.0057 9963 | 1.0066 2271 | 3 |
| 4 | 1.0018 6975 | 1.0024 9068 | 1.0031 1046 | 1.0037 2909 | 1.0043 4658 | 1.0049 6293 | 4 |
| 6 | 1.0012 4611 | 1.0016 5976 | 1.0020 7256 | 1.0024 8452 | 1.0028 9562 | 1.0033 0589 | 6 |
| 12 | 1.0006 2286 | 1.0008 2954 | 1.0010 3575 | 1.0012 4149 | 1.0014 4677 | 1.0016 5158 | 12 |
| p | 2½% | 3% | 3½% | 4% | 4½% | 5% | p |
| 2 | 1.0124 2284 | 1.0148 8916 | 1.0173 4950 | 1.0198 0390 | 1.0222 5242 | 1.0246 9508 | 2 |
| 3 | 1.0082 6484 | 1.0099 0163 | 1.0115 3314 | 1.0131 5940 | 1.0147 8046 | 1.0163 9636 | 3 |
| 4 | 1.0061 9225 | 1.0074 1707 | 1.0086 3745 | 1.0098 5341 | 1.0110 6499 | 1.0122 7223 | 4 |
| 6 | 1.0041 2392 | 1.0049 3862 | 1.0057 5004 | 1.0065 5820 | 1.0073 6312 | 1.0081 6485 | 6 |
| 12 | 1.0020 5984 | 1.0024 6627 | 1.0028 7090 | 1.0032 7374 | 1.0036 7481 | 1.0040 7412 | 12 |
| p | 5½% | 6% | 6½% | 7% | 7½% | 8% | p |
| 2 | 1.0271 3193 | 1.0295 6301 | 1.0319 8837 | 1.0344 0804 | 1.0368 2207 | 1.0392 3048 | 2 |
| 3 | 1.0180 0713 | 1.0196 1282 | 1.0212 1347 | 1.0228 0912 | 1.0243 9981 | 1.0259 8557 | 3 |
| 4 | 1.0134 7517 | 1.0146 7385 | 1.0158 6828 | 1.0170 5853 | 1.0182 4460 | 1.0194 2655 | 4 |
| 6 | 1.0089 6339 | 1.0097 5879 | 1.0105 5107 | 1.0113 4026 | 1.0121 2638 | 1.0129 0946 | 6 |
| 12 | 1.0044 7170 | 1.0048 6755 | 1.0052 6169 | 1.0056 5415 | 1.0060 4492 | 1.0064 3403 | 12 |

TABLA VII

$$(1 + i)^{-1/p}$$

| p | ¼% | ½% | ¾% | 1% | 1½% | 2% | p |
|-----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----|
| 2 | 0.9987 5234 | 0.9983 3749 | 0.9979 2315 | 0.9975 0934 | 0.9970 9603 | 0.9966 8324 | 2 |
| 3 | 0.9991 6805 | 0.9988 9135 | 0.9986 1496 | 0.9983 3887 | 0.9980 6308 | 0.9977 8760 | 3 |
| 4 | 0.9993 7597 | 0.9991 6840 | 0.9989 6104 | 0.9987 5389 | 0.9985 4686 | 0.9983 4024 | 4 |
| 6 | 0.9995 8394 | 0.9994 4552 | 0.9993 0724 | 0.9991 6909 | 0.9990 3107 | 0.9988 9319 | 6 |
| 12 | 0.9997 9195 | 0.9997 2272 | 0.9996 5356 | 0.9995 8446 | 0.9995 1542 | 0.9994 4644 | 12 |
| p | ¾% | 1% | 1½% | 1½% | 1½% | 2% | p |
| 2 | 0.9962 7096 | 0.9950 3719 | 0.9938 0799 | 0.9925 8333 | 0.9913 6319 | 0.9901 4754 | 2 |
| 3 | 0.9975 1243 | 0.9966 8872 | 0.9958 6772 | 0.9950 4942 | 0.9942 3381 | 0.9934 2086 | 3 |
| 4 | 0.9981 3374 | 0.9975 1551 | 0.9968 9919 | 0.9962 8477 | 0.9956 7223 | 0.9950 6158 | 4 |
| 6 | 0.9987 5544 | 0.9983 4299 | 0.9979 3172 | 0.9975 2164 | 0.9971 1274 | 0.9967 0500 | 6 |
| 12 | 0.9993 7753 | 0.9991 7115 | 0.9989 6533 | 0.9987 6005 | 0.9985 5532 | 0.9983 5114 | 12 |
| p | 2½% | 3% | 3½% | 4% | 4½% | 5% | p |
| 2 | 0.9877 2960 | 0.9853 2928 | 0.9829 4637 | 0.9805 8068 | 0.9782 3198 | 0.9759 0007 | 2 |
| 3 | 0.9918 0291 | 0.9901 9545 | 0.9885 9835 | 0.9870 1152 | 0.9854 3482 | 0.9838 6815 | 3 |
| 4 | 0.9938 4586 | 0.9926 3754 | 0.9914 3652 | 0.9902 4274 | 0.9890 5610 | 0.9878 7655 | 4 |
| 6 | 0.9958 9302 | 0.9950 8565 | 0.9942 8283 | 0.9934 8453 | 0.9926 9070 | 0.9919 0128 | 6 |
| 12 | 0.9979 4440 | 0.9975 3980 | 0.9971 3732 | 0.9967 3694 | 0.9963 3865 | 0.9959 4241 | 12 |
| p | 5½% | 6% | 6½% | 7% | 7½% | 8% | p |
| 2 | 0.9735 8477 | 0.9712 8586 | 0.9690 0317 | 0.9667 3649 | 0.9644 8564 | 0.9622 5045 | 2 |
| 3 | 0.9823 1139 | 0.9807 6444 | 0.9792 2719 | 0.9776 9953 | 0.9761 8136 | 0.9746 7258 | 3 |
| 4 | 0.9867 0399 | 0.9855 3836 | 0.9843 7958 | 0.9832 2759 | 0.9820 8230 | 0.9809 4365 | 4 |
| 6 | 0.9911 1623 | 0.9903 3552 | 0.9895 5909 | 0.9887 8690 | 0.9880 1891 | 0.9872 5507 | 6 |
| 12 | 0.9955 4821 | 0.9951 5603 | 0.9947 6585 | 0.9943 7764 | 0.9939 9140 | 0.9936 0710 | 12 |

TABLA VIII

$$s_{\frac{1}{p}|1} = \frac{(1+i)^{1/p} - 1}{i}$$

| p | 1% | 1 1/2% | 2% | 2 1/2% | 3% | 3 1/2% | p |
|----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|----|
| 2 | 0.4996 8789 | 0.4995 8403 | 0.4994 8025 | 0.4993 7656 | 0.4992 7295 | 0.4991 6943 | 2 |
| 3 | 0.3330 5594 | 0.3329 6365 | 0.3328 7144 | 0.3327 7932 | 0.3326 8728 | 0.3325 9532 | 3 |
| 4 | 0.2497 6597 | 0.2496 8811 | 0.2496 1032 | 0.2495 3261 | 0.2494 5498 | 0.2493 7742 | 4 |
| 6 | 0.1664 9332 | 0.1664 3566 | 0.1663 7805 | 0.1663 2050 | 0.1662 6301 | 0.1662 0558 | 6 |
| 12 | 0.0832 3800 | 0.0832 0629 | 0.0831 7461 | 0.0831 4297 | 0.0831 1136 | 0.0830 7978 | 12 |
| | | | | | | | |
| p | 1 1/2% | 1% | 1 1/2% | 1 1/2% | 1 1/2% | 2% | p |
| 2 | 0.4999 6600 | 0.4987 5621 | 0.4984 4719 | 0.4981 3893 | 0.4978 3143 | 0.4975 2469 | 2 |
| 3 | 0.3325 0345 | 0.3322 2835 | 0.3319 5401 | 0.3316 8042 | 0.3314 0758 | 0.3311 3548 | 3 |
| 4 | 0.2492 9994 | 0.2490 6793 | 0.2488 3660 | 0.2486 0593 | 0.2483 7592 | 0.2481 4658 | 4 |
| 6 | 0.1661 4821 | 0.1659 7644 | 0.1658 0518 | 0.1656 3445 | 0.1654 6423 | 0.1652 9452 | 6 |
| 12 | 0.0830 4824 | 0.0829 5381 | 0.0828 5968 | 0.0827 6585 | 0.0826 7231 | 0.0825 7907 | 12 |
| | | | | | | | |
| p | 2 1/2% | 3% | 3 1/2% | 4% | 4 1/2% | 5% | p |
| 2 | 0.4969 1346 | 0.4963 0522 | 0.4956 9993 | 0.4950 9757 | 0.4944 9811 | 0.4939 0153 | 2 |
| 3 | 0.3305 9350 | 0.3300 5447 | 0.3295 1834 | 0.3289 8510 | 0.3284 5470 | 0.3279 2714 | 3 |
| 4 | 0.2476 8985 | 0.2472 3573 | 0.2467 8417 | 0.2463 3516 | 0.2458 8868 | 0.2454 4469 | 4 |
| 6 | 0.1649 5662 | 0.1646 2073 | 0.1642 8684 | 0.1639 5492 | 0.1636 2496 | 0.1632 9692 | 6 |
| 12 | 0.0823 9345 | 0.0822 0899 | 0.0820 2568 | 0.0818 4349 | 0.0816 6243 | 0.0814 8248 | 12 |
| | | | | | | | |
| p | 5 1/2% | 6% | 6 1/2% | 7% | 7 1/2% | 8% | p |
| 2 | 0.4933 0780 | 0.4927 1690 | 0.4921 2880 | 0.4915 4348 | 0.4909 6090 | 0.4903 8106 | 2 |
| 3 | 0.3274 0237 | 0.3268 8037 | 0.3263 6112 | 0.3258 4460 | 0.3253 3076 | 0.3248 1960 | 3 |
| 4 | 0.2450 0317 | 0.2445 6410 | 0.2441 2746 | 0.2436 9321 | 0.2432 6135 | 0.2428 3184 | 4 |
| 6 | 0.1629 7080 | 0.1626 4657 | 0.1623 2422 | 0.1620 0372 | 0.1616 8505 | 0.1613 6821 | 6 |
| 12 | 0.0813 0362 | 0.0811 2584 | 0.0809 4914 | 0.0807 7351 | 0.0805 9892 | 0.0804 2538 | 12 |

TABLA IX

$$a_{\frac{1}{p}|1} = \frac{1 - (1+i)^{-1/p}}{i}$$

| p | 1% | 1 1/2% | 2% | 2 1/2% | 3% | 3 1/2% | p |
|----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|----|
| 2 | 0.4990 6445 | 0.4987 5346 | 0.4984 4291 | 0.4981 3278 | 0.4978 2308 | 0.4975 1381 | 2 |
| 3 | 0.3327 7886 | 0.3325 9451 | 0.3324 1040 | 0.3322 2653 | 0.3320 4289 | 0.3318 5949 | 3 |
| 4 | 0.2496 1011 | 0.2494 8047 | 0.2493 5099 | 0.2492 2167 | 0.2490 9251 | 0.2489 6351 | 4 |
| 6 | 0.1664 2405 | 0.1663 4337 | 0.1662 6279 | 0.1661 8230 | 0.1661 0192 | 0.1660 2162 | 6 |
| 12 | 0.0832 2068 | 0.0831 8322 | 0.0831 4580 | 0.0831 0842 | 0.0830 7108 | 0.0830 3379 | 12 |
| | | | | | | | |
| p | 1 1/2% | 1% | 1 1/2% | 1 1/2% | 1 1/2% | 2% | p |
| 2 | 0.4972 0496 | 0.4962 8098 | 0.4953 6080 | 0.4944 4440 | 0.4935 3176 | 0.4926 2285 | 2 |
| 3 | 0.3316 7633 | 0.3311 2825 | 0.3305 8228 | 0.3300 3841 | 0.3294 9662 | 0.3289 5689 | 3 |
| 4 | 0.2488 3468 | 0.2484 4912 | 0.2480 6500 | 0.2476 8230 | 0.2473 0101 | 0.2469 2113 | 4 |
| 6 | 0.1659 4143 | 0.1657 0141 | 0.1654 6225 | 0.1652 2395 | 0.1649 8649 | 0.1647 4987 | 6 |
| 12 | 0.0829 9654 | 0.0828 8506 | 0.0827 7395 | 0.0826 6322 | 0.0825 5287 | 0.0824 4290 | 12 |
| | | | | | | | |
| p | 2 1/2% | 3% | 3 1/2% | 4% | 4 1/2% | 5% | p |
| 2 | 0.4908 1613 | 0.4890 2406 | 0.4872 4645 | 0.4854 8311 | 0.4837 3386 | 0.4819 9854 | 2 |
| 3 | 0.3278 8360 | 0.3268 1843 | 0.3257 6129 | 0.3247 1208 | 0.3236 7070 | 0.3226 3706 | 3 |
| 4 | 0.2461 6554 | 0.2454 1546 | 0.2446 7084 | 0.2439 3161 | 0.2431 9770 | 0.2424 6905 | 4 |
| 6 | 0.1642 7915 | 0.1638 1173 | 0.1633 4759 | 0.1628 8668 | 0.1624 2897 | 0.1619 7442 | 6 |
| 12 | 0.0822 2408 | 0.0820 0674 | 0.0817 9086 | 0.0815 7643 | 0.0813 6344 | 0.0811 5185 | 12 |
| | | | | | | | |
| p | 5 1/2% | 6% | 6 1/2% | 7% | 7 1/2% | 8% | p |
| 2 | 0.4802 7696 | 0.4785 6896 | 0.4768 7437 | 0.4751 9301 | 0.4735 2474 | 0.4718 6939 | 2 |
| 3 | 0.3216 1108 | 0.3205 9265 | 0.3195 8169 | 0.3185 7811 | 0.3175 8183 | 0.3165 9276 | 3 |
| 4 | 0.2417 4561 | 0.2410 2731 | 0.2403 1409 | 0.2396 0589 | 0.2389 0266 | 0.2382 0435 | 4 |
| 6 | 0.1615 2300 | 0.1610 7468 | 0.1606 2940 | 0.1601 8715 | 0.1597 4789 | 0.1593 1159 | 6 |
| 12 | 0.0809 4167 | 0.0807 3287 | 0.0805 2544 | 0.0803 1937 | 0.0801 1463 | 0.0799 1123 | 12 |

TABLA X

$$\frac{1}{s_{\frac{1}{p}|1}} = \frac{i}{(1+i)^{1/p} - 1} \left(\frac{1}{a_{\frac{1}{p}|1}} = \frac{1}{s_{\frac{1}{p}|1}} + i \right)$$

| p | 1% | 1 1/2% | 2% | 2 1/2% | 3% | 3 1/2% | p |
|----|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|----|
| 2 | 2.0012 4922 | 2.0016 6528 | 2.0020 8117 | 2.0024 9688 | 2.0029 1243 | 2.0033 2780 | 2 |
| 3 | 3.0024 9861 | 3.0033 3087 | 3.0041 6282 | 3.0049 9446 | 3.0058 2579 | 3.0066 5682 | 3 |
| 4 | 4.0037 4805 | 4.0049 9653 | 4.0062 4459 | 4.0074 9221 | 4.0087 3940 | 4.0099 8616 | 4 |
| 6 | 6.0062 4697 | 6.0083 2794 | 6.0104 0824 | 6.0124 8788 | 6.0145 6684 | 6.0166 4513 | 6 |
| 12 | 12.0137 4380 | 12.0183 2232 | 12.0228 9946 | 12.0274 7524 | 12.0320 4964 | 12.0366 2268 | 12 |
| | | | | | | | |
| p | 3 1/2% | 1% | 1 1/2% | 1 1/2% | 1 1/2% | 2% | p |
| 2 | 2.0037 4300 | 2.0049 8756 | 2.0062 3059 | 2.0074 7208 | 2.0087 1205 | 2.0099 5049 | 2 |
| 3 | 3.0074 8755 | 3.0099 7789 | 3.0124 6549 | 3.0149 5037 | 3.0174 3253 | 3.0199 1199 | 3 |
| 4 | 4.0112 3249 | 4.0149 6891 | 4.0187 0147 | 4.0224 3021 | 4.0261 5513 | 4.0298 7623 | 4 |
| 6 | 6.0187 2276 | 6.0249 5163 | 6.0311 7452 | 6.0373 9144 | 6.0436 0242 | 6.0498 0748 | 6 |
| 12 | 12.0411 9435 | 12.0549 0119 | 12.0685 9580 | 12.0822 7822 | 12.0959 4851 | 12.1096 0670 | 12 |
| | | | | | | | |
| p | 2 1/2% | 3% | 3 1/2% | 4% | 4 1/2% | 5% | p |
| 2 | 2.0124 2284 | 2.0148 8916 | 2.0173 4950 | 2.0198 0399 | 2.0222 5241 | 2.0246 9508 | 2 |
| 3 | 3.0248 6282 | 3.0298 0294 | 3.0347 3244 | 3.0396 5138 | 3.0445 5985 | 3.0494 5791 | 3 |
| 4 | 4.0373 0709 | 4.0447 2289 | 4.0521 2374 | 4.0595 0975 | 4.0668 8103 | 4.0742 3769 | 4 |
| 6 | 6.0621 9992 | 6.0745 6894 | 6.0869 1471 | 6.0992 3740 | 6.1115 3716 | 6.1238 1418 | 6 |
| 12 | 12.1368 8698 | 12.1641 1941 | 12.1913 0434 | 12.2184 4211 | 12.2455 3306 | 12.2725 7753 | 12 |
| | | | | | | | |
| p | 5 1/2% | 6% | 6 1/2% | 7% | 7 1/2% | 8% | p |
| 2 | 2.0271 3193 | 2.0295 6301 | 2.0319 8837 | 2.0344 0804 | 2.0368 2207 | 2.0392 3048 | 2 |
| 3 | 3.0543 4565 | 3.0592 2313 | 3.0640 9043 | 3.0689 4762 | 3.0737 9477 | 3.0786 3195 | 3 |
| 4 | 4.0815 7981 | 4.0889 0752 | 4.0962 2091 | 4.1035 2009 | 4.1108 0514 | 4.1180 7618 | 4 |
| 6 | 6.1360 6860 | 6.1483 0059 | 6.1605 1031 | 6.1726 9791 | 6.1848 6355 | 6.1970 0737 | 6 |
| 12 | 12.2995 7585 | 12.3265 2834 | 12.3534 3533 | 12.3802 9715 | 12.4071 1409 | 12.4338 8648 | 12 |

TABLA XI

$$\frac{i}{j_{(p)}} = \frac{i}{p[(1+i)^{1/p} - 1]}$$

| p | 1% | 1 1/2% | 2% | 2 1/2% | 3% | 3 1/2% | p |
|----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|----|
| 2 | 1.0006 2461 | 1.0008 3264 | 1.0010 4058 | 1.0012 4844 | 1.0014 5621 | 1.0016 6390 | 2 |
| 3 | 1.0008 3287 | 1.0011 1029 | 1.0013 8761 | 1.0016 6482 | 1.0019 4193 | 1.0022 1894 | 3 |
| 4 | 1.0009 3701 | 1.0012 4913 | 1.0015 6115 | 1.0018 7305 | 1.0021 8485 | 1.0024 9654 | 4 |
| 6 | 1.0010 4116 | 1.0013 8799 | 1.0017 3471 | 1.0020 8131 | 1.0024 2781 | 1.0027 7419 | 6 |
| 12 | 1.0011 4532 | 1.0015 2686 | 1.0019 0829 | 1.0022 8960 | 1.0026 7080 | 1.0030 5189 | 12 |
| | | | | | | | |
| p | 3 1/2% | 1% | 1 1/2% | 1 1/2% | 1 1/2% | 2% | p |
| 2 | 1.0018 7150 | 1.0024 9378 | 1.0031 1529 | 1.0037 3604 | 1.0043 5603 | 1.0049 7525 | 2 |
| 3 | 1.0024 9585 | 1.0033 2596 | 1.0041 5516 | 1.0049 8346 | 1.0058 1084 | 1.0066 3733 | 3 |
| 4 | 1.0028 0812 | 1.0037 4223 | 1.0046 7537 | 1.0056 0755 | 1.0065 3878 | 1.0074 6906 | 4 |
| 6 | 1.0031 2046 | 1.0041 5861 | 1.0051 9575 | 1.0062 3191 | 1.0072 6707 | 1.0083 0125 | 6 |
| 12 | 1.0034 3286 | 1.0045 7510 | 1.0057 1632 | 1.0068 5652 | 1.0079 9571 | 1.0091 3389 | 12 |
| | | | | | | | |
| p | 2 1/2% | 3% | 3 1/2% | 4% | 4 1/2% | 5% | p |
| 2 | 1.0062 1142 | 1.0074 4458 | 1.0086 7475 | 1.0099 0195 | 1.0111 2621 | 1.0123 4754 | 2 |
| 3 | 1.0082 8761 | 1.0099 3431 | 1.0115 7748 | 1.0132 1713 | 1.0148 5328 | 1.0164 8597 | 3 |
| 4 | 1.0093 2677 | 1.0111 8072 | 1.0130 3094 | 1.0148 7744 | 1.0167 2026 | 1.0185 5942 | 4 |
| 6 | 1.0103 6665 | 1.0124 2816 | 1.0144 8578 | 1.0165 3957 | 1.0185 8953 | 1.0206 3570 | 6 |
| 12 | 1.0114 0725 | 1.0136 7662 | 1.0159 4203 | 1.0182 0351 | 1.0204 6109 | 1.0227 1479 | 12 |
| | | | | | | | |
| p | 5 1/2% | 6% | 6 1/2% | 7% | 7 1/2% | 8% | p |
| 2 | 1.0135 6596 | 1.0147 8151 | 1.0159 9419 | 1.0172 0402 | 1.0184 1103 | 1.0196 1524 | 2 |
| 3 | 1.0181 1522 | 1.0197 4104 | 1.0213 6348 | 1.0229 8254 | 1.0245 9826 | 1.0262 1065 | 3 |
| 4 | 1.0203 9495 | 1.0222 2688 | 1.0240 5523 | 1.0258 8002 | 1.0277 0129 | 1.0295 1904 | 4 |
| 6 | 1.0226 7810 | 1.0247 1676 | 1.0267 5172 | 1.0287 8298 | 1.0308 1059 | 1.0328 3456 | 6 |
| 12 | 1.0249 6465 | 1.0272 1070 | 1.0294 5204 | 1.0316 9143 | 1.0339 2617 | 1.0361 5721 | 12 |

TABLA XII. Monto de una anualidad de 1 por periodo

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

| n | $\frac{1}{4}\%$ | $\frac{1}{2}\%$ | $\frac{3}{4}\%$ | 1% | $1\frac{1}{2}\%$ | 2% | n |
|----|-----------------|-----------------|-----------------|--------------|------------------|--------------|----|
| 1 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1 |
| 2 | 2.0025 0000 | 2.0033 3333 | 2.0041 6667 | 2.0050 0000 | 2.0058 3333 | 2.0066 6667 | 2 |
| 3 | 3.0075 0625 | 3.0100 1111 | 3.0125 1736 | 3.0150 2500 | 3.0175 3403 | 3.0200 4444 | 3 |
| 4 | 4.0150 2502 | 4.0200 4448 | 4.0250 6952 | 4.0301 0013 | 4.0351 3631 | 4.0401 7807 | 4 |
| 5 | 5.0250 6258 | 5.0334 4463 | 5.0418 4064 | 5.0502 5063 | 5.0586 7460 | 5.0671 1259 | 5 |
| 6 | 6.0376 2523 | 6.0502 2278 | 6.0628 4831 | 6.0755 0188 | 6.0881 8354 | 6.1008 9335 | 6 |
| 7 | 7.0527 1930 | 7.0703 9019 | 7.0881 1018 | 7.1058 7939 | 7.1236 9794 | 7.1415 6597 | 7 |
| 8 | 8.0703 5110 | 8.0939 5816 | 8.1176 4397 | 8.1414 0879 | 8.1652 5285 | 8.1891 7641 | 8 |
| 9 | 9.0905 2697 | 9.1209 3802 | 9.1514 6749 | 9.1821 1583 | 9.2128 8349 | 9.2437 7092 | 9 |
| 10 | 10.1132 5329 | 10.1513 4114 | 10.1895 9860 | 10.2280 2641 | 10.2666 2531 | 10.3053 9606 | 10 |
| 11 | 11.1385 3642 | 11.1851 7895 | 11.2320 5526 | 11.2791 6654 | 11.3265 1396 | 11.3740 9870 | 11 |
| 12 | 12.1663 8277 | 12.2224 6288 | 12.2788 5549 | 12.3355 6237 | 12.3925 8529 | 12.4499 2602 | 12 |
| 13 | 13.1967 9872 | 13.2632 0442 | 13.3300 1739 | 13.3972 4018 | 13.4648 7537 | 13.5329 2553 | 13 |
| 14 | 14.2297 9072 | 14.3074 1510 | 14.3855 5913 | 14.4642 2639 | 14.5434 2048 | 14.6231 4503 | 14 |
| 15 | 15.2653 6520 | 15.3551 0648 | 15.4454 9896 | 15.5365 4752 | 15.6282 5710 | 15.7206 3267 | 15 |
| 16 | 16.3035 2861 | 16.4062 9017 | 16.5098 5520 | 16.6142 3026 | 16.7194 2193 | 16.8254 3688 | 16 |
| 17 | 17.3442 8743 | 17.4609 7781 | 17.5786 4627 | 17.6973 0141 | 17.8169 5189 | 17.9376 0646 | 17 |
| 18 | 18.3876 4815 | 18.5191 8107 | 18.6518 9063 | 18.7857 8791 | 18.9208 8411 | 19.0571 9051 | 18 |
| 19 | 19.4336 1727 | 19.5809 1167 | 19.7296 0684 | 19.8797 1685 | 20.0312 5593 | 20.1842 3844 | 19 |
| 20 | 20.4822 0131 | 20.6461 8137 | 20.8118 1353 | 20.9791 1544 | 21.1481 0493 | 21.3188 0003 | 20 |
| 21 | 21.5334 0682 | 21.7150 0198 | 21.8985 2942 | 22.0840 1101 | 22.2714 6887 | 22.4609 2536 | 21 |
| 22 | 22.5872 4033 | 22.7873 8532 | 22.9897 7330 | 23.1944 3107 | 23.4013 8577 | 23.6106 6487 | 22 |
| 23 | 23.6437 0843 | 23.8633 4327 | 24.0855 6402 | 24.3104 0322 | 24.5378 9386 | 24.7680 6930 | 23 |
| 24 | 24.7028 1770 | 24.9428 8775 | 25.1859 2053 | 25.4319 5524 | 25.6810 3157 | 25.9331 8976 | 24 |
| 25 | 25.7645 7475 | 26.0260 3071 | 26.2908 6187 | 26.5591 1502 | 26.8308 3759 | 27.1060 7769 | 25 |
| 26 | 26.8289 8619 | 27.1127 8414 | 27.4004 0713 | 27.6919 1059 | 27.9873 5081 | 28.2867 8488 | 26 |
| 27 | 27.8960 5865 | 28.2031 6009 | 28.5145 7549 | 28.8303 7015 | 29.1506 1035 | 29.4753 6344 | 27 |
| 28 | 28.9657 9880 | 29.2971 7062 | 29.6333 8622 | 29.9745 2200 | 30.3206 5558 | 30.6718 6587 | 28 |
| 29 | 30.0382 1330 | 30.3948 2786 | 30.7568 5866 | 31.1243 9461 | 31.4975 2607 | 31.8763 4497 | 29 |
| 30 | 31.1133 0883 | 31.4961 4395 | 31.8850 1224 | 32.2800 1658 | 32.6812 6164 | 33.0888 5394 | 30 |
| 31 | 32.1910 9210 | 32.6011 3110 | 33.0178 6646 | 33.4414 1666 | 33.8719 0233 | 34.3094 4630 | 31 |
| 32 | 33.2715 6983 | 33.7098 0154 | 34.1554 4090 | 34.6086 2375 | 35.0694 8843 | 35.5381 7594 | 32 |
| 33 | 34.3547 4876 | 34.8221 6754 | 35.2977 5524 | 35.7816 6686 | 36.2740 6045 | 36.7750 9711 | 33 |
| 34 | 35.4406 3563 | 35.9382 4143 | 36.4448 2922 | 36.9605 7520 | 37.4856 5913 | 38.0202 6443 | 34 |
| 35 | 36.5292 3722 | 37.0580 3557 | 37.5966 8268 | 38.1453 7807 | 38.7043 2548 | 39.2737 3286 | 35 |
| 36 | 37.6205 6031 | 38.1815 6236 | 38.7533 3552 | 39.3361 0496 | 39.9301 0071 | 40.5355 5774 | 36 |
| 37 | 38.7146 1171 | 39.3088 3423 | 39.9148 0775 | 40.5327 8549 | 41.1630 2630 | 41.8057 9479 | 37 |
| 38 | 39.8113 9824 | 40.4398 6368 | 41.0811 1945 | 41.7354 4942 | 42.4031 4395 | 43.0845 0009 | 38 |
| 39 | 40.9109 2673 | 41.5746 6322 | 42.2522 9078 | 42.9441 2666 | 43.6504 9562 | 44.3717 3009 | 39 |
| 40 | 42.0132 0405 | 42.7132 4543 | 43.4283 4199 | 44.1588 4730 | 44.9051 2352 | 45.6675 4163 | 40 |
| 41 | 43.1182 3706 | 43.8556 2292 | 44.6092 9342 | 45.3796 4153 | 46.1670 7007 | 46.9719 9191 | 41 |
| 42 | 44.2260 3265 | 45.0018 0833 | 45.7951 6547 | 46.6065 3974 | 47.4363 7798 | 48.2851 3852 | 42 |
| 43 | 45.3365 9774 | 46.1518 1436 | 46.9859 7866 | 47.8395 7244 | 48.7130 9018 | 49.6070 3944 | 43 |
| 44 | 46.4499 3923 | 47.3066 5374 | 48.1817 5357 | 49.0787 7030 | 49.9972 4988 | 50.9377 5304 | 44 |
| 45 | 47.5660 6408 | 48.4633 3925 | 49.3825 1088 | 50.3241 6415 | 51.2889 0050 | 52.2773 3806 | 45 |
| 46 | 48.6849 7924 | 49.6248 8371 | 50.5882 7134 | 51.5757 8497 | 52.5880 8575 | 53.6258 5365 | 46 |
| 47 | 49.8066 9169 | 50.7902 9999 | 51.7990 5581 | 52.8336 6390 | 53.8948 4059 | 54.9833 5934 | 47 |
| 48 | 50.9312 0842 | 51.9596 0099 | 53.0148 8521 | 54.0978 3222 | 55.2092 3621 | 56.3499 1507 | 48 |
| 49 | 52.0585 3644 | 53.1327 9966 | 54.2357 8056 | 55.3683 2138 | 56.5312 9009 | 57.7255 8147 | 49 |
| 50 | 53.1886 8278 | 54.3099 0899 | 55.4617 6298 | 56.6451 6299 | 57.8610 5595 | 59.1104 1837 | 50 |

TABLA XII. Monto de una anualidad de 1 por periodo

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

| n | $\frac{1}{4}\%$ | $\frac{1}{2}\%$ | $\frac{3}{4}\%$ | 1% | $1\frac{1}{2}\%$ | 2% | n |
|-----|-----------------|-----------------|-----------------|---------------|------------------|---------------|-----|
| 51 | 54.3216 5449 | 55.4909 4202 | 56.6928 5366 | 57.9283 8880 | 59.1985 7877 | 60.5044 8783 | 51 |
| 52 | 55.4574 5862 | 56.6759 1183 | 57.9290 7388 | 59.2180 3075 | 60.5439 0381 | 61.9078 5108 | 52 |
| 53 | 56.5961 0227 | 57.8648 3154 | 59.1704 4502 | 60.5141 2090 | 61.8970 7659 | 63.3205 7009 | 53 |
| 54 | 57.7375 9252 | 59.0577 1431 | 60.4169 8854 | 61.8166 9150 | 63.2581 4287 | 64.7427 0722 | 54 |
| 55 | 58.8819 3650 | 60.2545 7336 | 61.6687 2600 | 63.1257 7496 | 64.6271 4870 | 66.1743 2527 | 55 |
| 56 | 60.0291 4135 | 61.4554 2194 | 62.9256 7902 | 64.4414 0384 | 66.0041 4040 | 67.6154 8744 | 56 |
| 57 | 61.1792 1420 | 62.6602 7334 | 64.1878 6935 | 65.7636 1086 | 67.3891 6455 | 69.0662 5736 | 57 |
| 58 | 62.3321 6223 | 63.8691 4092 | 65.4553 1381 | 67.0924 2891 | 68.7822 6801 | 70.5266 9907 | 58 |
| 59 | 63.4879 9264 | 65.0820 3806 | 66.7280 4930 | 68.4278 9105 | 70.1834 9791 | 71.9968 7706 | 59 |
| 60 | 64.6467 1262 | 66.2989 7818 | 68.0060 8284 | 69.7700 3051 | 71.5929 0165 | 73.4768 5625 | 60 |
| 61 | 65.8083 2940 | 67.5199 7478 | 69.2894 4152 | 71.1188 8066 | 73.0105 2691 | 74.9667 0195 | 61 |
| 62 | 66.9728 5023 | 68.7450 4136 | 70.5781 4753 | 72.4744 7507 | 74.4364 2165 | 76.4664 7997 | 62 |
| 63 | 68.1402 8235 | 69.9741 9150 | 71.8722 2314 | 73.8368 4744 | 75.8706 3411 | 77.9762 5650 | 63 |
| 64 | 69.3106 3306 | 71.2074 3880 | 73.1716 9074 | 75.2060 3168 | 77.3132 1281 | 79.4960 9821 | 64 |
| 65 | 70.4839 0964 | 72.4447 9693 | 74.4765 7278 | 76.5820 6184 | 78.7642 0655 | 81.0260 7220 | 65 |
| 66 | 71.6601 1942 | 73.6862 7959 | 75.7868 9183 | 77.9649 7215 | 80.2236 6442 | 82.5662 4601 | 66 |
| 67 | 72.8392 6971 | 74.9319 0052 | 77.1026 7055 | 79.3547 9701 | 81.6916 3580 | 84.1166 8765 | 67 |
| 68 | 74.0213 6789 | 76.1816 7352 | 78.4239 3168 | 80.7515 7099 | 83.1681 7034 | 85.6774 6557 | 68 |
| 69 | 75.2064 2131 | 77.4356 1243 | 79.7506 9806 | 82.1553 2885 | 84.6533 1800 | 87.2486 4867 | 69 |
| 70 | 76.3944 3736 | 78.6937 3114 | 81.0829 9264 | 83.5661 0549 | 86.1471 2902 | 88.8303 0633 | 70 |
| 71 | 77.5854 2345 | 79.9560 4358 | 82.4208 3844 | 84.9839 3602 | 87.6496 5394 | 90.4225 0837 | 71 |
| 72 | 78.7793 8701 | 81.2225 6372 | 83.7642 5860 | 86.4088 5570 | 89.1609 4359 | 92.0253 2510 | 72 |
| 73 | 79.9763 3548 | 82.4933 0560 | 85.1132 7634 | 87.8408 9998 | 90.6810 4909 | 93.6388 2726 | 73 |
| 74 | 81.1762 7632 | 83.7682 8329 | 86.4679 1499 | 89.2801 0448 | 92.2100 2188 | 95.2630 8611 | 74 |
| 75 | 82.3792 1701 | 85.0475 1090 | 87.8281 9797 | 90.7265 0500 | 93.7479 1367 | 96.8981 7335 | 75 |
| 76 | 83.5851 6505 | 86.3310 0260 | 89.1941 4880 | 92.1801 3752 | 95.2947 7650 | 98.5441 6118 | 76 |
| 77 | 84.7941 2797 | 87.6187 7261 | 90.5657 9108 | 93.6410 3821 | 96.8506 6270 | 100.2011 2225 | 77 |
| 78 | 86.0061 1329 | 88.9108 3519 | 91.9431 4855 | 95.1092 4340 | 98.4156 2490 | 101.8691 2973 | 78 |
| 79 | 87.2211 2857 | 90.2072 0464 | 93.3262 4500 | 96.5847 8962 | 99.9897 1604 | 103.5482 5726 | 79 |
| 80 | 88.4391 8139 | 91.5078 9532 | 94.7151 0435 | 98.0677 1357 | 101.5729 8939 | 105.2385 7898 | 80 |
| 81 | 89.6602 7934 | 92.8129 2164 | 96.1097 5062 | 99.5580 5214 | 103.1654 9849 | 106.9401 6950 | 81 |
| 82 | 90.8844 3004 | 94.1222 9804 | 97.5102 0792 | 101.0558 4240 | 104.7672 9723 | 108.6531 0397 | 82 |
| 83 | 92.1116 4112 | 95.4360 3904 | 98.9165 0045 | 102.5611 2161 | 106.3784 3980 | 110.3774 5799 | 83 |
| 84 | 93.3419 2022 | 96.7541 5917 | 100.3286 5253 | 104.0739 2722 | 107.9989 8070 | 112.1133 0771 | 84 |
| 85 | 94.5752 7502 | 98.0766 7303 | 101.7466 8859 | 105.5942 9685 | 109.6289 7475 | 113.8607 2977 | 85 |
| 86 | 95.8117 1321 | 99.4035 9527 | 103.1706 3312 | 107.1222 6834 | 111.2684 7710 | 115.6198 0130 | 86 |
| 87 | 97.0512 4249 | 100.7349 4059 | 104.6005 1076 | 108.6578 7968 | 112.9175 4322 | 117.3905 9997 | 87 |
| 88 | 98.2938 7060 | 102.0707 2373 | 106.0363 4622 | 110.2011 6908 | 114.5762 2889 | 119.1732 0397 | 88 |
| 89 | 99.5396 0527 | 103.4109 5947 | 107.4781 6433 | 111.7521 7492 | 116.2445 9022 | 120.9676 9200 | 89 |
| 90 | 100.7884 5429 | 104.7556 6267 | 108.9259 9002 | 113.3109 3580 | 117.9226 8367 | 122.7741 4328 | 90 |
| 91 | 102.0404 2542 | 106.1048 4821 | 110.3798 4831 | 114.8774 9048 | 119.6105 6599 | 124.5926 3757 | 91 |
| 92 | 103.2955 2649 | 107.4585 3104 | 111.8397 6434 | 116.4518 7793 | 121.3082 9429 | 126.4232 5515 | 92 |
| 93 | 104.5537 6530 | 108.8167 2614 | 113.3057 6336 | 118.0341 3732 | 123.0159 2601 | 128.2660 7685 | 93 |
| 94 | 105.8151 4970 | 110.1794 4856 | 114.7778 7071 | 119.6243 0800 | 124.7335 1891 | 130.1211 8403 | 94 |
| 95 | 107.0796 8759 | 111.5467 1339 | 116.2561 1184 | 121.2224 2954 | 126.4611 3110 | 131.9886 5859 | 95 |
| 96 | 108.3473 8681 | 112.9185 3577 | 117.7405 1230 | 122.8285 4169 | 128.1988 2103 | 133.8685 8298 | 96 |
| 97 | 109.6182 5528 | 114.2949 3089 | 119.2310 9777 | 124.4426 8440 | 129.9466 4749 | 135.7610 4020 | 97 |
| 98 | 110.8923 0091 | 115.6759 1399 | 120.7278 9401 | 126.0648 9782 | 131.7046 6960 | 137.6661 1380 | 98 |
| 99 | 112.1695 3167 | 117.0615 0037 | 122.2309 2690 | 127.6952 2231 | 133.4729 4684 | 139.5838 8790 | 99 |
| 100 | 113.4499 5550 | 118.4517 0537 | 123.7402 2243 | 129.3336 9842 | 135.2515 3903 | 141.5144 4715 | 100 |

TABLA XII. Monto de una anualidad de 1 por período

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

| <i>n</i> | $\frac{1}{4}\%$ | $\frac{1}{2}\%$ | $\frac{5}{12}\%$ | $\frac{1}{2}\%$ | $\frac{7}{12}\%$ | $\frac{2}{3}\%$ | <i>n</i> |
|----------|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|------------------|-----------------|----------|
| 101 | 114,7335 8038 | 119,8465 4439 | 125,2558 0669 | 130,9803 6692 | 137,0405 0634 | 143,4578 7680 | 101 |
| 102 | 116,0204 1434 | 121,2460 3287 | 126,7777 0589 | 132,6352 6875 | 138,8399 0929 | 145,4142 6264 | 102 |
| 103 | 117,3104 6537 | 122,6501 8632 | 128,3059 4633 | 134,2984 4509 | 140,6498 0877 | 147,3836 9106 | 103 |
| 104 | 118,6037 4153 | 124,0590 2027 | 129,8405 5444 | 135,9699 3732 | 142,4702 6598 | 149,3662 4900 | 104 |
| 105 | 119,9002 5089 | 125,4725 5034 | 131,3815 5675 | 137,6497 8701 | 144,3013 4253 | 151,3620 2399 | 105 |
| 106 | 121,2000 0152 | 126,8907 9217 | 132,9289 7990 | 139,3380 3594 | 146,1431 0037 | 153,3711 0415 | 106 |
| 107 | 122,5030 0152 | 128,3137 6148 | 134,4828 5065 | 141,0347 2612 | 147,9956 0178 | 155,3935 7818 | 107 |
| 108 | 123,8092 5902 | 129,7414 7402 | 136,0431 9586 | 142,7398 9975 | 149,8589 0946 | 157,4295 3537 | 108 |
| 109 | 125,1187 8217 | 131,1739 4560 | 137,6100 4251 | 144,4535 9925 | 151,7330 8643 | 159,4790 6560 | 109 |
| 110 | 126,4315 7913 | 132,6111 9208 | 139,1834 1769 | 146,1758 6725 | 153,6181 9610 | 161,5422 5937 | 110 |
| 111 | 127,7476 5807 | 134,0532 2939 | 140,7633 4859 | 147,9067 4658 | 155,5143 0225 | 163,6192 0777 | 111 |
| 112 | 129,0670 2722 | 135,5000 7349 | 142,3498 6255 | 149,6462 8032 | 157,4214 6901 | 165,7100 0249 | 112 |
| 113 | 130,3896 9479 | 136,9517 4040 | 143,9429 8697 | 151,3945 1172 | 159,3397 6091 | 167,8147 3584 | 113 |
| 114 | 131,7156 6902 | 138,4082 4620 | 145,5427 4942 | 153,1514 8428 | 161,2692 4285 | 169,9335 0074 | 114 |
| 115 | 133,0449 5820 | 139,8696 0702 | 147,1491 7754 | 154,9172 4170 | 163,2099 8010 | 172,0663 9075 | 115 |
| 116 | 134,3775 7059 | 141,3358 3905 | 148,7622 9911 | 156,6918 2791 | 165,1620 3832 | 174,2135 0002 | 116 |
| 117 | 135,7135 1452 | 142,8069 5851 | 150,3821 4203 | 158,4752 8704 | 167,1254 8354 | 176,3749 2335 | 117 |
| 118 | 137,0527 9830 | 144,2829 8170 | 152,0087 3429 | 160,2676 6348 | 169,1003 8220 | 178,5507 5618 | 118 |
| 119 | 138,3954 3030 | 145,7639 2498 | 153,6421 0401 | 162,0690 0180 | 171,0868 0109 | 180,7410 9455 | 119 |
| 120 | 139,7414 1888 | 147,2498 0473 | 155,2822 7945 | 163,8793 4681 | 173,0848 0743 | 182,9460 3518 | 120 |
| 121 | 141,0907 7242 | 148,7406 3741 | 156,9292 8894 | 165,6987 4354 | 175,0944 6881 | 185,1656 7542 | 121 |
| 122 | 142,4434 9935 | 150,2364 3953 | 158,5831 6098 | 167,5272 3726 | 177,1158 5321 | 187,4001 1325 | 122 |
| 123 | 143,7996 0810 | 151,7372 2766 | 160,2439 2415 | 169,3648 7344 | 179,1490 2902 | 189,6494 4734 | 123 |
| 124 | 145,1591 0712 | 153,2430 1842 | 161,9116 0717 | 171,2116 9781 | 181,1940 6502 | 191,9137 7699 | 124 |
| 125 | 146,5220 0489 | 154,7538 2848 | 163,5862 3887 | 173,0677 5630 | 183,2510 3040 | 194,1932 0217 | 125 |
| 126 | 147,8883 0990 | 156,2696 7458 | 165,2678 4819 | 174,9330 9508 | 185,3199 9475 | 196,4878 2352 | 126 |
| 127 | 149,2580 3068 | 157,7905 7349 | 166,9564 6423 | 176,8077 6056 | 187,4010 2805 | 198,7977 4234 | 127 |
| 128 | 150,6311 7575 | 159,3165 4207 | 168,6521 1616 | 178,6917 9936 | 189,4942 0071 | 201,1230 6062 | 128 |
| 129 | 152,0077 5369 | 160,8475 9721 | 170,3548 3331 | 180,5852 5836 | 191,5995 8355 | 203,4638 8103 | 129 |
| 130 | 153,3877 7308 | 162,3837 5587 | 172,0646 4512 | 182,4881 8465 | 193,7172 4779 | 205,8203 0690 | 130 |
| 131 | 154,7712 4251 | 163,9250 3506 | 173,7815 8114 | 184,4006 2557 | 195,8472 6507 | 208,1924 4228 | 131 |
| 132 | 156,1581 7062 | 165,4714 5184 | 175,5056 7106 | 186,3226 2870 | 197,9897 0745 | 210,5803 9190 | 132 |
| 133 | 157,5485 6604 | 167,0230 2335 | 177,2369 4469 | 188,2542 4184 | 200,1446 4741 | 212,9842 6117 | 133 |
| 134 | 158,9424 3746 | 168,5797 6676 | 178,9754 3196 | 190,1955 1305 | 202,3121 5785 | 215,4041 5625 | 134 |
| 135 | 160,3397 9355 | 170,1416 9931 | 180,7211 6293 | 192,1464 9062 | 204,4923 1210 | 217,8401 8396 | 135 |
| 136 | 161,7406 4304 | 171,7088 3831 | 182,4741 6777 | 194,1072 2307 | 206,6851 8393 | 220,2924 5185 | 136 |
| 137 | 163,1449 9464 | 173,2812 0111 | 184,2344 7680 | 196,0777 5919 | 208,8908 4750 | 222,7610 6820 | 137 |
| 138 | 164,5528 5713 | 174,8588 0511 | 186,0021 2046 | 198,0581 4798 | 211,1093 7744 | 225,2461 4198 | 138 |
| 139 | 165,9642 3927 | 176,4416 6779 | 187,7771 2929 | 200,0484 3872 | 213,3408 4881 | 227,7477 8293 | 139 |
| 140 | 167,3791 4987 | 178,0298 0669 | 189,5595 3400 | 202,0486 8092 | 215,5853 3710 | 230,2661 0148 | 140 |
| 141 | 168,7975 9775 | 179,6232 3937 | 191,3493 6539 | 204,0589 2432 | 217,8429 1823 | 232,8012 0883 | 141 |
| 142 | 170,2195 9174 | 181,2219 8351 | 193,1466 5441 | 206,0792 1894 | 220,1136 6858 | 235,3532 1688 | 142 |
| 143 | 171,6451 4072 | 182,8260 5678 | 194,9514 3214 | 208,1096 1504 | 222,3976 6498 | 237,9222 3833 | 143 |
| 144 | 173,0742 5357 | 184,4354 7697 | 196,7637 2977 | 210,1501 6311 | 224,6949 8470 | 240,5083 8659 | 144 |
| 145 | 174,5069 3921 | 186,0502 6190 | 198,5835 7865 | 212,2009 1393 | 227,0057 0544 | 243,1117 7583 | 145 |
| 146 | 175,9432 0655 | 187,6704 2944 | 200,4110 1023 | 214,2619 1850 | 229,3299 0539 | 245,7325 2100 | 146 |
| 147 | 177,3830 6457 | 189,2959 9753 | 202,2460 5610 | 216,3332 2809 | 231,6676 6317 | 248,3707 3781 | 147 |
| 148 | 178,8255 2223 | 190,9269 8419 | 204,0887 4800 | 218,4148 9423 | 234,0190 5787 | 251,0265 4273 | 148 |
| 149 | 180,2735 8854 | 192,5634 0747 | 205,9391 1778 | 220,5069 6870 | 236,3841 6904 | 253,7000 5301 | 149 |
| 150 | 181,7242 7251 | 194,2052 8550 | 207,7971 9744 | 222,6095 0354 | 238,7630 7670 | 256,3913 8670 | 150 |

TABLA XII. Monto de una anualidad de 1 por período

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

| <i>n</i> | $\frac{3}{4}\%$ | 1% | 1 $\frac{1}{4}\%$ | 1 $\frac{1}{2}\%$ | 1 $\frac{3}{4}\%$ | 2% | <i>n</i> |
|----------|-----------------|--------------|-------------------|-------------------|-------------------|--------------|----------|
| 1 | 1,0000 0000 | 1,0000 0000 | 1,0000 0000 | 1,0000 0000 | 1,0000 0000 | 1,0000 0000 | 1 |
| 2 | 2,0075 0000 | 2,0100 0000 | 2,0125 0000 | 2,0150 0000 | 2,0175 0000 | 2,0200 0000 | 2 |
| 3 | 3,0225 5625 | 3,0301 0000 | 3,0376 5625 | 3,0452 2500 | 3,0528 0625 | 3,0604 0000 | 3 |
| 4 | 4,0452 2542 | 4,0604 0100 | 4,0756 2695 | 4,0909 0338 | 4,1062 3036 | 4,1216 0800 | 4 |
| 5 | 5,0755 6461 | 5,1010 0501 | 5,1265 7229 | 5,1522 6693 | 5,1780 8939 | 5,2040 4016 | 5 |
| 6 | 6,1136 3135 | 6,1520 1506 | 6,1906 5444 | 6,2295 5093 | 6,2687 0596 | 6,3081 2096 | 6 |
| 7 | 7,1594 8358 | 7,2135 3521 | 7,2680 3762 | 7,3229 9419 | 7,3784 0831 | 7,4342 8338 | 7 |
| 8 | 8,2131 7971 | 8,2856 7056 | 8,3588 8809 | 8,4328 3911 | 8,5075 3045 | 8,5829 6905 | 8 |
| 9 | 9,2747 7856 | 9,3685 2727 | 9,4633 7420 | 9,5593 3169 | 9,6564 1224 | 9,7546 2843 | 9 |
| 10 | 10,3443 3940 | 10,4622 1254 | 10,5816 6637 | 10,7027 2167 | 10,8253 9945 | 10,9497 2100 | 10 |
| 11 | 11,4219 2194 | 11,5668 3467 | 11,7139 3720 | 11,8632 6249 | 12,0148 4294 | 12,1687 1542 | 11 |
| 12 | 12,5075 8636 | 12,6825 0301 | 12,8603 6142 | 13,0412 1143 | 13,2251 0371 | 13,4120 8973 | 12 |
| 13 | 13,6013 9325 | 13,8093 2804 | 14,0211 1594 | 14,2368 2960 | 14,4565 4303 | 14,6803 3152 | 13 |
| 14 | 14,7034 0370 | 14,9474 2132 | 15,1963 7988 | 15,4503 8205 | 15,7095 3253 | 15,9739 3815 | 14 |
| 15 | 15,8136 7923 | 16,0968 9554 | 16,3863 3463 | 16,6821 3778 | 16,9844 4935 | 17,2934 1692 | 15 |
| 16 | 16,9322 8183 | 17,2578 6449 | 17,5911 6382 | 17,9323 6984 | 18,2816 7721 | 18,6392 8525 | 16 |
| 17 | 18,0592 7394 | 18,4304 4314 | 18,8110 5336 | 19,2013 5539 | 19,6016 0656 | 20,0120 7096 | 17 |
| 18 | 19,1947 1849 | 19,6147 4757 | 20,0461 9153 | 20,4893 7572 | 20,9446 3468 | 21,4123 1238 | 18 |
| 19 | 20,3386 7888 | 20,8108 9504 | 21,2967 6893 | 21,7967 1636 | 22,3111 6578 | 22,8405 5863 | 19 |
| 20 | 21,4912 1897 | 22,0190 0399 | 22,5629 7854 | 23,1236 6710 | 23,7016 1119 | 24,2973 6980 | 20 |
| 21 | 22,6524 0312 | 23,2391 9403 | 23,8450 1577 | 24,4705 2211 | 25,1163 8938 | 25,7833 1719 | 21 |
| 22 | 23,8222 9614 | 24,4715 8598 | 25,1430 7847 | 25,8375 7994 | 26,5559 2620 | 27,2989 8354 | 22 |
| 23 | 25,0009 6336 | 25,7163 0183 | 26,4573 6695 | 27,2251 4364 | 28,0206 5490 | 28,8449 6321 | 23 |
| 24 | 26,1884 7059 | 26,9734 6485 | 27,7880 8403 | 28,6335 2080 | 29,5110 1637 | 30,4218 6247 | 24 |
| 25 | 27,3848 8412 | 28,2431 9950 | 29,1354 3508 | 30,0630 2361 | 31,0274 5915 | 32,0302 9972 | 25 |
| 26 | 28,5902 7075 | 29,5256 3150 | 30,4996 2802 | 31,5139 6896 | 32,5704 3969 | 33,6709 0572 | 26 |
| 27 | 29,8046 9778 | 30,8208 8781 | 31,8808 7337 | 32,9866 7850 | 34,1404 2238 | 35,3443 2383 | 27 |
| 28 | 31,0282 3301 | 32,1290 9669 | 33,2793 8429 | 34,4814 7867 | 35,7378 7977 | 37,0512 1031 | 28 |
| 29 | 32,2609 4476 | 33,4503 8766 | 34,6953 7659 | 35,9987 0085 | 37,3632 9267 | 38,7922 3451 | 29 |
| 30 | 33,5029 0184 | 34,7848 9153 | 36,1290 6880 | 37,5386 8137 | 39,0171 5029 | 40,5680 7921 | 30 |
| 31 | 34,7541 7361 | 36,1327 4045 | 37,5806 8216 | 39,1017 6159 | 40,6999 5042 | 42,3794 4079 | 31 |
| 32 | 36,0148 2991 | 37,4940 6785 | 39,0504 4069 | 40,6882 8801 | 42,4121 9955 | 44,2270 2961 | 32 |
| 33 | 37,2849 4113 | 38,8690 0853 | 40,5385 7120 | 42,2986 1233 | 44,1544 1305 | 46,1115 7020 | 33 |
| 34 | 38,5645 7819 | 40,2576 9862 | 42,0453 0334 | 43,9330 9152 | 45,9271 1527 | 48,0338 0160 | 34 |
| 35 | 39,8538 1253 | 41,6602 7560 | 43,5708 6963 | 45,5920 8789 | 47,7308 3979 | 49,9944 7763 | 35 |
| 36 | 41,1527 1612 | 43,0768 7836 | 45,1155 0550 | 47,2759 6921 | 49,5661 2949 | 51,9943 6719 | 36 |
| 37 | 42,4613 6149 | 44,5076 4714 | 46,6794 4932 | 48,9851 0874 | 51,4335 3675 | 54,0342 5453 | 37 |
| 38 | 43,7798 2170 | 45,9527 2361 | 48,2926 4243 | 50,7198 8538 | 53,3336 2365 | 56,1149 3962 | 38 |
| 39 | 45,1081 7037 | 47,4122 5085 | 49,8862 2921 | 52,4806 8366 | 55,2669 6206 | 58,2372 3841 | 39 |
| 40 | 46,4464 8164 | 48,8863 7336 | 51,4895 5708 | 54,2678 9391 | 57,2341 3390 | 60,4019 8318 | 40 |
| 41 | 47,7948 3026 | 50,3752 3709 | 53,1331 7654 | 56,0819 1232 | 59,2357 3124 | 62,6100 2284 | 41 |
| 42 | 49,1532 9148 | 51,8789 8946 | 54,7973 4125 | 57,9231 4100 | 61,2723 5654 | 64,8622 2330 | 42 |
| 43 | 50,5219 4117 | 53,3977 7936 | 56,4823 0801 | 59,7919 8812 | 63,3446 2278 | 67,1594 6777 | 43 |
| 44 | 51,9008 5573 | 54,9317 5715 | 58,1883 3687 | 61,6888 6794 | 65,4531 5367 | 69,5026 5712 | 44 |
| 45 | 53,2901 1215 | 56,4810 7472 | 59,9156 9108 | 63,6142 0096 | 67,5985 8386 | 71,8927 1027 | 45 |

TABLA XII. Monto de una anualidad de 1 por período

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

| n | $\frac{3}{4}\%$ | 1% | 1 $\frac{1}{4}\%$ | 1 $\frac{1}{2}\%$ | 1 $\frac{3}{4}\%$ | 2% | n |
|-----|-----------------|---------------|-------------------|-------------------|-------------------|---------------|-----|
| 51 | 61,8472 1424 | 66,1078 1401 | 70,7428 1226 | 75,7880 7046 | 81,2830 1361 | 87,2709 8948 | 51 |
| 52 | 63,3110 6835 | 67,7688 9215 | 72,6270 9741 | 77,9248 9152 | 83,7054 6635 | 90,0164 0927 | 52 |
| 53 | 64,7859 0136 | 69,4465 8107 | 74,5349 3613 | 80,0937 6489 | 86,1703 1201 | 92,8167 3746 | 53 |
| 54 | 66,2717 9562 | 71,1410 4688 | 76,4666 2283 | 82,2951 7136 | 88,6782 9247 | 95,6730 7221 | 54 |
| 55 | 67,7688 3409 | 72,8524 5735 | 78,4224 5562 | 84,5295 9893 | 91,2301 6259 | 98,5865 3365 | 55 |
| 56 | 69,2771 0035 | 74,5809 8192 | 80,4027 3631 | 86,7975 4292 | 93,8266 9043 | 101,5582 6432 | 56 |
| 57 | 70,7966 7860 | 76,3267 9174 | 82,4077 7052 | 89,0995 0606 | 96,4686 5752 | 104,5894 2961 | 57 |
| 58 | 72,3276 5369 | 78,0900 5966 | 84,4378 6765 | 91,4359 9865 | 99,1568 5902 | 107,6812 1820 | 58 |
| 59 | 73,8701 1109 | 79,8709 6025 | 86,4933 4099 | 93,8075 3863 | 101,8921 0405 | 110,8348 4257 | 59 |
| 60 | 75,4241 3693 | 81,6696 6986 | 88,5745 0776 | 96,2146 5171 | 104,6752 1588 | 114,0515 3942 | 60 |
| 61 | 76,9898 1795 | 83,4863 6655 | 90,6816 8910 | 98,6578 7149 | 107,5070 3215 | 117,3325 7021 | 61 |
| 62 | 78,5672 4159 | 85,3212 3022 | 92,8152 1022 | 101,1377 3956 | 110,3884 0522 | 120,6792 2161 | 62 |
| 63 | 80,1564 9590 | 87,1744 4252 | 94,9754 0034 | 103,6548 0565 | 113,3202 0231 | 124,0928 0604 | 63 |
| 64 | 81,7576 6962 | 89,0461 8695 | 97,1625 9285 | 106,2096 2774 | 116,3033 0585 | 127,5746 6216 | 64 |
| 65 | 83,3708 5214 | 90,9366 4882 | 99,3771 2526 | 108,8027 7215 | 119,3386 1370 | 131,1261 5541 | 65 |
| 66 | 84,9961 3353 | 92,8460 1531 | 101,6193 3933 | 111,4348 1374 | 122,4270 3944 | 134,7486 7852 | 66 |
| 67 | 86,6336 0453 | 94,7744 7546 | 103,8895 8107 | 114,1063 3594 | 125,5695 1263 | 138,4436 5209 | 67 |
| 68 | 88,2833 5657 | 96,7222 2021 | 106,1882 0083 | 116,8179 3098 | 128,7669 7910 | 142,2125 2513 | 68 |
| 69 | 89,9454 8174 | 98,6894 4242 | 108,5155 5334 | 119,5701 9995 | 132,0204 0124 | 146,0567 7563 | 69 |
| 70 | 91,6200 7285 | 100,6763 3684 | 110,8719 9776 | 122,3637 5295 | 135,3307 5826 | 149,9779 1114 | 70 |
| 71 | 93,3072 2340 | 102,6831 0021 | 113,2578 9773 | 125,1992 0924 | 138,6990 4653 | 153,9774 6937 | 71 |
| 72 | 95,0070 2758 | 104,7099 3121 | 115,6736 2145 | 128,0771 9738 | 142,1262 7984 | 158,0570 1875 | 72 |
| 73 | 96,7195 8028 | 106,7570 3052 | 118,1195 4172 | 130,9983 5534 | 145,6134 8974 | 162,2181 5913 | 73 |
| 74 | 98,4449 7714 | 108,8246 0083 | 120,5960 3599 | 133,9633 3067 | 149,1617 2581 | 166,4625 2231 | 74 |
| 75 | 100,1833 1446 | 110,9128 4684 | 123,1034 8644 | 136,9727 8063 | 152,7720 5601 | 170,7917 7276 | 75 |
| 76 | 101,9346 8932 | 113,0219 7530 | 125,6422 8002 | 140,0273 7234 | 156,4455 6699 | 175,2076 0821 | 76 |
| 77 | 103,6991 9949 | 115,1521 9506 | 128,2128 0852 | 143,1277 8292 | 160,1833 6441 | 179,7117 6038 | 77 |
| 78 | 105,4769 4349 | 117,3037 1701 | 130,8154 6863 | 146,2746 9967 | 163,9865 7329 | 184,3059 9558 | 78 |
| 79 | 107,2680 2056 | 119,4767 5418 | 133,4506 6199 | 149,4688 2016 | 167,8563 3832 | 188,9921 1549 | 79 |
| 80 | 109,0725 3072 | 121,6715 2172 | 136,1187 9526 | 152,7108 5247 | 171,7938 2424 | 193,7719 5780 | 80 |
| 81 | 110,8905 7470 | 123,8882 3694 | 138,8202 8020 | 156,0015 1525 | 175,8002 1617 | 198,6473 9696 | 81 |
| 82 | 112,7222 5401 | 126,1271 1931 | 141,5555 3370 | 159,3415 3798 | 179,8767 1995 | 203,6203 4490 | 82 |
| 83 | 114,5676 7091 | 128,3883 9050 | 144,3249 7787 | 162,7316 6105 | 184,0245 6255 | 208,6927 5180 | 83 |
| 84 | 116,4269 2845 | 130,6722 7440 | 147,1290 4010 | 166,1726 3597 | 188,2449 9239 | 213,8666 0683 | 84 |
| 85 | 118,3001 3041 | 132,9789 9715 | 149,9681 5310 | 169,6652 2551 | 192,5392 7976 | 219,1439 3897 | 85 |
| 86 | 120,1873 8139 | 135,3087 8712 | 152,8427 5501 | 173,2102 0389 | 196,9087 1716 | 224,5268 1775 | 86 |
| 87 | 122,0887 8675 | 137,6618 7499 | 155,7532 8945 | 176,8083 5695 | 201,3546 1971 | 230,0173 8523 | 87 |
| 88 | 124,0044 5265 | 140,0384 9374 | 158,7002 0557 | 180,4604 8230 | 205,8783 2555 | 235,6177 0119 | 88 |
| 89 | 125,9344 8604 | 142,4388 7868 | 161,6839 5814 | 184,1673 8954 | 210,4811 9625 | 241,3300 5521 | 89 |
| 90 | 127,8789 9469 | 144,8632 6746 | 164,7050 0762 | 187,9299 0038 | 215,1646 1718 | 247,1566 5632 | 90 |
| 91 | 129,8380 8715 | 147,3119 0014 | 167,7638 2021 | 191,7488 4889 | 219,9299 9798 | 253,0997 8944 | 91 |
| 92 | 131,8118 7280 | 149,7850 1914 | 170,8608 6796 | 195,6250 8162 | 224,7787 7295 | 259,1617 8523 | 92 |
| 93 | 133,8004 6185 | 152,2828 6933 | 173,9966 2881 | 199,5594 5784 | 229,7124 0148 | 265,3450 2094 | 93 |
| 94 | 135,8039 6531 | 154,8056 9803 | 177,1715 8667 | 203,5528 4971 | 234,7323 6850 | 271,6519 2135 | 94 |
| 95 | 137,8224 9505 | 157,3537 5501 | 180,3862 3151 | 207,6061 4246 | 239,8401 8495 | 278,0849 5978 | 95 |
| 96 | 139,8561 6377 | 159,9272 9256 | 183,6410 5940 | 211,7202 3459 | 245,0373 8819 | 284,6466 5898 | 96 |
| 97 | 141,9050 8499 | 162,5265 6548 | 186,9365 7264 | 215,8960 3811 | 250,3255 4248 | 291,3395 9216 | 97 |
| 98 | 143,9693 7313 | 165,1518 3114 | 190,2732 7980 | 220,1344 7868 | 255,7062 3947 | 298,1663 8400 | 98 |
| 99 | 146,0491 4343 | 167,8033 4945 | 193,6516 9580 | 224,4364 9586 | 261,1810 9866 | 305,1297 1168 | 99 |
| 100 | 148,1445 1201 | 170,4813 8294 | 197,0723 4200 | 228,8030 4330 | 266,7517 6789 | 312,2323 0591 | 100 |

TABLA XII. Monto de una anualidad de 1 por período

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

| n | 2½% | 3% | 3½% | 4% | 4½% | 5% | n |
|----|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|----|
| 1 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1 |
| 2 | 2.0250 0000 | 2.0300 0000 | 2.0350 0000 | 2.0400 0000 | 2.0450 0000 | 2.0500 0000 | 2 |
| 3 | 3.0756 2500 | 3.0909 0000 | 3.1062 2500 | 3.1216 0000 | 3.1370 2500 | 3.1525 0000 | 3 |
| 4 | 4.1525 1563 | 4.1836 2700 | 4.2149 4288 | 4.2464 6400 | 4.2781 9113 | 4.3101 2500 | 4 |
| 5 | 5.2563 2852 | 5.3091 3581 | 5.3624 6588 | 5.4163 2256 | 5.4707 0973 | 5.5256 3125 | 5 |
| 6 | 6.3877 3673 | 6.4684 0988 | 6.5501 5218 | 6.6329 7546 | 6.7168 9166 | 6.8019 1281 | 6 |
| 7 | 7.5474 3015 | 7.6624 6218 | 7.7794 0751 | 7.8982 9448 | 8.0191 5179 | 8.1420 0845 | 7 |
| 8 | 8.7361 1590 | 8.8923 3605 | 9.0516 8677 | 9.2142 2626 | 9.3800 1362 | 9.5491 0888 | 8 |
| 9 | 9.9545 1880 | 10.1591 0613 | 10.3684 9581 | 10.5827 9531 | 10.8021 1423 | 11.0265 6432 | 9 |
| 10 | 11.2033 8177 | 11.4638 7931 | 11.7313 9316 | 12.0061 0712 | 12.2882 0937 | 12.5778 9254 | 10 |
| 11 | 12.4834 6631 | 12.8077 9569 | 13.1419 9192 | 13.4863 5141 | 13.8411 7879 | 14.2067 8716 | 11 |
| 12 | 13.7955 5297 | 14.1920 2956 | 14.6019 6164 | 15.0258 0546 | 15.4640 3184 | 15.9171 2652 | 12 |
| 13 | 15.1404 4179 | 15.6177 9045 | 16.1130 3030 | 16.6268 3768 | 17.1599 1327 | 17.7129 8285 | 13 |
| 14 | 16.5189 5284 | 17.0863 2416 | 17.6769 8636 | 18.2919 1119 | 18.9321 0937 | 19.5986 3199 | 14 |
| 15 | 17.9319 2666 | 18.5989 1389 | 19.2956 8088 | 20.0235 8764 | 20.7840 5429 | 21.5785 6359 | 15 |
| 16 | 19.3802 2483 | 20.1568 8130 | 20.9710 2971 | 21.8245 3114 | 22.7193 3673 | 23.6574 9177 | 16 |
| 17 | 20.8647 3045 | 21.7615 8774 | 22.7050 1575 | 23.6975 1239 | 24.7417 0689 | 25.8403 6636 | 17 |
| 18 | 22.3863 4871 | 23.4144 3537 | 24.4996 9130 | 25.6454 1288 | 26.8550 8370 | 28.1323 8467 | 18 |
| 19 | 23.9460 0743 | 25.1168 6844 | 26.3571 8050 | 27.6712 2940 | 29.0635 6246 | 30.5390 0391 | 19 |
| 20 | 25.5446 5761 | 26.8703 7449 | 28.2796 8181 | 29.7780 7858 | 31.3714 2277 | 33.0659 5410 | 20 |
| 21 | 27.1832 7405 | 28.6764 8572 | 30.2694 7068 | 31.9692 0172 | 33.7831 3680 | 35.7192 5181 | 21 |
| 22 | 28.8628 5590 | 30.5367 8030 | 32.3289 0215 | 34.2479 6979 | 36.3033 7795 | 38.5052 1440 | 22 |
| 23 | 30.5844 2730 | 32.4528 8370 | 34.4604 1373 | 36.6178 8858 | 38.9370 2996 | 41.4304 7512 | 23 |
| 24 | 32.3490 3798 | 34.4264 7022 | 36.6665 2821 | 39.0826 0412 | 41.6891 9631 | 44.5019 9887 | 24 |
| 25 | 34.1577 6393 | 36.4592 6432 | 38.9498 5669 | 41.6459 0829 | 44.5652 1015 | 47.7270 9882 | 25 |
| 26 | 36.0117 0803 | 38.5530 4225 | 41.3131 0168 | 44.3117 4462 | 47.5706 4460 | 51.1134 5376 | 26 |
| 27 | 37.9120 0073 | 40.7096 3352 | 43.7590 6024 | 47.0842 1440 | 50.7113 2361 | 54.6691 2645 | 27 |
| 28 | 39.8598 0075 | 42.9309 2252 | 46.2906 2734 | 49.9675 8298 | 53.9933 3317 | 58.4025 8277 | 28 |
| 29 | 41.8562 9577 | 45.2188 5020 | 48.9107 9930 | 52.9662 8630 | 57.4230 3316 | 62.3227 1191 | 29 |
| 30 | 43.9027 0316 | 47.5754 1571 | 51.6226 7728 | 56.0849 3775 | 61.0070 6966 | 66.4388 4750 | 30 |
| 31 | 46.0002 7074 | 50.0026 7818 | 54.4294 7098 | 59.3283 3526 | 64.7523 8779 | 70.7607 8988 | 31 |
| 32 | 48.1502 7751 | 52.5027 5852 | 57.3345 0247 | 62.7014 6867 | 68.6662 4524 | 75.2988 2937 | 32 |
| 33 | 50.3540 3445 | 55.0778 4128 | 60.3412 1005 | 66.2095 2742 | 72.7562 2628 | 80.0637 7084 | 33 |
| 34 | 52.6128 8531 | 57.7301 7652 | 63.4531 5240 | 69.8579 0851 | 77.0302 5646 | 85.0669 5938 | 34 |
| 35 | 54.9282 0744 | 60.4620 8181 | 66.6740 1274 | 73.6522 2486 | 81.4966 1800 | 90.3203 0735 | 35 |
| 36 | 57.3014 1263 | 63.2759 4427 | 70.0076 0318 | 77.5983 1385 | 86.1639 6581 | 95.8363 2272 | 36 |
| 37 | 59.7339 4794 | 66.1742 2259 | 73.4578 6930 | 81.7022 4640 | 91.0413 4427 | 101.6281 3886 | 37 |
| 38 | 62.2272 9664 | 69.1594 4927 | 77.0288 9472 | 85.9703 3626 | 96.1382 0476 | 107.7095 4580 | 38 |
| 39 | 64.7829 7906 | 72.2342 3275 | 80.7249 0604 | 90.4091 4971 | 101.4644 2398 | 114.0950 2309 | 39 |
| 40 | 67.4025 5354 | 75.4012 5973 | 84.5502 7775 | 95.0255 1570 | 107.0303 2306 | 120.7997 7424 | 40 |
| 41 | 70.0876 1737 | 78.6632 9753 | 88.5095 3747 | 99.8265 3633 | 112.8466 8760 | 127.8397 6295 | 41 |
| 42 | 72.8398 0781 | 82.0231 9645 | 92.6073 7128 | 104.8195 9778 | 118.9247 8854 | 135.2317 5110 | 42 |
| 43 | 75.6608 0300 | 85.4838 9234 | 96.8486 2928 | 110.0123 8169 | 125.2764 0402 | 142.9933 3866 | 43 |
| 44 | 78.5523 2308 | 89.0484 0911 | 101.2383 3130 | 115.4128 7696 | 131.9138 4220 | 151.1430 0559 | 44 |
| 45 | 81.5161 3116 | 92.7198 6139 | 105.7816 7290 | 121.0293 9204 | 138.8499 6510 | 159.7001 5587 | 45 |
| 46 | 84.5540 3443 | 96.5014 5723 | 110.4840 3145 | 126.8705 6772 | 146.0982 1353 | 168.6851 6366 | 46 |
| 47 | 87.6678 8530 | 100.3965 0095 | 115.3509 7255 | 132.9453 9043 | 153.6726 3314 | 178.1194 2185 | 47 |
| 48 | 90.8595 8243 | 104.4083 9598 | 120.3882 5659 | 139.2632 0604 | 161.5879 0163 | 188.0253 9294 | 48 |
| 49 | 94.1310 7199 | 108.5406 4785 | 125.6018 4557 | 145.8337 3429 | 169.8593 5720 | 198.4266 6259 | 49 |
| 50 | 97.4843 4879 | 112.7968 6729 | 130.9979 1016 | 152.6670 8366 | 178.5030 2828 | 209.3479 9572 | 50 |

TABLA XII. Monto de una anualidad de 1 por período

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

| n | 2½% | 3% | 3½% | 4% | 4½% | 5% | n |
|-----|---------------|---------------|---------------|----------------|----------------|----------------|-----|
| 51 | 100.9214 5751 | 117.1807 7331 | 136.5828 3702 | 159.7737 6700 | 187.5356 6455 | 220.8153 9550 | 51 |
| 52 | 104.4444 9395 | 121.6961 9651 | 142.3632 3631 | 167.1647 1768 | 196.9747 6946 | 232.8561 6528 | 52 |
| 53 | 108.0556 0629 | 126.3470 8240 | 148.3459 4958 | 174.8513 0639 | 206.8386 3408 | 245.4989 7354 | 53 |
| 54 | 111.7569 9645 | 131.1374 9488 | 154.5380 5782 | 182.8453 5865 | 217.1463 7262 | 258.7739 2222 | 54 |
| 55 | 115.5509 2136 | 136.0716 1972 | 160.9468 8984 | 191.1591 7299 | 227.9179 5938 | 272.7126 1833 | 55 |
| 56 | 119.4396 9440 | 141.1537 6831 | 167.5800 3099 | 199.8055 3991 | 239.1742 6756 | 287.3482 4024 | 56 |
| 57 | 123.4256 8676 | 146.3883 8136 | 174.4453 3207 | 208.7977 6151 | 250.9371 0960 | 302.7156 6171 | 57 |
| 58 | 127.5113 2893 | 151.7800 3280 | 181.5509 1869 | 218.1496 7197 | 263.2292 7953 | 318.8514 4479 | 58 |
| 59 | 131.6991 1215 | 157.3334 3379 | 188.9052 0085 | 227.8756 5885 | 276.0745 9711 | 335.7940 1703 | 59 |
| 60 | 135.9915 8995 | 163.0534 3680 | 196.5168 8288 | 237.9906 8520 | 289.4979 5398 | 353.5837 1788 | 60 |
| 61 | 140.3913 7970 | 168.9450 3991 | 204.3949 7378 | 248.5103 1261 | 303.5253 6190 | 372.2629 0378 | 61 |
| 62 | 144.9011 6419 | 175.0133 9110 | 212.5487 9786 | 259.4507 2511 | 318.1840 0319 | 391.8760 4897 | 62 |
| 63 | 149.5236 9330 | 181.2637 9284 | 220.9880 0579 | 270.8287 5412 | 333.5022 8333 | 412.4698 5141 | 63 |
| 64 | 154.2617 8563 | 187.7017 0662 | 229.7225 8599 | 282.6619 0428 | 349.5098 8608 | 434.0933 4398 | 64 |
| 65 | 159.1183 3027 | 194.3327 5782 | 238.7628 7650 | 294.9683 8045 | 366.2378 3096 | 456.7980 1118 | 65 |
| 66 | 164.0962 8853 | 201.1627 4055 | 248.1195 7718 | 307.7671 1567 | 383.7185 3335 | 480.6379 1174 | 66 |
| 67 | 169.1986 9574 | 208.1976 2277 | 257.8037 6238 | 321.0778 0030 | 401.9858 6735 | 505.6698 0733 | 67 |
| 68 | 174.4286 6314 | 215.4435 5145 | 267.8268 9406 | 334.9209 1231 | 421.0752 3138 | 531.9532 9770 | 68 |
| 69 | 179.7893 7971 | 222.9068 5800 | 278.2008 3535 | 349.3177 4880 | 441.0236 1679 | 559.5509 6258 | 69 |
| 70 | 185.2841 1421 | 230.5940 6374 | 288.9378 6459 | 364.2904 5876 | 461.8696 7955 | 588.5285 1071 | 70 |
| 71 | 190.9162 1706 | 238.5118 8565 | 300.0506 8985 | 379.8620 7711 | 483.6538 1513 | 618.9549 3625 | 71 |
| 72 | 196.6891 2249 | 246.6672 4222 | 311.5524 6400 | 396.0565 6019 | 506.4182 8681 | 650.9026 8306 | 72 |
| 73 | 202.6063 5055 | 255.0672 5949 | 323.4568 0024 | 412.8988 2260 | 530.2070 5747 | 684.4478 1721 | 73 |
| 74 | 208.6715 0931 | 263.7192 7727 | 335.7777 8824 | 430.4147 7550 | 555.0663 7505 | 719.6702 0807 | 74 |
| 75 | 214.8882 9705 | 272.6308 5559 | 348.5300 1083 | 448.6313 6652 | 581.0443 6193 | 756.0537 1848 | 75 |
| 76 | 221.2605 0447 | 281.8097 8126 | 361.7285 6121 | 467.5766 2118 | 608.1913 5822 | 795.4864 0440 | 76 |
| 77 | 227.7920 1709 | 291.2640 7469 | 375.3890 6085 | 487.2796 8603 | 636.5599 6934 | 836.2607 2462 | 77 |
| 78 | 234.4868 1751 | 301.0019 9693 | 389.5276 7798 | 507.7708 7347 | 666.2051 6796 | 879.0737 6085 | 78 |
| 79 | 241.3489 8795 | 311.0320 5684 | 404.1611 4671 | 529.0817 0841 | 697.1844 0052 | 924.0274 4889 | 79 |
| 80 | 248.3827 1265 | 321.3630 1855 | 419.3067 8685 | 551.2449 7675 | 729.5576 9854 | 971.2288 2134 | 80 |
| 81 | 255.5922 8047 | 332.0039 0910 | 434.9825 2439 | 574.2947 7582 | 763.3877 9497 | 1020.7902 6240 | 81 |
| 82 | 262.9820 8748 | 342.9640 2638 | 451.2069 1274 | 598.2665 6685 | 798.7402 4575 | 1072.8297 7552 | 82 |
| 83 | 270.5566 3966 | 354.2529 4717 | 467.9991 5469 | 623.1972 2952 | 835.6835 5680 | 1127.4712 6430 | 83 |
| 84 | 278.3205 5566 | 365.8805 3558 | 485.3791 2510 | 649.1251 1870 | 874.2893 1686 | 1184.8448 2752 | 84 |
| 85 | 286.2785 6955 | 377.8569 5165 | 503.3673 9448 | 676.0901 2345 | 914.6323 3612 | 1245.0870 6889 | 85 |
| 86 | 294.4355 3379 | 390.1926 6020 | 521.9852 5329 | 704.1337 2839 | 956.7907 9125 | 1308.3414 2234 | 86 |
| 87 | 302.7964 2213 | 402.8984 4001 | 541.2547 3715 | 733.2990 7753 | 1000.8463 7685 | 1374.7584 5345 | 87 |
| 88 | 311.3663 3268 | 415.9853 9321 | 561.1986 5295 | 763.6310 4063 | 1046.8844 6381 | 1444.4964 1812 | 88 |
| 89 | 320.1504 9100 | 429.4649 5500 | 581.8406 0581 | 795.1762 8225 | 1094.9942 6458 | 1517.7212 3903 | 89 |
| 90 | 329.1542 5328 | 443.3489 0365 | 603.2050 2701 | 827.9833 3354 | 1145.2690 0659 | 1594.6073 0098 | 90 |
| 91 | 338.3831 0961 | 457.6493 7076 | 625.3172 0295 | 862.1026 6688 | 1197.8061 1189 | 1675.3376 6603 | 91 |
| 92 | 347.8426 8735 | 472.3788 5189 | 648.2033 0506 | 897.5867 7356 | 1252.7073 8692 | 1760.1045 4933 | 92 |
| 93 | 357.5387 5453 | 487.5502 1744 | 671.8904 2073 | 934.4902 4450 | 1310.0792 1933 | 1849.1097 7680 | 93 |
| 94 | 367.4772 2339 | 503.1767 2397 | 696.4065 8546 | 972.8698 5428 | 1370.0327 8420 | 1942.5652 6564 | 94 |
| 95 | 377.6641 5398 | 519.2720 2568 | 721.7808 1595 | 1012.7846 4845 | 1432.6842 5949 | 2040.6935 2892 | 95 |
| 96 | 388.1057 5783 | 535.8501 8645 | 748.0431 4451 | 1054.2960 3439 | 1498.1550 5117 | 2143.7282 0537 | 96 |
| 97 | 398.8084 0177 | 552.9256 9205 | 775.2246 5457 | 1097.4678 7577 | 1566.5720 2847 | 2251.9146 1564 | 97 |
| 98 | 409.7786 1182 | 570.5134 6281 | 803.3575 1748 | 1142.3665 9080 | 1638.0677 6976 | 2365.5103 4642 | 98 |
| 99 | 421.0230 7711 | 588.6288 6669 | 832.4750 3059 | 1189.0612 5443 | 1712.7808 1939 | 2484.7858 6374 | 99 |
| 100 | 432.5486 5404 | 607.2877 3270 | 862.6116 5666 | 1237.6237 0461 | 1790.8559 5627 | 2610.0251 5693 | 100 |

TABLA XII. Monto de una anualidad de 1 por período

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

| n | 5½% | 6% | 6½% | 7% | 7½% | 8% | n |
|----|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|----|
| 1 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1 |
| 2 | 2.0550 0000 | 2.0600 0000 | 2.0650 0000 | 2.0700 0000 | 2.0750 0000 | 2.0800 0000 | 2 |
| 3 | 3.1680 2500 | 3.1836 0000 | 3.1992 2500 | 3.2149 0000 | 3.2306 2500 | 3.2464 0000 | 3 |
| 4 | 4.3422 6638 | 4.3746 1600 | 4.4071 7463 | 4.4399 4300 | 4.4729 2188 | 4.5061 1200 | 4 |
| 5 | 5.5810 9103 | 5.6370 9296 | 5.6936 4098 | 5.7507 3901 | 5.8083 9102 | 5.8666 0096 | 5 |
| 6 | 6.8880 5103 | 6.9753 1854 | 7.0637 2764 | 7.1532 9074 | 7.2440 2034 | 7.3359 2904 | 6 |
| 7 | 8.2668 9384 | 8.3938 3765 | 8.5228 6994 | 8.6540 2109 | 8.7873 2187 | 8.9228 0336 | 7 |
| 8 | 9.7215 7300 | 9.8974 6791 | 10.0768 5648 | 10.2598 0257 | 10.4463 7101 | 10.6366 2763 | 8 |
| 9 | 11.2562 5951 | 11.4913 1598 | 11.7318 5215 | 11.9779 8875 | 12.2298 4883 | 12.4875 5784 | 9 |
| 10 | 12.8753 5379 | 13.1807 9494 | 13.4944 2254 | 13.8164 4796 | 14.1470 8750 | 14.4865 6247 | 10 |
| 11 | 14.5834 9825 | 14.9716 4264 | 15.3715 6001 | 15.7835 9932 | 16.2081 1906 | 16.6454 8746 | 11 |
| 12 | 16.3855 9065 | 16.8699 4120 | 17.3707 1141 | 17.8884 5127 | 18.4237 2799 | 18.9771 2646 | 12 |
| 13 | 18.2867 9814 | 18.8821 3767 | 19.4998 0765 | 20.1406 4286 | 20.8055 0759 | 21.4952 9658 | 13 |
| 14 | 20.2925 7203 | 21.0150 6593 | 21.7672 9515 | 22.5504 8786 | 23.3659 2066 | 24.2149 2030 | 14 |
| 15 | 22.4086 6350 | 23.2759 6988 | 24.1821 6933 | 25.1290 2201 | 26.1183 6470 | 27.1521 1393 | 15 |
| 16 | 24.6411 3999 | 25.6725 2808 | 26.7540 1034 | 27.8880 5355 | 29.0772 4206 | 30.3242 8304 | 16 |
| 17 | 26.9964 0269 | 28.2128 7976 | 29.4930 2101 | 30.8402 1730 | 32.2580 3521 | 33.7502 2569 | 17 |
| 18 | 29.4812 0483 | 30.9056 5255 | 32.4100 6738 | 33.9990 3251 | 35.6773 8785 | 37.4502 4374 | 18 |
| 19 | 32.1026 7110 | 33.7599 9170 | 35.5167 2176 | 37.3789 6479 | 39.3531 9194 | 41.4462 6324 | 19 |
| 20 | 34.8683 1801 | 36.7855 9120 | 38.8253 0867 | 40.9954 9232 | 43.3046 8134 | 45.7619 6430 | 20 |
| 21 | 37.7860 7550 | 39.9927 2668 | 42.3489 5373 | 44.8651 7678 | 47.5525 3244 | 50.4229 2144 | 21 |
| 22 | 40.8643 0965 | 43.3922 9028 | 46.1016 3573 | 49.0057 3916 | 52.1189 7237 | 55.4567 5516 | 22 |
| 23 | 44.1118 4669 | 46.9958 2769 | 50.0982 4205 | 53.4361 4090 | 57.0278 9530 | 60.8932 9557 | 23 |
| 24 | 47.5379 9825 | 50.8155 7735 | 54.3546 2778 | 58.1766 7076 | 62.3049 8744 | 66.7647 5922 | 24 |
| 25 | 51.1525 8816 | 54.8645 1200 | 58.8876 7859 | 63.2490 3772 | 67.9778 6150 | 73.1059 3995 | 25 |
| 26 | 54.9659 8051 | 59.1563 8272 | 63.7153 7769 | 68.6764 7036 | 74.0762 0112 | 79.9544 1515 | 26 |
| 27 | 58.9891 0943 | 63.7057 6568 | 68.8568 7725 | 74.4838 2328 | 80.6319 1620 | 87.3507 6836 | 27 |
| 28 | 63.2335 1045 | 68.5281 1162 | 74.3325 7427 | 80.6976 9091 | 87.6793 0991 | 95.3388 2983 | 28 |
| 29 | 67.7113 5353 | 73.6397 9832 | 80.1641 9159 | 87.3465 2927 | 95.2552 5816 | 103.9659 3622 | 29 |
| 30 | 72.4354 7797 | 79.0581 8622 | 86.3748 6405 | 94.4607 8632 | 103.3994 0252 | 113.2832 1111 | 30 |
| 31 | 77.4194 2926 | 84.8016 7739 | 92.9892 3021 | 102.0730 4137 | 112.1543 5771 | 123.3458 6800 | 31 |
| 32 | 82.6774 9787 | 90.8897 7803 | 100.0335 3017 | 110.2181 5426 | 121.5659 3454 | 134.2135 3744 | 32 |
| 33 | 88.2247 6025 | 97.3431 6471 | 107.5357 0963 | 118.9334 2506 | 131.6833 7963 | 145.9506 2044 | 33 |
| 34 | 94.0771 2207 | 104.1837 5460 | 115.5255 3076 | 128.2587 6481 | 142.5596 3310 | 158.6266 7007 | 34 |
| 35 | 100.2513 6378 | 111.4347 7287 | 124.0346 9026 | 138.2368 7835 | 154.2516 0558 | 172.3168 0368 | 35 |
| 36 | 106.7651 8879 | 119.1208 6666 | 133.0969 4513 | 148.9134 5984 | 166.8204 7600 | 187.1021 4797 | 36 |
| 37 | 113.6372 7417 | 127.2681 1866 | 142.7482 4656 | 160.3374 0202 | 180.3320 1170 | 203.0703 1981 | 37 |
| 38 | 120.8873 2425 | 135.9042 0578 | 153.0268 8259 | 172.5610 2017 | 194.8569 1258 | 220.3159 4540 | 38 |
| 39 | 128.5361 2708 | 145.0584 5813 | 163.9736 2996 | 185.6402 9158 | 210.4711 8102 | 238.9412 2103 | 39 |
| 40 | 136.6056 1407 | 154.7619 6562 | 175.6319 1590 | 199.6351 1199 | 227.2565 1960 | 259.0565 1871 | 40 |
| 41 | 145.1189 2285 | 165.0476 8356 | 188.0479 9044 | 214.6095 6983 | 245.3007 5857 | 280.7810.4021 | 41 |
| 42 | 154.1004 6360 | 175.9505 4457 | 201.2711 0981 | 230.6322 3972 | 264.6983 1546 | 304.2435 2342 | 42 |
| 43 | 163.5759 8910 | 187.5075 7724 | 215.3537 3195 | 247.7764 9650 | 285.5506 8912 | 329.5830 0530 | 43 |
| 44 | 173.5726 6850 | 199.7580 3188 | 230.3517 2453 | 266.1208 5125 | 307.9669 9080 | 356.9496 4572 | 44 |
| 45 | 184.1191 6527 | 212.7435 1379 | 246.3245 8662 | 285.7493 1084 | 332.0645 1511 | 386.5056 1738 | 45 |
| 46 | 195.2457 1936 | 226.5081 2462 | 263.3356 8475 | 306.7517 6260 | 357.9693 5375 | 418.4260 6677 | 46 |
| 47 | 206.9842 3392 | 241.0986 1210 | 281.4525 0426 | 329.2248 8598 | 385.8170 5528 | 452.9001 5211 | 47 |
| 48 | 219.3683 6679 | 256.5645 2882 | 300.7469 1704 | 353.2700 9300 | 415.7653 3442 | 490.1321 6428 | 48 |
| 49 | 232.4336 2696 | 272.9584 0055 | 321.2954 6665 | 378.9989 9951 | 447.9348 3451 | 530.3427 3742 | 49 |
| 50 | 246.2174 7645 | 290.3359 0458 | 343.1796 7198 | 406.5289 2947 | 482.5299 4709 | 573.7701 5642 | 50 |

TABLA XIII. Valor presente de una anualidad de 1 por período

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

| <i>n</i> | $\frac{1}{4}\%$ | $\frac{1}{3}\%$ | $\frac{5}{12}\%$ | $\frac{1}{2}\%$ | $\frac{7}{12}\%$ | $\frac{3}{8}\%$ | <i>n</i> |
|----------|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|------------------|-----------------|----------|
| 1 | 0,9975 0623 | 0,9966 7774 | 0,9958 5062 | 0,9950 2488 | 0,9942 0050 | 0,9933 7748 | 1 |
| 2 | 1,9925 2492 | 1,9900 4426 | 1,9875 6908 | 1,9850 9938 | 1,9826 3513 | 1,9801 7631 | 2 |
| 3 | 2,9850 6227 | 2,9801 1056 | 2,9751 7253 | 2,9702 4814 | 2,9653 3732 | 2,9604 4004 | 3 |
| 4 | 3,9751 2446 | 3,9668 8760 | 3,9586 7804 | 3,9504 9566 | 3,9423 4034 | 3,9342 1196 | 4 |
| 5 | 4,9627 1766 | 4,9503 8631 | 4,9381 0261 | 4,9258 6633 | 4,9136 7722 | 4,9015 3506 | 5 |
| 6 | 5,9478 4804 | 5,9306 1759 | 5,9134 6318 | 5,8963 8441 | 5,8793 8083 | 5,8624 5205 | 6 |
| 7 | 6,9305 2174 | 6,9075 9228 | 6,8847 7661 | 6,8620 7404 | 6,8394 8384 | 6,8170 0535 | 7 |
| 8 | 7,9107 4487 | 7,8813 2121 | 7,8520 6970 | 7,8229 5924 | 7,7940 1874 | 7,7652 3710 | 8 |
| 9 | 8,8885 2357 | 8,8518 1516 | 8,8153 2916 | 8,7790 6392 | 8,7430 1780 | 8,7071 8917 | 9 |
| 10 | 9,8638 6391 | 9,8190 8487 | 9,7746 0165 | 9,7304 1186 | 9,6865 1314 | 9,6429 0315 | 10 |
| 11 | 10,8367 7198 | 10,7831 4107 | 10,7298 9376 | 10,6770 2673 | 10,6245 3667 | 10,5724 2035 | 11 |
| 12 | 11,8072 5384 | 11,7439 9442 | 11,6812 2200 | 11,6189 3207 | 11,5571 2014 | 11,4957 8180 | 12 |
| 13 | 12,7753 1555 | 12,7016 5557 | 12,6286 0283 | 12,5561 5131 | 12,4842 9509 | 12,4130 2828 | 13 |
| 14 | 13,7409 6314 | 13,6561 3512 | 13,5720 5261 | 13,4887 0777 | 13,4060 9288 | 13,3242 0028 | 14 |
| 15 | 14,7042 0264 | 14,6074 4364 | 14,5115 8766 | 14,4166 2465 | 14,3225 4470 | 14,2293 8102 | 15 |
| 16 | 15,6650 4004 | 15,5555 9167 | 15,4472 2422 | 15,3399 2502 | 15,2336 8156 | 15,1284 8148 | 16 |
| 17 | 16,6234 8133 | 16,5005 8970 | 16,3789 7848 | 16,2586 3186 | 16,1395 3427 | 16,0216 7035 | 17 |
| 18 | 17,5795 3250 | 17,4424 4821 | 17,3068 6654 | 17,1727 6802 | 17,0401 3350 | 16,9089 4405 | 18 |
| 19 | 18,5331 9950 | 18,3811 7762 | 18,2309 0443 | 18,0823 5624 | 17,9355 0969 | 17,7903 4177 | 19 |
| 20 | 19,4844 8828 | 19,3167 8832 | 19,1511 0815 | 18,9874 1915 | 18,8256 9315 | 18,6659 0242 | 20 |
| 21 | 20,4334 0477 | 20,2492 9069 | 20,0674 9359 | 19,8879 7925 | 19,7107 1398 | 19,5356 6466 | 21 |
| 22 | 21,3799 5488 | 21,1786 9504 | 20,9800 7661 | 20,7840 5896 | 20,5906 0213 | 20,3996 6688 | 22 |
| 23 | 22,3241 4452 | 22,1050 1167 | 21,8888 7297 | 21,6756 8055 | 21,4653 8738 | 21,2579 4723 | 23 |
| 24 | 23,2659 7957 | 23,0282 5083 | 22,7938 9839 | 22,5628 6622 | 22,3350 9930 | 22,1105 4361 | 24 |
| 25 | 24,2054 6591 | 23,9484 2275 | 23,6951 6853 | 23,4456 3803 | 23,1997 6732 | 22,9574 9365 | 25 |
| 26 | 25,1426 0939 | 24,8655 3763 | 24,5926 9895 | 24,3240 1794 | 24,0594 2070 | 23,7988 3475 | 26 |
| 27 | 26,0774 1585 | 25,7796 0561 | 25,4865 0517 | 25,1980 2780 | 24,9140 8852 | 24,6346 0406 | 27 |
| 28 | 27,0098 9112 | 26,6906 3682 | 26,3766 0266 | 26,0676 8936 | 25,7637 9688 | 25,4648 3847 | 28 |
| 29 | 27,9400 4102 | 27,5986 4135 | 27,2630 0680 | 26,9330 2423 | 26,6085 8295 | 26,2895 7464 | 29 |
| 30 | 28,8678 7134 | 28,5036 2925 | 28,1457 3291 | 27,7940 5397 | 27,4484 6689 | 27,1088 4898 | 30 |
| 31 | 29,7933 8787 | 29,4056 1055 | 29,0247 9626 | 28,6507 9991 | 28,2834 7993 | 27,9226 9766 | 31 |
| 32 | 30,7165 9638 | 30,3045 9523 | 29,9002 1205 | 29,5032 8355 | 29,1136 5030 | 28,7311 5662 | 32 |
| 33 | 31,6375 0262 | 31,2005 9325 | 30,7719 9540 | 30,3515 2592 | 29,9390 0610 | 29,5342 6154 | 33 |
| 34 | 32,5561 1234 | 32,0936 1454 | 31,6401 6139 | 31,1955 4818 | 30,7595 7524 | 30,3320 4789 | 34 |
| 35 | 33,4724 3126 | 32,9836 6898 | 32,5047 2504 | 32,0353 7132 | 31,5753 8549 | 31,1245 5088 | 35 |
| 36 | 34,3864 6510 | 33,8707 6642 | 33,3657 0128 | 32,8710 1624 | 32,3864 6445 | 31,9118 0551 | 36 |
| 37 | 35,2982 1955 | 34,7549 1670 | 34,2231 0501 | 33,7025 0372 | 33,1928 3955 | 32,6938 4653 | 37 |
| 38 | 36,2077 0030 | 35,6361 2960 | 35,0769 5105 | 34,5298 5445 | 33,9945 3808 | 33,4707 0848 | 38 |
| 39 | 37,1149 1302 | 36,5144 1488 | 35,9272 5416 | 35,3530 8900 | 34,7915 8716 | 34,2424 2564 | 39 |
| 40 | 38,0198 6336 | 37,3897 8228 | 36,7740 2904 | 36,1722 2786 | 35,5840 1374 | 35,0090 3209 | 40 |
| 41 | 38,9225 5697 | 38,2622 4147 | 37,6172 9033 | 36,9872 9141 | 36,3718 4465 | 35,7705 6163 | 41 |
| 42 | 39,8229 9947 | 39,1318 0213 | 38,4570 5261 | 37,7982 9991 | 37,1551 0653 | 36,5270 4803 | 42 |
| 43 | 40,7211 9648 | 39,9984 7388 | 39,2933 3040 | 38,6052 7354 | 37,9338 2588 | 37,2785 2453 | 43 |
| 44 | 41,6171 5359 | 40,8622 6633 | 40,1261 3816 | 39,4082 3238 | 38,7080 2904 | 38,0250 2437 | 44 |
| 45 | 42,5108 7640 | 41,7231 8903 | 40,9554 9028 | 40,2071 9640 | 39,4777 4221 | 38,7665 8050 | 45 |
| 46 | 43,4023 7047 | 42,5812 5153 | 41,7814 0111 | 41,0021 8547 | 40,2429 9143 | 39,5032 2566 | 46 |
| 47 | 44,2916 4137 | 43,4364 6332 | 42,6038 8492 | 41,7932 1937 | 41,0038 0258 | 40,2349 9238 | 47 |
| 48 | 45,1786 9463 | 44,2888 3387 | 43,4229 5594 | 42,5803 1778 | 41,7602 0141 | 40,9619 1296 | 48 |
| 49 | 46,0635 3580 | 45,1383 7263 | 44,2386 2832 | 43,3635 0028 | 42,5122 1349 | 41,6840 1949 | 49 |
| 50 | 46,9461 7037 | 45,9850 8900 | 45,0509 1617 | 44,1427 8635 | 43,2598 6428 | 42,4013 4387 | 50 |

TABLA XIII. Valor presente de una anualidad de 1 por período

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

| <i>n</i> | $\frac{1}{4}\%$ | $\frac{1}{3}\%$ | $\frac{5}{12}\%$ | $\frac{1}{2}\%$ | $\frac{7}{12}\%$ | $\frac{3}{8}\%$ | <i>n</i> |
|----------|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|------------------|-----------------|----------|
| 51 | 47,8266 0386 | 46,8289 9236 | 45,8598 3353 | 44,9181 9537 | 44,0031 7907 | 43,1139 1775 | 51 |
| 52 | 48,7048 4176 | 47,6700 9205 | 46,6653 9439 | 45,6897 4664 | 44,7421 8301 | 43,8217 7260 | 52 |
| 53 | 49,5808 8953 | 48,5083 9739 | 47,4676 1267 | 46,4574 5934 | 45,4769 0108 | 44,5249 3967 | 53 |
| 54 | 50,4547 5265 | 49,3439 1767 | 48,2665 0224 | 47,2213 5258 | 46,2073 5816 | 45,2234 5000 | 54 |
| 55 | 51,3264 3656 | 50,1766 6213 | 49,0620 7692 | 47,9814 4535 | 46,9335 7895 | 45,9173 3444 | 55 |
| 56 | 52,1959 4669 | 51,0066 3999 | 49,8543 5046 | 48,7377 5657 | 47,6555 8802 | 46,6066 2362 | 56 |
| 57 | 53,0632 8847 | 51,8338 6046 | 50,6433 3656 | 49,4903 0505 | 48,3734 0980 | 47,2913 4796 | 57 |
| 58 | 53,9284 6730 | 52,6583 3268 | 51,4290 4885 | 50,2391 0950 | 49,0870 6856 | 47,9715 3771 | 58 |
| 59 | 54,7914 8858 | 53,4800 6580 | 52,2115 0093 | 50,9841 8855 | 49,7965 8846 | 48,6472 2289 | 59 |
| 60 | 55,6523 5769 | 54,2990 6890 | 52,9907 0632 | 51,7255 6075 | 50,5019 9350 | 49,3184 3334 | 60 |
| 61 | 56,5110 7999 | 55,1153 5106 | 53,7666 7850 | 52,4632 4453 | 51,2033 0754 | 49,9851 9868 | 61 |
| 62 | 57,3676 6083 | 55,9289 2133 | 54,5394 3087 | 53,1972 5824 | 51,9005 5431 | 50,6475 4836 | 62 |
| 63 | 58,2221 0557 | 56,7397 8870 | 55,3089 7680 | 53,9276 2014 | 52,5937 5739 | 51,3055 1161 | 63 |
| 64 | 59,0744 1952 | 57,5479 6216 | 56,0753 2959 | 54,6543 4839 | 53,2829 4024 | 51,9591 1749 | 64 |
| 65 | 59,9246 0800 | 58,3534 5065 | 56,8385 0250 | 55,3774 6109 | 53,9681 2617 | 52,6083 9486 | 65 |
| 66 | 60,7726 7631 | 59,1562 6311 | 57,5985 0871 | 56,0969 7621 | 54,6493 3836 | 53,2533 7238 | 66 |
| 67 | 61,6186 2974 | 59,9564 0842 | 58,3553 6137 | 56,8129 1165 | 55,3265 9986 | 53,8940 7852 | 67 |
| 68 | 62,4624 7355 | 60,7538 9543 | 59,1090 7357 | 57,5252 8522 | 55,9999 3358 | 54,5305 4158 | 68 |
| 69 | 63,3042 1302 | 61,5487 3299 | 59,8596 5832 | 58,2341 1465 | 56,6693 6230 | 55,1627 8965 | 69 |
| 70 | 64,1438 5339 | 62,3409 2989 | 60,6071 2862 | 58,9394 1756 | 57,3349 0867 | 55,7908 5064 | 70 |
| 71 | 64,9813 9989 | 63,1304 9490 | 61,3514 9738 | 59,6412 1151 | 57,9965 9520 | 56,4147 5230 | 71 |
| 72 | 65,8168 5774 | 63,9174 3678 | 62,0927 7748 | 60,3395 1394 | 58,6544 4427 | 57,0345 2215 | 72 |
| 73 | 66,6502 3216 | 64,7017 6424 | 62,8309 8172 | 61,0343 4222 | 59,3084 7815 | 57,6501 8756 | 73 |
| 74 | 67,4815 2834 | 65,4834 8595 | 63,5661 2287 | 61,7257 1366 | 59,9587 1896 | 58,2617 7573 | 74 |
| 75 | 68,3107 5146 | 66,2626 1058 | 64,2982 1365 | 62,4136 4543 | 60,6051 8869 | 58,8693 1363 | 75 |
| 76 | 69,1379 0670 | 67,0391 4676 | 65,0272 6670 | 63,0981 5466 | 61,2479 0922 | 59,4728 2811 | 76 |
| 77 | 69,9629 9920 | 67,8131 0308 | 65,7532 9464 | 63,7792 5836 | 61,8869 0229 | 60,0723 4581 | 77 |
| 78 | 70,7860 3411 | 68,5844 8812 | 66,4763 1002 | 64,4569 7350 | 62,5221 8952 | 60,6678 9319 | 78 |
| 79 | 71,6070 1657 | 69,3533 1042 | 67,1963 2533 | 65,1313 1691 | 63,1537 9239 | 61,2594 9654 | 79 |
| 80 | 72,4259 5169 | 70,1195 7849 | 67,9133 5303 | 65,8023 0538 | 63,7817 3229 | 61,8471 8200 | 80 |
| 81 | 73,2428 4458 | 70,8833 0082 | 68,6274 0550 | 66,4699 5561 | 64,4060 3044 | 62,4309 7549 | 81 |
| 82 | 74,0577 0033 | 71,6444 8587 | 69,3384 9511 | 67,1342 8419 | 65,0267 0798 | 63,0109 0281 | 82 |
| 83 | 74,8705 2402 | 72,4031 4206 | 70,0466 3413 | 67,7953 0765 | 65,6437 8590 | 63,5869 8954 | 83 |
| 84 | 75,6813 2072 | 73,1592 7780 | 70,7518 3482 | 68,4530 4244 | 66,2572 8507 | 64,1592 6114 | 84 |
| 85 | 76,4900 9548 | 73,9129 0146 | 71,4541 0936 | 69,1075 0491 | 66,8672 2625 | 64,7277 4285 | 85 |
| 86 | 77,2968 5335 | 74,6640 2139 | 72,1534 6991 | 69,7587 1135 | 67,4736 3007 | 65,2924 5979 | 86 |
| 87 | 78,1015 9935 | 75,4126 4591 | 72,8499 2854 | 70,4066 7796 | 68,0765 1706 | 65,8534 3687 | 87 |
| 88 | 78,9043 3850 | 76,1587 8330 | 73,5434 9730 | 71,0514 2086 | 68,6759 0759 | 66,4106 9888 | 88 |
| 89 | 79,7050 7581 | 76,9024 4182 | 74,2341 8818 | 71,6929 5608 | 69,2718 2197 | 66,9642 7041 | 89 |
| 90 | 80,5038 1627 | 77,6436 2972 | 74,9220 1313 | 72,3312 9958 | 69,8642 8033 | 67,5141 7591 | 90 |
| 91 | 81,3005 6486 | 78,3823 5521 | 75,6069 8403 | 72,9664 6725 | 70,4533 0273 | 68,0604 3964 | 91 |
| 92 | 82,0953 2654 | 79,1186 2645 | 76,2891 1272 | 73,5984 7487 | 71,0389 0910 | 68,6030 8574 | 92 |
| 93 | 82,8881 0628 | 79,8524 5161 | 76,9684 1101 | 74,2273 3818 | 71,6211 1923 | 69,1421 3815 | 93 |
| 94 | 83,6789 0900 | 80,5838 3882 | 77,6448 9063 | 74,8530 7282 | 72,1999 5284 | 69,6776 2068 | 94 |
| 95 | 84,4677 3966 | 81,3127 9616 | 78,3185 6329 | 75,4756 9434 | 72,7754 2950 | 70,2095 5696 | 95 |
| 96 | 85,2546 0315 | 82,0393 3172 | 78,9894 4062 | 76,0952 1825 | 73,3475 6869 | 70,7379 7049 | 96 |
| 97 | 86,0395 0439 | 82,7534 5355 | 79,6575 3422 | 76,7116 5995 | 73,9163 8975 | 71,2628 8460 | 97 |
| 98 | 86,8224 4827 | 83,4951 6965 | 80,3228 5566 | 77,3250 3478 | 74,4819 1193 | 71,7843 2245 | 98 |
| 99 | 87,6034 3967 | 84,2044 8802 | 80,9854 1642 | 77,9353 5799 | 75,0441 5436 | 72,3023 0707 | 99 |
| 100 | 88,3824 8346 | 84,9214 1663 | 81,6452 2797 | 78,5426 4477 | 75,6031 3606 | 72,8168 6132 | 100 |

TABLA XIII. Valor presente de una anualidad de 1 por período

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

| n | 1/2% | 1% | 1 1/2% | 2% | 2 1/2% | 3% | n |
|-----|---------------|---------------|---------------|---------------|--------------|--------------|-----|
| 101 | 89.1595 8450 | 85.6359 6342 | 82.3023 0172 | 79.1469 1021 | 76.1588 7596 | 73.3280 0794 | 101 |
| 102 | 89.9347 4763 | 85.3481 8630 | 82.9566 4901 | 79.7481 6937 | 76.7113 9283 | 73.8357 6948 | 102 |
| 103 | 90.7079 7768 | 87.0579 4415 | 83.6082 8117 | 80.3464 3718 | 77.2607 0538 | 74.3401 6835 | 103 |
| 104 | 91.4792 7948 | 87.0661 9185 | 84.2572 0947 | 80.9417 2854 | 77.8068 3219 | 74.8412 2684 | 104 |
| 105 | 92.2486 5784 | 88.4704 9021 | 84.9034 4511 | 81.5340 5825 | 78.3497 9174 | 75.3389 6706 | 105 |
| 106 | 93.0161 1755 | 89.1732 4606 | 85.5469 9928 | 82.1234 4104 | 78.8896 0240 | 75.8334 1099 | 106 |
| 107 | 93.7816 6339 | 89.8736 6717 | 86.1878 8310 | 82.7098 9158 | 79.4262 8241 | 76.3245 8045 | 107 |
| 108 | 94.5453 0014 | 90.5717 6130 | 86.8261 0765 | 83.2934 2446 | 79.9598 4996 | 76.8124 9714 | 108 |
| 109 | 95.3070 3256 | 91.2675 3618 | 87.4616 8397 | 83.8740 5419 | 80.4903 2307 | 77.2971 8259 | 109 |
| 110 | 96.0668 6539 | 91.9609 9951 | 88.0946 2304 | 84.4517 9522 | 81.0177 1971 | 77.7786 5820 | 110 |
| 111 | 96.8248 0338 | 92.6521 5898 | 88.7249 3581 | 85.0266 6191 | 81.5420 5770 | 78.2569 4523 | 111 |
| 112 | 97.5808 5126 | 93.3410 2224 | 89.3526 3317 | 85.5986 6856 | 82.0633 5480 | 78.7320 6480 | 112 |
| 113 | 98.3350 1372 | 94.0275 9692 | 89.9777 2598 | 86.1678 2942 | 82.5816 2863 | 79.2040 3788 | 113 |
| 114 | 99.0872 9548 | 94.7118 9062 | 90.6002 2504 | 86.7341 5862 | 83.0968 9674 | 79.6728 8531 | 114 |
| 115 | 99.8377 0123 | 95.3939 1092 | 91.2201 4112 | 87.2976 7027 | 83.6091 7654 | 80.1386 2779 | 115 |
| 116 | 100.5862 3564 | 96.0736 6536 | 91.8374 8493 | 87.8583 7838 | 84.1184 8537 | 80.6012 8589 | 116 |
| 117 | 101.3329 0338 | 96.7511 6149 | 92.4522 6715 | 88.4162 9690 | 84.6248 4047 | 81.0608 8002 | 117 |
| 118 | 102.0777 0911 | 97.4264 0680 | 93.0644 9841 | 88.9714 3970 | 85.1282 5896 | 81.5174 3048 | 118 |
| 119 | 102.8206 5747 | 98.0994 0877 | 93.6741 8929 | 89.5238 2059 | 85.6287 5787 | 81.9709 5743 | 119 |
| 120 | 103.5617 5308 | 98.7701 7486 | 94.2813 5033 | 90.0734 5333 | 86.1263 5414 | 82.4214 8089 | 120 |
| 121 | 104.3010 0058 | 99.4387 1248 | 94.8859 9203 | 90.6203 5157 | 86.6210 6460 | 82.8690 2076 | 121 |
| 122 | 105.0384 0457 | 100.1050 2905 | 95.4881 2484 | 91.1645 2892 | 87.1129 0598 | 83.3135 9678 | 122 |
| 123 | 105.7739 6965 | 100.7691 3195 | 96.0877 5918 | 91.7059 9893 | 87.6018 9493 | 83.7552 2859 | 123 |
| 124 | 106.5077 0040 | 101.4310 2852 | 96.6849 0541 | 92.2447 7505 | 88.0880 4798 | 84.1939 3568 | 124 |
| 125 | 107.2396 0139 | 102.0907 2610 | 97.2795 7385 | 92.7808 7070 | 88.5713 8159 | 84.6297 3743 | 125 |
| 126 | 107.9696 7720 | 102.7482 3199 | 97.8717 7479 | 93.3142 9921 | 89.0519 1210 | 85.0626 5308 | 126 |
| 127 | 108.6979 3237 | 103.4035 5348 | 98.4615 1846 | 93.8450 7384 | 89.5296 5577 | 85.4927 0173 | 127 |
| 128 | 109.4243 7144 | 104.0566 9782 | 99.0488 1506 | 94.3732 0780 | 90.0046 2877 | 85.9199 0238 | 128 |
| 129 | 110.1489 9894 | 104.7076 7225 | 99.6336 7475 | 94.8987 1423 | 90.4768 4716 | 86.3442 7389 | 129 |
| 130 | 110.8718 1939 | 105.3564 8397 | 100.2161 0764 | 95.4216 0619 | 90.9463 2692 | 86.7658 3499 | 130 |
| 131 | 111.5928 3730 | 106.0031 4016 | 100.7961 2379 | 95.9418 9671 | 91.4130 8393 | 87.1846 0430 | 131 |
| 132 | 112.3120 5716 | 106.6476 4800 | 101.3737 3323 | 96.4595 9872 | 91.8771 3399 | 87.6006 0029 | 132 |
| 133 | 113.0294 8345 | 107.2900 1462 | 101.9489 4596 | 96.9747 2509 | 92.3384 9278 | 88.0138 4135 | 133 |
| 134 | 113.7451 2065 | 107.9302 4713 | 102.5217 7191 | 97.4872 8865 | 92.7971 7592 | 88.4243 4571 | 134 |
| 135 | 114.4589 7321 | 108.5683 5262 | 103.0922 2099 | 97.9973 0214 | 93.2531 9893 | 88.8321 3150 | 135 |
| 136 | 115.1710 4560 | 109.2043 3816 | 103.6603 0306 | 98.5047 7825 | 93.7065 7722 | 89.2372 1673 | 136 |
| 137 | 115.8813 4224 | 109.8382 1079 | 104.2260 2794 | 99.0097 2960 | 94.1573 2616 | 89.6396 1926 | 137 |
| 138 | 116.5898 6758 | 110.4698 7754 | 104.7894 0542 | 99.5121 6876 | 94.6054 6097 | 90.0393 5688 | 138 |
| 139 | 117.2966 2601 | 111.0996 4538 | 105.3504 4523 | 100.0121 0821 | 95.0509 9682 | 90.4364 4724 | 139 |
| 140 | 118.0016 2196 | 111.7272 2131 | 105.9091 5708 | 100.5095 6041 | 95.4939 4878 | 90.8309 0785 | 140 |
| 141 | 118.7048 5981 | 112.3527 1227 | 106.4655 5061 | 101.0045 3772 | 95.9343 3185 | 91.2227 5614 | 141 |
| 142 | 119.4063 4395 | 112.9761 2519 | 107.0198 3547 | 101.4970 5246 | 96.3721 6091 | 91.6120 0941 | 142 |
| 143 | 120.1060 7875 | 113.5974 6696 | 107.5714 2121 | 101.9871 1688 | 96.8074 5078 | 91.9986 8485 | 143 |
| 144 | 120.8040 6858 | 114.2167 4448 | 108.1209 1739 | 102.4747 4316 | 97.2402 1619 | 92.3827 9952 | 144 |
| 145 | 121.5003 1778 | 114.8339 6460 | 108.6681 3350 | 102.9599 4344 | 97.6704 7177 | 92.7643 7038 | 145 |
| 146 | 122.1948 3071 | 115.4491 3415 | 109.2130 7900 | 103.4427 2979 | 98.0982 3208 | 93.1434 1429 | 146 |
| 147 | 122.8876 1168 | 116.0622 5995 | 109.7557 6332 | 103.9231 1422 | 98.5235 1160 | 93.5199 4797 | 147 |
| 148 | 123.5786 6502 | 116.6733 4879 | 110.2961 9584 | 104.4011 0868 | 98.9463 2470 | 93.8939 8805 | 148 |
| 149 | 124.2679 9503 | 117.2824 0743 | 110.8343 8590 | 104.8767 2506 | 99.3666 8570 | 94.2655 5104 | 149 |
| 150 | 124.9556 0601 | 117.8894 4262 | 111.3703 4280 | 105.3499 7518 | 99.7846 0882 | 94.6346 5335 | 150 |

TABLA XIII. Valor presente de una anualidad de 1 por período

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

| n | ¾% | 1% | 1¼% | 1½% | 1¾% | 2% | n |
|----|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|----|
| 1 | 0.9925 5583 | 0.9900 9901 | 0.9876 5432 | 0.9852 2167 | 0.9828 0098 | 0.9803 9216 | 1 |
| 2 | 1.9777 2291 | 1.9703 9506 | 1.9631 1538 | 1.9558 8342 | 1.9486 9875 | 1.9415 6094 | 2 |
| 3 | 2.9555 5624 | 2.9409 8521 | 2.9265 3371 | 2.9122 0042 | 2.8979 8403 | 2.8838 8327 | 3 |
| 4 | 3.9261 1041 | 3.9019 6555 | 3.8780 5798 | 3.8543 8465 | 3.8309 4254 | 3.8077 2870 | 4 |
| 5 | 4.8894 3961 | 4.8534 3124 | 4.8178 3504 | 4.7826 4497 | 4.7478 5508 | 4.7134 5951 | 5 |
| 6 | 5.8455 9763 | 5.7954 7647 | 5.7460 0992 | 5.6971 8717 | 5.6489 9762 | 5.6014 3089 | 6 |
| 7 | 6.7946 3785 | 6.7281 9453 | 6.6627 2585 | 6.5982 1396 | 6.5346 4139 | 6.4719 9107 | 7 |
| 8 | 7.7366 1325 | 7.6516 7775 | 7.5681 2429 | 7.4859 2508 | 7.4050 5297 | 7.3254 8144 | 8 |
| 9 | 8.6715 7642 | 8.5660 1758 | 8.4623 4498 | 8.3605 1732 | 8.2604 9432 | 8.1622 3671 | 9 |
| 10 | 9.5995 7958 | 9.4713 0453 | 9.3455 2591 | 9.2221 8455 | 9.1012 2291 | 8.9825 8501 | 10 |
| 11 | 10.5206 7452 | 10.3676 2825 | 10.2178 0337 | 10.0711 1779 | 9.9274 9181 | 9.7868 4805 | 11 |
| 12 | 11.4349 1267 | 11.2550 7747 | 11.0793 1197 | 10.9075 0521 | 10.7395 4969 | 10.5753 4122 | 12 |
| 13 | 12.3423 4508 | 12.1337 4007 | 11.9301 8466 | 11.7315 3222 | 11.5376 4097 | 11.3483 7375 | 13 |
| 14 | 13.2430 2242 | 13.0037 0304 | 12.7705 5275 | 12.5433 8150 | 12.3220 0587 | 12.1062 4877 | 14 |
| 15 | 14.1369 9495 | 13.8650 5252 | 13.6005 4592 | 13.3432 3301 | 13.0928 8046 | 12.8492 6350 | 15 |
| 16 | 15.0243 1261 | 14.7178 7378 | 14.4202 9227 | 14.1312 6405 | 13.8504 9677 | 13.5777 0931 | 16 |
| 17 | 15.9050 2492 | 15.5622 5127 | 15.2299 1829 | 14.9076 4931 | 14.5950 8282 | 14.2918 7188 | 17 |
| 18 | 16.7791 8107 | 16.3982 6858 | 16.0295 4893 | 15.6725 6089 | 15.3268 6272 | 14.9920 3125 | 18 |
| 19 | 17.6468 2984 | 17.2260 0850 | 16.8193 0759 | 16.4261 6837 | 16.0460 5673 | 15.6784 6201 | 19 |
| 20 | 18.5080 1969 | 18.0455 5297 | 17.5993 1613 | 17.1686 3879 | 16.7528 8130 | 16.3514 3334 | 20 |
| 21 | 19.3627 9870 | 18.8569 8313 | 18.3696 9495 | 17.9001 3673 | 17.4475 4919 | 17.0112 0916 | 21 |
| 22 | 20.2112 1459 | 19.6603 7934 | 19.1305 6291 | 18.6208 2437 | 18.1302 6948 | 17.6580 4820 | 22 |
| 23 | 21.0533 1473 | 20.4558 2113 | 19.8820 3744 | 19.3308 6145 | 18.8012 4764 | 18.2922 0412 | 23 |
| 24 | 21.8891 4614 | 21.2433 8726 | 20.6242 3451 | 20.0304 0537 | 19.4606 8565 | 18.9139 2560 | 24 |
| 25 | 22.7187 5547 | 22.0231 5570 | 21.3572 6865 | 20.7196 1120 | 20.1087 8196 | 19.5234 5647 | 25 |
| 26 | 23.5421 8905 | 22.7952 0366 | 22.0812 5299 | 21.3986 3172 | 20.7457 3166 | 20.1210 3576 | 26 |
| 27 | 24.3594 9286 | 23.5596 0759 | 22.7962 9925 | 22.0676 1746 | 21.3717 2644 | 20.7068 9780 | 27 |
| 28 | 25.1707 1251 | 24.3164 4316 | 23.5025 1778 | 22.7267 1671 | 21.9869 5474 | 21.2812 7236 | 28 |
| 29 | 25.9758 9331 | 25.0657 8530 | 24.2000 1756 | 23.3760 7558 | 22.5916 0171 | 21.8443 8466 | 29 |
| 30 | 26.7750 8021 | 25.8077 0822 | 24.8889 0623 | 24.0158 3801 | 23.1858 4934 | 22.3964 5555 | 30 |
| 31 | 27.5683 1783 | 26.5422 8537 | 25.5692 9010 | 24.6461 4582 | 23.7698 7650 | 22.9377 0152 | 31 |
| 32 | 28.3556 5045 | 27.2695 8947 | 26.2412 7418 | 25.2671 3874 | 24.3438 5897 | 23.4683 3482 | 32 |
| 33 | 29.1371 2203 | 27.9896 9255 | 26.9049 6215 | 25.8789 5442 | 24.9079 6951 | 23.9885 6355 | 33 |
| 34 | 29.9127 7621 | 28.7026 6589 | 27.5604 5644 | 26.4817 2849 | 25.4623 7789 | 24.4985 9172 | 34 |
| 35 | 30.6826 5629 | 29.4085 8009 | 28.2078 5822 | 27.0755 9458 | 26.0072 5100 | 24.9986 1933 | 35 |
| 36 | 31.4468 0525 | 30.1075 0504 | 28.8472 6737 | 27.6606 8431 | 26.5427 5283 | 25.4888 4248 | 36 |
| 37 | 32.2052 6576 | 30.7995 0994 | 29.4787 8259 | 28.2371 2740 | 27.0690 4455 | 25.9694 5341 | 37 |
| 38 | 32.9580 8016 | 31.4846 6330 | 30.1025 0133 | 28.8050 5163 | 27.5862 8457 | 26.4406 4060 | 38 |
| 39 | 33.7052 9048 | 32.1630 3298 | 30.7185 1983 | 29.3645 8288 | 28.0946 2857 | 26.9025 8883 | 39 |
| 40 | 34.4469 3844 | 32.8346 8611 | 31.3269 3316 | 29.9158 4520 | 28.5942 2955 | 27.3554 7924 | 40 |
| 41 | 35.1830 6545 | 33.4996 8922 | 31.9278 3522 | 30.4589 6079 | 29.0852 3789 | 27.7994 8945 | 41 |
| 42 | 35.9137 1260 | 34.1581 0814 | 32.5213 1874 | 30.9940 5004 | 29.5678 0136 | 28.2347 9358 | 42 |
| 43 | 36.6389 2070 | 34.8100 0806 | 33.1074 7530 | 31.5212 3157 | 30.0420 6522 | 28.6615 6233 | 43 |
| 44 | 37.3587 3022 | 35.4554 5352 | 33.6863 9536 | 32.0406 2223 | 30.5081 7221 | 29.0799 6307 | 44 |
| 45 | 38.0731 8136 | 36.0945 0844 | 34.2581 6825 | 32.5523 3718 | 30.9662 6261 | 29.4901 5987 | 45 |
| 46 | 38.7823 1401 | 36.7272 3608 | 34.8228 8222 | 33.0564 8983 | 31.4164 7431 | 29.8923 1360 | 46 |
| 47 | 39.4861 6775 | 37.3536 9909 | 35.3806 2442 | 33.5531 9195 | 31.8589 4281 | 30.2865 8196 | 47 |
| 48 | 40.1847 8189 | 37.9739 5949 | 35.9314 8091 | 34.0425 5365 | 32.2938 0129 | 30.6731 1957 | 48 |
| 49 | 40.8781 9542 | 38.5880 7871 | 36.4755 3670 | 34.5246 8339 | 32.7211 8063 | 31.0520 7801 | 49 |
| 50 | 41.5664 4707 | 39.1961 1753 | 37.0128 7575 | 34.9996 8807 | 33.1412 0946 | 31.4236 0589 | 50 |

TABLA XIII. Valor presente de una anualidad de 1 por período

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

| n | $\frac{1}{2}\%$ | 1% | 1½% | 1¾% | 2% | n |
|-----|-----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----|
| 51 | 42,2495 7525 | 39,7981 3617 | 37,5435 8099 | 35,4676 7298 | 33,5540 1421 | 51 |
| 52 | 42,9276 1812 | 40,3941 9423 | 38,0677 3431 | 35,9287 4185 | 33,9597 1913 | 52 |
| 53 | 43,6006 1351 | 40,9843 5072 | 38,5854 1660 | 36,3829 9690 | 34,3584 4632 | 53 |
| 54 | 44,2685 9902 | 41,5686 6408 | 39,0967 0776 | 36,8305 3882 | 34,7503 1579 | 54 |
| 55 | 44,9316 1193 | 42,1471 9216 | 39,6016 8667 | 37,2714 6681 | 35,1354 4550 | 55 |
| 56 | 45,5896 8926 | 42,7199 9224 | 40,1004 3128 | 37,7058 7863 | 35,5139 5135 | 56 |
| 57 | 46,2428 6776 | 43,2871 2102 | 40,5930 1855 | 38,1338 7058 | 35,8859 4727 | 57 |
| 58 | 46,8911 8388 | 43,8486 3468 | 41,0795 2449 | 38,5555 3751 | 36,2515 4523 | 58 |
| 59 | 47,5346 7382 | 44,4045 8879 | 41,5600 2419 | 38,9709 7292 | 36,6108 5526 | 59 |
| 60 | 48,1733 7352 | 44,9550 3841 | 42,0345 9179 | 39,3802 6889 | 36,9639 8552 | 60 |
| 61 | 48,8073 1863 | 45,5000 3803 | 42,5033 0054 | 39,7835 1614 | 37,3110 4228 | 61 |
| 62 | 49,4365 4455 | 46,0396 4161 | 42,9662 2275 | 40,1808 0408 | 37,6521 3000 | 62 |
| 63 | 50,0610 8640 | 46,5739 0258 | 43,4234 2988 | 40,5722 2077 | 37,9873 5135 | 63 |
| 64 | 50,6809 7906 | 47,1028 7385 | 43,8749 9247 | 40,9578 5298 | 38,3168 0723 | 64 |
| 65 | 51,2962 5713 | 47,6266 0777 | 44,3209 8022 | 41,3377 8618 | 38,6405 9678 | 65 |
| 66 | 51,9069 5497 | 48,1451 5621 | 44,7614 6195 | 41,7121 0461 | 38,9588 1748 | 66 |
| 67 | 52,5131 0667 | 48,6585 7050 | 45,1965 0563 | 42,0808 9125 | 39,2715 6509 | 67 |
| 68 | 53,1147 4607 | 49,1669 0149 | 45,6261 7840 | 42,4442 2783 | 39,5789 3375 | 68 |
| 69 | 53,7119 0677 | 49,6701 9949 | 46,0505 4656 | 42,8021 9490 | 39,8810 1597 | 69 |
| 70 | 54,3046 2210 | 50,1685 1435 | 46,4696 7562 | 43,1548 7183 | 40,1779 0267 | 70 |
| 71 | 54,8929 2516 | 50,6618 9539 | 46,8836 3024 | 43,5023 3678 | 40,4696 8321 | 71 |
| 72 | 55,4768 4880 | 51,1503 9148 | 47,2924 7431 | 43,8446 6677 | 40,7564 4542 | 72 |
| 73 | 56,0564 2561 | 51,6340 5097 | 47,6962 7093 | 44,1819 3771 | 41,0382 7560 | 73 |
| 74 | 56,6316 8795 | 52,1129 2175 | 48,0950 8240 | 44,5142 2434 | 41,3152 5857 | 74 |
| 75 | 57,2026 6794 | 52,5870 5124 | 48,4889 7027 | 44,8416 0034 | 41,5874 7771 | 75 |
| 76 | 57,7693 9746 | 53,0564 8638 | 48,8779 9533 | 45,1641 3826 | 41,8550 1495 | 76 |
| 77 | 58,3319 0815 | 53,5212 7364 | 49,2622 1761 | 45,4819 0962 | 42,1179 5081 | 77 |
| 78 | 58,8902 3141 | 53,9814 5905 | 49,6416 9640 | 45,7949 8485 | 42,3763 6443 | 78 |
| 79 | 59,4443 9842 | 54,4370 8817 | 50,0164 9027 | 46,1034 3335 | 42,6303 3359 | 79 |
| 80 | 59,9944 4012 | 54,8882 0611 | 50,3866 5706 | 46,4073 2349 | 42,8799 3474 | 80 |
| 81 | 60,5403 8722 | 55,3348 5753 | 50,7522 5389 | 46,7067 2265 | 43,1252 4298 | 81 |
| 82 | 61,0822 7019 | 55,7770 8666 | 51,1133 3717 | 47,0016 9720 | 43,3663 3217 | 82 |
| 83 | 61,6201 1930 | 56,2149 3729 | 51,4699 6264 | 47,2923 1251 | 43,6032 7486 | 83 |
| 84 | 62,1539 6456 | 56,6484 5276 | 51,8221 8532 | 47,5786 3301 | 43,8361 4237 | 84 |
| 85 | 62,6838 3579 | 57,0776 7600 | 52,1700 5958 | 47,8607 2218 | 44,0650 0479 | 85 |
| 86 | 63,2097 6257 | 57,5026 4951 | 52,5136 3909 | 48,1386 4254 | 44,2899 3099 | 86 |
| 87 | 63,7317 7427 | 57,9234 1535 | 52,8529 7688 | 48,4124 5571 | 44,5109 8869 | 87 |
| 88 | 64,2499 0002 | 58,3400 1520 | 53,1881 2531 | 48,6822 2237 | 44,7282 4441 | 88 |
| 89 | 64,7641 6875 | 58,7524 9030 | 53,5191 3611 | 48,9480 0234 | 44,9417 6355 | 89 |
| 90 | 65,2746 0918 | 59,1608 8148 | 53,8460 6035 | 49,2098 5452 | 45,1516 1037 | 90 |
| 91 | 65,7812 4981 | 59,5652 2919 | 54,1689 4850 | 49,4678 3696 | 45,3578 4803 | 91 |
| 92 | 66,2841 1892 | 59,9655 7346 | 54,4878 5037 | 49,7220 0686 | 45,5605 3860 | 92 |
| 93 | 66,7832 4458 | 60,3619 5392 | 54,8028 1518 | 49,9724 2055 | 45,7597 4310 | 93 |
| 94 | 67,2786 5467 | 60,7544 0982 | 55,1138 9154 | 50,2191 3355 | 45,9555 2147 | 94 |
| 95 | 67,7703 7685 | 61,1429 8002 | 55,4211 2744 | 50,4622 0054 | 46,1479 3265 | 95 |
| 96 | 68,2584 3856 | 61,5277 0299 | 55,7245 7031 | 50,7016 7541 | 46,3370 3455 | 96 |
| 97 | 68,7428 6705 | 61,9086 1682 | 56,0242 6698 | 50,9376 1124 | 46,5228 8408 | 97 |
| 98 | 69,2236 8938 | 62,2857 5923 | 56,3202 6368 | 51,1700 6034 | 46,7055 3718 | 98 |
| 99 | 69,7009 3239 | 62,6591 6755 | 56,6126 0610 | 51,3990 7422 | 46,8850 4882 | 99 |
| 100 | 70,1746 2272 | 63,0288 7877 | 56,9013 3936 | 51,6247 0367 | 47,0614 7304 | 100 |

TABLA XIII. Valor presente de una anualidad de 1 por período

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

| n | 2½% | 3% | 3½% | 4% | 4½% | 5% | n |
|----|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|----|
| 1 | 0,9756 0976 | 0,9708 7379 | 0,9661 8357 | 0,9615 3846 | 0,9569 3780 | 0,9523 8095 | 1 |
| 2 | 1,9274 2415 | 1,9134 6970 | 1,8996 9428 | 1,8860 9467 | 1,8726 6775 | 1,8594 1043 | 2 |
| 3 | 2,8560 2356 | 2,8286 1135 | 2,8016 3698 | 2,7750 9103 | 2,7489 6435 | 2,7232 4803 | 3 |
| 4 | 3,7619 7421 | 3,7170 9840 | 3,6730 7921 | 3,6298 9522 | 3,5875 2570 | 3,5459 5050 | 4 |
| 5 | 4,6458 2850 | 4,5797 0719 | 4,5150 5238 | 4,4518 2233 | 4,3899 7674 | 4,3294 7667 | 5 |
| 6 | 5,5081 2536 | 5,4171 9144 | 5,3285 5302 | 5,2421 3686 | 5,1578 7248 | 5,0756 9207 | 6 |
| 7 | 6,3493 9060 | 6,2302 8296 | 6,1145 4398 | 6,0020 5467 | 5,8927 0094 | 5,7863 7340 | 7 |
| 8 | 7,1701 3717 | 7,0196 9219 | 6,8739 5554 | 6,7327 4487 | 6,5958 8607 | 6,4632 1276 | 8 |
| 9 | 7,9708 6553 | 7,7861 0892 | 7,6076 8651 | 7,4353 3161 | 7,2687 9050 | 7,1078 2168 | 9 |
| 10 | 8,7520 6393 | 8,5302 0284 | 8,3166 0532 | 8,1108 9578 | 7,9127 1818 | 7,7217 3493 | 10 |
| 11 | 9,5142 0871 | 9,2526 2411 | 9,0015 5104 | 8,7604 7671 | 8,5289 1692 | 8,3064 1422 | 11 |
| 12 | 10,2577 6460 | 9,9540 0399 | 9,6633 3433 | 9,3850 7376 | 9,1185 8078 | 8,8632 5164 | 12 |
| 13 | 10,9831 8497 | 10,6349 5533 | 10,3027 3849 | 9,9856 4785 | 9,6828 5242 | 9,3935 7299 | 13 |
| 14 | 11,6909 1217 | 11,2960 7314 | 10,9205 2028 | 10,5631 2293 | 10,2228 2528 | 9,8986 4094 | 14 |
| 15 | 12,3813 7773 | 11,9379 3509 | 11,5174 1090 | 11,1183 8743 | 10,7395 4573 | 10,3796 5804 | 15 |
| 16 | 13,0550 0266 | 12,5611 0203 | 12,0941 1681 | 11,6522 9561 | 11,2340 1505 | 10,8377 6956 | 16 |
| 17 | 13,7121 9772 | 13,1661 1847 | 12,6513 2059 | 12,1656 6885 | 11,7071 9143 | 11,2740 6625 | 17 |
| 18 | 14,3533 6363 | 13,7535 1308 | 13,1896 8173 | 12,6592 9697 | 12,1599 9180 | 11,6895 8690 | 18 |
| 19 | 14,9788 9134 | 14,3237 9911 | 13,7098 3742 | 13,1339 3940 | 12,5932 9359 | 12,0853 2086 | 19 |
| 20 | 15,5891 6229 | 14,8774 7486 | 14,2124 0330 | 13,5903 2634 | 13,0079 3645 | 12,4622 1034 | 20 |
| 21 | 16,1845 4857 | 15,4150 2414 | 14,6979 7420 | 14,0291 5995 | 13,4047 2388 | 12,8211 5271 | 21 |
| 22 | 16,7654 1324 | 15,9369 1664 | 15,1671 2484 | 14,4511 1533 | 13,7844 2476 | 13,1630 0258 | 22 |
| 23 | 17,3321 1048 | 16,4436 0839 | 15,6204 1047 | 14,8568 4167 | 14,1477 7489 | 13,4885 7388 | 23 |
| 24 | 17,8849 8583 | 16,9355 4212 | 16,0583 6760 | 15,2469 6314 | 14,4954 7837 | 13,7986 4179 | 24 |
| 25 | 18,4243 7642 | 17,4131 4769 | 16,4815 1459 | 15,6220 7994 | 14,8282 0896 | 14,0939 4457 | 25 |
| 26 | 18,9506 1114 | 17,8768 4242 | 16,8903 5226 | 15,9827 6918 | 15,1466 1145 | 14,3751 8530 | 26 |
| 27 | 19,4640 1087 | 18,3270 3147 | 17,2853 6451 | 16,3295 8575 | 15,4513 0282 | 14,6430 3362 | 27 |
| 28 | 19,9648 8866 | 18,7641 0823 | 17,6670 1885 | 16,6630 6322 | 15,7428 7351 | 14,8981 2726 | 28 |
| 29 | 20,4535 4991 | 19,1884 5459 | 18,0357 6700 | 16,9837 1463 | 16,0218 8853 | 15,1410 7358 | 29 |
| 30 | 20,9302 9259 | 19,6004 4135 | 18,3920 4541 | 17,2920 3330 | 16,2888 8854 | 15,3724 5103 | 30 |
| 31 | 21,3954 0741 | 20,0004 2849 | 18,7362 7576 | 17,5884 9356 | 16,5443 9095 | 15,5928 1050 | 31 |
| 32 | 21,8491 7796 | 20,3887 6553 | 19,0688 6547 | 17,8735 5150 | 16,7888 9086 | 15,8026 7667 | 32 |
| 33 | 22,2918 8094 | 20,7657 9178 | 19,3902 0818 | 18,1476 4567 | 17,0228 6207 | 16,0025 4921 | 33 |
| 34 | 22,7237 8628 | 21,1318 3668 | 19,7006 8423 | 18,4111 9776 | 17,2467 5796 | 16,1929 0401 | 34 |
| 35 | 23,1451 5734 | 21,4872 2007 | 20,0006 6110 | 18,6646 1323 | 17,4610 1240 | 16,3741 9429 | 35 |
| 36 | 23,5562 5107 | 21,8322 5250 | 20,2904 9381 | 18,9082 8195 | 17,6660 4058 | 16,5468 5171 | 36 |
| 37 | 23,9573 1812 | 22,1672 3544 | 20,5705 2542 | 19,1425 7880 | 17,8622 3979 | 16,7112 8734 | 37 |
| 38 | 24,3486 0304 | 22,4924 6159 | 20,8410 8736 | 19,3678 6423 | 18,0499 9023 | 16,8678 9271 | 38 |
| 39 | 24,7303 4443 | 22,8082 1513 | 21,1024 9987 | 19,5844 8484 | 18,2296 5572 | 17,0170 4067 | 39 |
| 40 | 25,1027 7505 | 23,1147 7197 | 21,3550 7234 | 19,7927 7388 | 18,4015 8442 | 17,1590 8635 | 40 |
| 41 | 25,4661 2200 | 23,4123 9997 | 21,5991 0371 | 19,9930 5181 | 18,5661 0949 | 17,2943 6796 | 41 |
| 42 | 25,8206 0683 | 23,7013 5920 | 21,8348 8281 | 20,1856 2674 | 18,7235 4975 | 17,4232 0758 | 42 |
| 43 | 26,1664 4569 | 23,9819 0213 | 22,0626 8870 | 20,3707 9494 | 18,8742 1029 | 17,5459 1198 | 43 |
| 44 | 26,5038 4945 | 24,2542 7392 | 22,2827 9102 | 20,5488 4129 | 19,0183 8305 | 17,6627 7331 | 44 |
| 45 | 26,8330 2386 | 24,5187 1254 | 22,4954 5026 | 20,7200 3970 | 19,1563 4742 | 17,7740 6982 | 45 |
| 46 | 27,1541 6962 | 24,7754 4907 | 22,7009 1813 | 20,8846 5356 | 19,2883 7074 | 17,8800 6650 | 46 |
| 47 | 27,4674 8255 | 25,0247 0783 | 22,8994 3780 | 21,0429 3612 | 19,4147 0884 | 17,9810 1571 | 47 |
| 48 | 27,7731 5371 | 25,2667 0664 | 23,0912 4425 | 21,1951 3088 | 19,5356 0654 | 18,0771 5782 | 48 |
| 49 | 28,0771 6947 | 25,5016 5693 | 23,2765 6450 | 21,3414 7200 | 19,6512 9813 | 18,1687 2173 | 49 |
| 50 | 28,3623 1168 | 25,7297 6401 | 23,4556 1787 | 21,4821 8462 | 19,7620 0778 | 18,2559 2546 | 50 |

TABLA XIII. Valor presente de una anualidad de 1 por periodo

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

| n | 2½% | 3% | 3½% | 4% | 4½% | 5% | n |
|-----|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----|
| 51 | 28.6461 5774 | 25.9512 2719 | 23.6286 1630 | 21.6174 8521 | 19.8679 5003 | 18.3389 7663 | 51 |
| 52 | 28.9230 8072 | 26.1662 3999 | 23.7957 6454 | 21.7475 8193 | 19.9693 3017 | 18.4180 7298 | 52 |
| 53 | 29.1932 4948 | 26.3749 9028 | 23.9572 6043 | 21.8726 7493 | 20.0663 4466 | 18.4934 0284 | 53 |
| 54 | 29.4568 2876 | 26.5776 6047 | 24.1132 9510 | 21.9929 5667 | 20.1591 8149 | 18.5651 4556 | 54 |
| 55 | 29.7139 7928 | 26.7744 2764 | 24.2640 5323 | 22.1086 1218 | 20.2480 2057 | 18.6334 7196 | 55 |
| 56 | 29.9648 5784 | 26.9654 6373 | 24.4097 1327 | 22.2189 1940 | 20.3330 3404 | 18.6985 4473 | 56 |
| 57 | 30.2096 1740 | 27.1509 3566 | 24.5504 4760 | 22.3267 4943 | 20.4143 8664 | 18.7605 1879 | 57 |
| 58 | 30.4484 0722 | 27.3310 0549 | 24.6864 2281 | 22.4295 6676 | 20.4922 3602 | 18.8195 4170 | 58 |
| 59 | 30.6813 7290 | 27.5058 3058 | 24.8177 9981 | 22.5284 2957 | 20.5667 3303 | 18.8757 5400 | 59 |
| 60 | 30.9086 5649 | 27.6755 6367 | 24.9447 3412 | 22.6234 8997 | 20.6380 2204 | 18.9292 8953 | 60 |
| 61 | 31.1303 9657 | 27.8403 5307 | 25.0673 7596 | 22.7148 9421 | 20.7062 4118 | 18.9802 7574 | 61 |
| 62 | 31.3467 2836 | 28.0003 4279 | 25.1858 7049 | 22.8027 8289 | 20.7715 2266 | 19.0288 3404 | 62 |
| 63 | 31.5577 8377 | 28.1556 7261 | 25.3003 5796 | 22.8872 9124 | 20.8339 9298 | 19.0750 8003 | 63 |
| 64 | 31.7636 9148 | 28.3064 7826 | 25.4109 7388 | 22.9685 4927 | 20.8937 7319 | 19.1191 2384 | 64 |
| 65 | 31.9645 7705 | 28.4528 9152 | 25.5178 4916 | 23.0466 8199 | 20.9509 7913 | 19.1610 7033 | 65 |
| 66 | 32.1605 6298 | 28.5950 4031 | 25.6211 1030 | 23.1218 0961 | 21.0057 2165 | 19.2010 1936 | 66 |
| 67 | 32.3517 6876 | 28.7330 4884 | 25.7208 7951 | 23.1940 4770 | 21.0581 0684 | 19.2390 6606 | 67 |
| 68 | 32.5383 1099 | 28.8670 3771 | 25.8172 7489 | 23.2635 0740 | 21.1082 3621 | 19.2753 0101 | 68 |
| 69 | 32.7203 0340 | 28.9971 2399 | 25.9104 1052 | 23.3302 9558 | 21.1562 0690 | 19.3098 1048 | 69 |
| 70 | 32.8978 5698 | 29.1234 2135 | 26.0003 9664 | 23.3945 1498 | 21.2021 1187 | 19.3426 7665 | 70 |
| 71 | 33.0710 7998 | 29.2460 4015 | 26.0873 3975 | 23.4562 6440 | 21.2460 4007 | 19.3739 7776 | 71 |
| 72 | 33.2400 7803 | 29.3650 8752 | 26.1713 4275 | 23.5156 3885 | 21.2880 7662 | 19.4037 8834 | 72 |
| 73 | 33.4049 5417 | 29.4806 6750 | 26.2525 0508 | 23.5727 2966 | 21.3283 0298 | 19.4321 7937 | 73 |
| 74 | 33.5658 0895 | 29.5928 8107 | 26.3309 2278 | 23.6276 2468 | 21.3667 9711 | 19.4592 1845 | 74 |
| 75 | 33.7227 4044 | 29.7018 2628 | 26.4066 8868 | 23.6804 0834 | 21.4036 3360 | 19.4849 6995 | 75 |
| 76 | 33.8758 4433 | 29.8075 9833 | 26.4798 9244 | 23.7311 6187 | 21.4388 8383 | 19.5094 9519 | 76 |
| 77 | 34.0252 1398 | 29.9102 8964 | 26.5506 2072 | 23.7799 6333 | 21.4726 1611 | 19.5328 5257 | 77 |
| 78 | 34.1709 4047 | 30.0099 8994 | 26.6189 5721 | 23.8268 8782 | 21.5048 9579 | 19.5550 9768 | 78 |
| 79 | 34.3131 1265 | 30.1067 8635 | 26.6849 8281 | 23.8720 0752 | 21.5357 8545 | 19.5762 8351 | 79 |
| 80 | 34.4518 1722 | 30.2007 6345 | 26.7487 7567 | 23.9153 9185 | 21.5653 4493 | 19.5964 6048 | 80 |
| 81 | 34.5871 3875 | 30.2920 0335 | 26.8104 1127 | 23.9571 0754 | 21.5936 3151 | 19.6156 7665 | 81 |
| 82 | 34.7191 5976 | 30.3805 8577 | 26.8699 6258 | 23.9972 1879 | 21.6207 0001 | 19.6339 7776 | 82 |
| 83 | 34.8479 6074 | 30.4665 8813 | 26.9275 0008 | 24.0357 8730 | 21.6466 0288 | 19.6514 0739 | 83 |
| 84 | 34.9736 2023 | 30.5500 8556 | 26.9830 9186 | 24.0728 7240 | 21.6713 9032 | 19.6680 0704 | 84 |
| 85 | 35.0962 1486 | 30.6311 5103 | 27.0368 0373 | 24.1085 3116 | 21.6951 1035 | 19.6838 1623 | 85 |
| 86 | 35.2158 1938 | 30.7098 5537 | 27.0886 9926 | 24.1428 1842 | 21.7178 0895 | 19.6988 7260 | 86 |
| 87 | 35.3325 0671 | 30.7862 6735 | 27.1388 3986 | 24.1757 8694 | 21.7395 3009 | 19.7132 1200 | 87 |
| 88 | 35.4463 4801 | 30.8604 5374 | 27.1872 8489 | 24.2074 8745 | 21.7603 1588 | 19.7268 6857 | 88 |
| 89 | 35.5574 1269 | 30.9324 7936 | 27.2340 9168 | 24.2379 6870 | 21.7802 0658 | 19.7398 7483 | 89 |
| 90 | 35.6657 6848 | 31.0024 0714 | 27.2793 1564 | 24.2672 7759 | 21.7992 4075 | 19.7522 6174 | 90 |
| 91 | 35.7714 8144 | 31.0702 9820 | 27.3230 1028 | 24.2954 5923 | 21.8174 5526 | 19.7640 5880 | 91 |
| 92 | 35.8746 1604 | 31.1362 1184 | 27.3652 2732 | 24.3225 5695 | 21.8348 8542 | 19.7752 9410 | 92 |
| 93 | 35.9752 3516 | 31.2002 0567 | 27.4060 1673 | 24.3486 1245 | 21.8515 6499 | 19.7859 9438 | 93 |
| 94 | 36.0734 0016 | 31.2623 3560 | 27.4454 2680 | 24.3736 6582 | 21.8675 2631 | 19.7961 8512 | 94 |
| 95 | 36.1691 7089 | 31.3224 5592 | 27.4835 0415 | 24.3977 5559 | 21.8828 0030 | 19.8058 9059 | 95 |
| 96 | 36.2626 0574 | 31.3812 1934 | 27.5202 9387 | 24.4209 1884 | 21.8974 1655 | 19.8151 3390 | 96 |
| 97 | 36.3537 6170 | 31.4380 7703 | 27.5558 3948 | 24.4431 9119 | 21.9114 0340 | 19.8239 3705 | 97 |
| 98 | 36.4426 9434 | 31.4932 7867 | 27.5901 8308 | 24.4646 0692 | 21.9247 8794 | 19.8323 2100 | 98 |
| 99 | 36.5294 5790 | 31.5468 7250 | 27.6233 6529 | 24.4851 9896 | 21.9375 9612 | 19.8403 0571 | 99 |
| 100 | 36.6141 0526 | 31.5989 0534 | 27.6554 2540 | 24.5049 9900 | 21.9498 5274 | 19.8479 1020 | 100 |

TABLA XIII. Valor presente de una anualidad de 1 por periodo

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

| n | 5½% | 6% | 6½% | 7% | 7½% | 8% | n |
|----|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|----|
| 1 | 0.9478 6730 | 0.9433 9623 | 0.9389 6714 | 0.9345 7944 | 0.9302 3256 | 0.9259 2593 | 1 |
| 2 | 1.8463 1971 | 1.8333 9267 | 1.8206 2642 | 1.8080 1817 | 1.7955 6517 | 1.7832 6475 | 2 |
| 3 | 2.6979 3338 | 2.6730 1195 | 2.6484 7551 | 2.6243 1604 | 2.6005 2574 | 2.5770 9699 | 3 |
| 4 | 3.5051 5012 | 3.4651 0561 | 3.4257 9860 | 3.3872 1126 | 3.3493 2627 | 3.3121 2684 | 4 |
| 5 | 4.2702 8448 | 4.2123 6379 | 4.1556 7944 | 4.1001 9744 | 4.0458 8490 | 3.9927 1004 | 5 |
| 6 | 4.9955 3031 | 4.9173 2433 | 4.8410 1356 | 4.7665 3966 | 4.6938 4642 | 4.6228 7966 | 6 |
| 7 | 5.6829 6712 | 5.5823 8144 | 5.4845 1977 | 5.3892 8940 | 5.2966 0132 | 5.2063 7006 | 7 |
| 8 | 6.3345 6599 | 6.2097 9381 | 6.0887 5096 | 5.9712 9851 | 5.8573 0355 | 5.7466 3894 | 8 |
| 9 | 6.9521 9525 | 6.8016 9227 | 6.6561 0419 | 6.5152 3225 | 6.3788 8703 | 6.2468 8791 | 9 |
| 10 | 7.5376 2583 | 7.3600 8705 | 7.1888 3022 | 7.0235 8154 | 6.8640 8096 | 6.7100 8140 | 10 |
| 11 | 8.0925 3633 | 7.8868 7458 | 7.6890 4246 | 7.4986 7434 | 7.3154 2415 | 7.1389 6426 | 11 |
| 12 | 8.6185 1785 | 8.3838 4304 | 8.1587 2532 | 7.9426 8630 | 7.7352 7827 | 7.5360 7802 | 12 |
| 13 | 9.1170 7853 | 8.8526 8296 | 8.5997 4208 | 8.3576 5074 | 8.1258 4026 | 7.9037 7594 | 13 |
| 14 | 9.5896 4790 | 9.2949 8393 | 9.0138 4233 | 8.7454 6799 | 8.4891 5373 | 8.2442 3698 | 14 |
| 15 | 10.0375 8094 | 9.7122 4899 | 9.4026 6885 | 9.1079 1401 | 8.8271 1974 | 8.5594 7869 | 15 |
| 16 | 10.4621 6203 | 10.1058 9527 | 9.7677 6418 | 9.4466 4860 | 9.1415 0674 | 8.8513 6916 | 16 |
| 17 | 10.8646 0856 | 10.4772 5969 | 10.1105 7670 | 9.7632 2299 | 9.4339 5976 | 9.1216 3811 | 17 |
| 18 | 11.2460 7447 | 10.8276 0348 | 10.4324 6638 | 10.0590 8691 | 9.7060 0908 | 9.3718 8714 | 18 |
| 19 | 11.6076 3352 | 11.1581 1649 | 10.7347 1022 | 10.3355 9524 | 9.9590 7821 | 9.6035 9920 | 19 |
| 20 | 11.9503 8248 | 11.4699 2122 | 11.0185 0725 | 10.5940 1425 | 10.1944 9136 | 9.8181 4741 | 20 |
| 21 | 12.2752 4406 | 11.7640 7662 | 11.2849 8333 | 10.8355 2733 | 10.4134 8033 | 10.0168 0316 | 21 |
| 22 | 12.5831 6973 | 12.0415 8172 | 11.5351 9562 | 11.0612 4050 | 10.6171 9101 | 10.2007 4366 | 22 |
| 23 | 12.8750 4239 | 12.3033 7898 | 11.7701 3673 | 11.2721 8738 | 10.8066 8931 | 10.3710 5895 | 23 |
| 24 | 13.1516 9895 | 12.5503 5753 | 11.9907 3871 | 11.4693 3400 | 10.9829 6680 | 10.5287 5828 | 24 |
| 25 | 13.4139 3266 | 12.7833 5616 | 12.1978 7673 | 11.6535 8318 | 11.1469 4586 | 10.6747 7619 | 25 |
| 26 | 13.6624 9541 | 13.0031 6619 | 12.3923 7251 | 11.8257 7867 | 11.2994 8452 | 10.8099 7795 | 26 |
| 27 | 13.8980 9991 | 13.2105 3414 | 12.5749 9766 | 11.9867 0904 | 11.4413 8095 | 10.9351 6477 | 27 |
| 28 | 14.1214 2172 | 13.4061 6428 | 12.7464 7668 | 12.1371 1125 | 11.5733 7763 | 11.0510 7849 | 28 |
| 29 | 14.3331 0116 | 13.5907 2102 | 12.9074 8984 | 12.2776 7407 | 11.6961 6524 | 11.1584 0601 | 29 |
| 30 | 14.5337 4517 | 13.7648 3115 | 13.0586 7591 | 12.4090 4118 | 11.8103 8627 | 11.2577 8334 | 30 |
| 31 | 14.7239 2907 | 13.9290 8599 | 13.2006 3465 | 12.5318 1419 | 11.9166 3839 | 11.3497 9939 | 31 |
| 32 | 14.9041 9817 | 14.0840 4339 | 13.3339 2925 | 12.6465 5532 | 12.0154 7757 | 11.4349 9944 | 32 |
| 33 | 15.0750 6936 | 14.2302 2961 | 13.4590 8850 | 12.7537 9002 | 12.1074 2099 | 11.5138 8837 | 33 |
| 34 | 15.2370 3257 | 14.3681 4114 | 13.5766 0892 | 12.8540 0936 | 12.1929 4976 | 11.5869 3367 | 34 |
| 35 | 15.3905 5220 | 14.4982 4636 | 13.6869 5673 | 12.9476 7230 | 12.2725 1141 | 11.6545 6822 | 35 |
| 36 | 15.5360 6843 | 14.6209 8713 | 13.7905 6970 | 13.0352 0776 | 12.3465 2224 | 11.7171 9279 | 36 |
| 37 | 15.6739 9851 | 14.7367 8031 | 13.8878 5887 | 13.1170 1660 | 12.4153 6952 | 11.7751 7851 | 37 |
| 38 | 15.8047 3793 | 14.8460 1916 | 13.9792 1021 | 13.1934 7345 | 12.4794 1351 | 11.8288 6899 | 38 |
| 39 | 15.9286 6154 | 14.9490 7468 | 14.0649 8611 | 13.2649 2846 | 12.5389 8931 | 11.8785 8240 | 39 |
| 40 | 16.0461 2469 | 15.0462 9687 | 14.1455 2687 | 13.3317 0884 | 12.5944 0866 | 11.9246 1333 | 40 |
| 41 | 16.1574 6416 | 15.1380 1592 | 14.2211 5199 | 13.3941 2041 | 12.6459 6155 | 11.9672 3457 | 41 |
| 42 | 16.2629 9920 | 15.2245 4332 | 14.2921 6149 | 13.4524 4898 | 12.6939 1772 | 12.0066 9867 | 42 |
| 43 | 16.3630 3242 | 15.3061 7294 | 14.3588 3708 | 13.5069 6167 | 12.7385 2811 | 12.0432 3951 | 43 |
| 44 | 16.4578 5063 | 15.3831 8202 | 14.4214 4327 | 13.5579 0810 | 12.7800 2615 | 12.0770 7362 | 44 |
| 45 | 16.5477 2572 | 15.4558 3209 | 14.4802 2842 | 13.6055 2159 | 12.8186 2898 | 12.1084 0150 | 45 |
| 46 | 16.6329 1537 | 15.5243 6990 | 14.5354 2575 | 13.6500 2018 | 12.8545 3858 | 12.1374 0880 | 46 |
| 47 | 16.7136 6386 | 15.5890 2821 | 14.5872 5422 | 13.6916 0764 | 12.8879 4287 | 12.1642 6741 | 47 |
| 48 | 16.7902 0271 | 15.6500 2661 | 14.6359 1946 | 13.7304 7443 | 12.9190 1662 | 12.1891 3649 | 48 |
| 49 | 16.8627 5139 | 15.7075 7227 | 14.6816 1451 | 13.7667 9853 | 12.9479 2244 | 12.2121 6341 | 49 |
| 50 | 16.9315 1790 | 15.7618 6064 | 14.7245 2067 | 13.8007 4629 | 12.9748 1157 | 12.2334 8464 | 50 |

TABLA XIV. Pago periódico de una anualidad cuyo monto es 1

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1} \quad \left(\frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} + i \right)$$

TABLA XIV. Pago periódico de una anualidad cuyo monto es 1

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1} \quad \left(\frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} + i \right)$$

| n | $\frac{1}{4}\%$ | $\frac{1}{3}\%$ | $\frac{1}{2}\%$ | $\frac{1}{4}\%$ | $\frac{1}{2}\%$ | $\frac{3}{4}\%$ | n |
|----|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----|
| 1 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1 |
| 2 | 0.4993 7578 | 0.4991 6805 | 0.4989 6050 | 0.4987 5312 | 0.4985 4591 | 0.4983 3887 | 2 |
| 3 | 0.3325 0139 | 0.3322 2469 | 0.3319 4829 | 0.3316 7221 | 0.3313 9643 | 0.3311 2095 | 3 |
| 4 | 0.2490 6445 | 0.2487 5347 | 0.2484 4291 | 0.2481 3279 | 0.2478 2310 | 0.2475 1384 | 4 |
| 5 | 0.1990 0250 | 0.1986 7110 | 0.1983 4026 | 0.1980 0997 | 0.1976 8024 | 0.1973 5105 | 5 |
| 6 | 0.1656 2803 | 0.1652 8317 | 0.1649 3898 | 0.1645 9546 | 0.1642 5260 | 0.1639 1042 | 6 |
| 7 | 0.1417 8928 | 0.1414 3491 | 0.1410 8133 | 0.1407 2854 | 0.1403 7653 | 0.1400 2531 | 7 |
| 8 | 0.1239 1035 | 0.1235 4895 | 0.1231 8845 | 0.1228 2886 | 0.1224 7018 | 0.1221 1240 | 8 |
| 9 | 0.1100 0462 | 0.1096 3785 | 0.1092 7209 | 0.1089 0736 | 0.1085 4365 | 0.1081 8096 | 9 |
| 10 | 0.0988 8015 | 0.0985 0915 | 0.0981 3929 | 0.0977 7057 | 0.0974 0299 | 0.0970 3654 | 10 |
| 11 | 0.0897 7840 | 0.0894 0402 | 0.0890 3090 | 0.0886 5903 | 0.0882 8842 | 0.0879 1905 | 11 |
| 12 | 0.0821 9370 | 0.0818 1657 | 0.0814 4082 | 0.0810 6643 | 0.0806 9341 | 0.0803 2176 | 12 |
| 13 | 0.0757 7595 | 0.0753 9656 | 0.0750 1866 | 0.0746 4224 | 0.0742 6730 | 0.0738 9385 | 13 |
| 14 | 0.0702 7510 | 0.0698 9383 | 0.0695 1416 | 0.0691 3609 | 0.0687 5962 | 0.0683 8474 | 14 |
| 15 | 0.0655 0777 | 0.0651 2491 | 0.0647 4378 | 0.0643 6436 | 0.0639 8666 | 0.0636 1067 | 15 |
| 16 | 0.0613 3642 | 0.0609 5223 | 0.0605 6988 | 0.0601 8937 | 0.0598 1068 | 0.0594 3382 | 16 |
| 17 | 0.0576 5587 | 0.0572 7056 | 0.0568 8720 | 0.0565 0579 | 0.0561 2632 | 0.0557 4880 | 17 |
| 18 | 0.0543 8433 | 0.0539 9807 | 0.0536 1387 | 0.0532 3173 | 0.0528 5165 | 0.0524 7363 | 18 |
| 19 | 0.0514 5722 | 0.0510 7015 | 0.0506 8525 | 0.0503 0253 | 0.0499 2198 | 0.0495 4361 | 19 |
| 20 | 0.0488 2288 | 0.0484 3511 | 0.0480 4963 | 0.0476 6645 | 0.0472 8556 | 0.0469 0696 | 20 |
| 21 | 0.0464 3947 | 0.0460 5111 | 0.0456 6517 | 0.0452 8163 | 0.0449 0050 | 0.0445 2176 | 21 |
| 22 | 0.0442 7278 | 0.0438 8393 | 0.0434 9760 | 0.0431 1380 | 0.0427 3251 | 0.0423 5374 | 22 |
| 23 | 0.0422 9455 | 0.0419 0528 | 0.0415 1865 | 0.0411 3465 | 0.0407 5329 | 0.0403 7456 | 23 |
| 24 | 0.0404 8121 | 0.0400 9159 | 0.0397 0472 | 0.0393 2061 | 0.0389 3925 | 0.0385 6062 | 24 |
| 25 | 0.0388 1298 | 0.0384 2307 | 0.0380 3603 | 0.0376 5186 | 0.0372 7055 | 0.0368 9210 | 25 |
| 26 | 0.0372 7312 | 0.0368 8297 | 0.0364 9581 | 0.0361 1163 | 0.0357 3043 | 0.0353 5220 | 26 |
| 27 | 0.0358 4736 | 0.0354 5702 | 0.0350 6978 | 0.0346 8565 | 0.0343 0460 | 0.0339 2664 | 27 |
| 28 | 0.0345 2347 | 0.0341 3299 | 0.0337 4572 | 0.0333 6167 | 0.0329 8082 | 0.0326 0317 | 28 |
| 29 | 0.0332 9093 | 0.0329 0033 | 0.0325 1307 | 0.0321 2914 | 0.0317 4853 | 0.0313 7123 | 29 |
| 30 | 0.0321 4059 | 0.0317 4992 | 0.0313 6270 | 0.0309 7892 | 0.0305 9857 | 0.0302 2166 | 30 |
| 31 | 0.0310 6449 | 0.0306 7378 | 0.0302 8663 | 0.0299 0304 | 0.0295 2299 | 0.0291 4649 | 31 |
| 32 | 0.0300 5569 | 0.0296 6496 | 0.0292 7791 | 0.0288 9453 | 0.0285 1482 | 0.0281 3875 | 32 |
| 33 | 0.0291 0806 | 0.0287 1734 | 0.0283 3041 | 0.0279 4727 | 0.0275 6791 | 0.0271 9231 | 33 |
| 34 | 0.0282 1620 | 0.0278 2551 | 0.0274 3873 | 0.0270 5586 | 0.0266 7687 | 0.0263 0176 | 34 |
| 35 | 0.0273 7533 | 0.0269 8470 | 0.0265 9809 | 0.0262 1550 | 0.0258 3691 | 0.0254 6231 | 35 |
| 36 | 0.0265 8121 | 0.0261 9065 | 0.0258 0423 | 0.0254 2194 | 0.0250 4376 | 0.0246 6970 | 36 |
| 37 | 0.0258 3004 | 0.0254 3957 | 0.0250 5336 | 0.0246 7139 | 0.0242 9365 | 0.0239 2013 | 37 |
| 38 | 0.0251 1843 | 0.0247 2808 | 0.0243 4208 | 0.0239 6045 | 0.0235 8316 | 0.0232 1020 | 38 |
| 39 | 0.0244 4335 | 0.0240 5311 | 0.0236 6736 | 0.0232 8607 | 0.0229 0925 | 0.0225 3687 | 39 |
| 40 | 0.0238 0204 | 0.0234 1194 | 0.0230 2644 | 0.0226 4552 | 0.0222 6917 | 0.0218 9739 | 40 |
| 41 | 0.0231 9204 | 0.0228 0209 | 0.0224 1685 | 0.0220 3631 | 0.0216 6046 | 0.0212 8928 | 41 |
| 42 | 0.0226 1112 | 0.0222 2133 | 0.0218 3637 | 0.0214 5622 | 0.0210 8087 | 0.0207 1031 | 42 |
| 43 | 0.0220 5724 | 0.0216 6762 | 0.0212 8295 | 0.0209 0320 | 0.0205 2836 | 0.0201 5843 | 43 |
| 44 | 0.0215 2855 | 0.0211 3912 | 0.0207 5474 | 0.0203 7541 | 0.0200 0110 | 0.0196 3180 | 44 |
| 45 | 0.0210 2339 | 0.0206 3415 | 0.0202 5008 | 0.0198 7117 | 0.0194 9740 | 0.0191 2875 | 45 |
| 46 | 0.0205 4022 | 0.0201 5118 | 0.0197 6743 | 0.0193 8894 | 0.0190 1571 | 0.0186 4772 | 46 |
| 47 | 0.0200 7762 | 0.0196 8880 | 0.0193 0537 | 0.0189 2733 | 0.0185 5465 | 0.0181 8732 | 47 |
| 48 | 0.0196 3433 | 0.0192 4572 | 0.0188 6263 | 0.0184 8503 | 0.0181 1291 | 0.0177 4626 | 48 |
| 49 | 0.0192 0915 | 0.0188 2077 | 0.0184 3801 | 0.0180 6087 | 0.0176 8932 | 0.0173 2334 | 49 |
| 50 | 0.0188 0099 | 0.0184 1285 | 0.0180 3044 | 0.0176 5376 | 0.0172 8278 | 0.0169 1749 | 50 |

| n | $\frac{1}{4}\%$ | $\frac{1}{3}\%$ | $\frac{1}{2}\%$ | $\frac{1}{4}\%$ | $\frac{1}{2}\%$ | $\frac{3}{4}\%$ | n |
|-----|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----|
| 51 | 0.0184 0886 | 0.0180 2096 | 0.0176 3891 | 0.0172 6269 | 0.0168 9230 | 0.0165 2770 | 51 |
| 52 | 0.0180 3184 | 0.0176 4418 | 0.0172 6249 | 0.0168 8675 | 0.0165 1694 | 0.0161 5304 | 52 |
| 53 | 0.0176 6906 | 0.0172 8165 | 0.0169 0033 | 0.0165 2507 | 0.0161 5585 | 0.0157 9266 | 53 |
| 54 | 0.0173 1974 | 0.0169 3259 | 0.0165 5164 | 0.0161 7686 | 0.0158 0824 | 0.0154 4576 | 54 |
| 55 | 0.0169 8314 | 0.0165 9625 | 0.0162 1567 | 0.0158 4139 | 0.0154 7337 | 0.0151 1160 | 55 |
| 56 | 0.0166 5858 | 0.0162 7196 | 0.0158 9176 | 0.0155 1797 | 0.0151 5056 | 0.0147 8951 | 56 |
| 57 | 0.0163 4542 | 0.0159 5907 | 0.0155 7927 | 0.0152 0598 | 0.0148 3918 | 0.0144 7885 | 57 |
| 58 | 0.0160 4308 | 0.0156 5701 | 0.0152 7760 | 0.0149 0481 | 0.0145 3863 | 0.0141 7903 | 58 |
| 59 | 0.0157 5101 | 0.0153 6522 | 0.0149 8620 | 0.0146 1392 | 0.0142 4836 | 0.0138 8949 | 59 |
| 60 | 0.0154 6869 | 0.0150 8319 | 0.0147 0457 | 0.0143 3280 | 0.0139 6787 | 0.0136 0973 | 60 |
| 61 | 0.0151 9564 | 0.0148 1043 | 0.0144 3221 | 0.0140 6096 | 0.0136 9666 | 0.0133 3926 | 61 |
| 62 | 0.0149 3142 | 0.0145 4650 | 0.0141 6869 | 0.0137 9796 | 0.0134 3428 | 0.0130 7763 | 62 |
| 63 | 0.0146 7561 | 0.0142 9098 | 0.0139 1358 | 0.0135 4337 | 0.0131 8033 | 0.0128 2442 | 63 |
| 64 | 0.0144 2780 | 0.0140 4348 | 0.0136 6649 | 0.0132 9681 | 0.0129 3440 | 0.0125 7923 | 64 |
| 65 | 0.0141 8764 | 0.0138 0361 | 0.0134 2704 | 0.0130 5789 | 0.0126 9612 | 0.0123 4171 | 65 |
| 66 | 0.0139 5476 | 0.0135 7105 | 0.0131 9489 | 0.0128 2627 | 0.0124 6515 | 0.0121 1149 | 66 |
| 67 | 0.0137 2886 | 0.0133 4545 | 0.0129 6972 | 0.0126 0163 | 0.0122 4116 | 0.0118 8825 | 67 |
| 68 | 0.0135 0961 | 0.0131 2652 | 0.0127 5121 | 0.0123 8366 | 0.0120 2383 | 0.0116 7168 | 68 |
| 69 | 0.0132 9674 | 0.0129 1395 | 0.0125 3908 | 0.0121 7206 | 0.0118 1289 | 0.0114 6150 | 69 |
| 70 | 0.0130 8996 | 0.0127 0749 | 0.0123 3304 | 0.0119 6657 | 0.0116 0805 | 0.0112 5742 | 70 |
| 71 | 0.0128 8902 | 0.0125 0687 | 0.0121 3285 | 0.0117 6693 | 0.0114 0906 | 0.0110 5919 | 71 |
| 72 | 0.0126 9368 | 0.0123 1185 | 0.0119 3827 | 0.0115 7289 | 0.0112 1567 | 0.0108 6657 | 72 |
| 73 | 0.0125 0370 | 0.0121 2220 | 0.0117 4905 | 0.0113 8422 | 0.0110 2766 | 0.0106 7933 | 73 |
| 74 | 0.0123 1887 | 0.0119 3769 | 0.0115 6498 | 0.0112 0070 | 0.0108 4481 | 0.0104 9725 | 74 |
| 75 | 0.0121 3898 | 0.0117 5813 | 0.0113 8586 | 0.0110 2214 | 0.0106 6690 | 0.0103 2011 | 75 |
| 76 | 0.0119 6385 | 0.0115 8332 | 0.0112 1150 | 0.0108 4832 | 0.0104 9375 | 0.0101 4773 | 76 |
| 77 | 0.0117 9327 | 0.0114 1308 | 0.0110 4170 | 0.0106 7908 | 0.0103 2517 | 0.0099 7993 | 77 |
| 78 | 0.0116 2708 | 0.0112 4722 | 0.0108 7629 | 0.0105 1423 | 0.0101 6099 | 0.0098 1652 | 78 |
| 79 | 0.0114 6511 | 0.0110 8559 | 0.0107 1510 | 0.0103 5360 | 0.0100 0103 | 0.0096 5733 | 79 |
| 80 | 0.0113 0721 | 0.0109 2802 | 0.0105 5798 | 0.0101 9704 | 0.0098 4514 | 0.0095 0222 | 80 |
| 81 | 0.0111 5321 | 0.0107 7436 | 0.0104 0477 | 0.0100 4439 | 0.0096 9316 | 0.0093 5102 | 81 |
| 82 | 0.0110 0298 | 0.0106 2447 | 0.0102 5534 | 0.0098 9552 | 0.0095 4496 | 0.0092 0360 | 82 |
| 83 | 0.0108 5639 | 0.0104 7822 | 0.0101 0954 | 0.0097 5028 | 0.0094 0040 | 0.0090 5982 | 83 |
| 84 | 0.0107 1330 | 0.0103 3547 | 0.0099 6724 | 0.0096 0855 | 0.0092 5935 | 0.0089 1955 | 84 |
| 85 | 0.0105 7359 | 0.0101 9610 | 0.0098 2833 | 0.0094 7021 | 0.0091 2168 | 0.0087 8266 | 85 |
| 86 | 0.0104 3714 | 0.0100 6000 | 0.0096 9268 | 0.0093 3513 | 0.0089 8727 | 0.0086 4904 | 86 |
| 87 | 0.0103 0384 | 0.0099 2704 | 0.0095 6018 | 0.0092 0320 | 0.0088 5602 | 0.0085 1857 | 87 |
| 88 | 0.0101 7357 | 0.0097 9713 | 0.0094 3073 | 0.0090 7431 | 0.0087 2781 | 0.0083 9115 | 88 |
| 89 | 0.0100 4625 | 0.0096 7015 | 0.0093 0422 | 0.0089 4837 | 0.0086 0255 | 0.0082 6667 | 89 |
| 90 | 0.0099 2177 | 0.0095 4602 | 0.0091 8055 | 0.0088 2527 | 0.0084 8013 | 0.0081 4504 | 90 |
| 91 | 0.0098 0004 | 0.0094 2464 | 0.0090 5962 | 0.0087 0493 | 0.0083 6047 | 0.0080 2616 | 91 |
| 92 | 0.0096 8096 | 0.0093 0592 | 0.0089 4136 | 0.0085 8724 | 0.0082 4346 | 0.0079 0994 | 92 |
| 93 | 0.0095 6446 | 0.0091 8976 | 0.0088 2568 | 0.0084 7213 | 0.0081 2903 | 0.0077 9629 | 93 |
| 94 | 0.0094 5044 | 0.0090 7610 | 0.0087 1248 | 0.0083 5950 | 0.0080 1709 | 0.0076 8514 | 94 |
| 95 | 0.0093 3884 | 0.0089 6485 | 0.0086 0170 | 0.0082 4930 | 0.0079 0757 | 0.0075 7641 | 95 |
| 96 | 0.0092 2957 | 0.0088 5594 | 0.0084 9325 | 0.0081 4143 | 0.0078 0038 | 0.0074 7001 | 96 |
| 97 | 0.0091 2257 | 0.0087 4929 | 0.0083 8707 | 0.0080 3583 | 0.0076 9547 | 0.0073 6588 | 97 |
| 98 | 0.0090 1776 | 0.0086 4484 | 0.0082 8309 | 0.0079 3242 | 0.0075 9275 | 0.0072 6394 | 98 |
| 99 | 0.0089 1508 | 0.0085 4252 | 0.0081 8124 | 0.0078 3115 | 0.0074 9216 | 0.0071 6415 | 99 |
| 100 | 0.0088 1446 | 0.0084 4226 | 0.0080 8145 | 0.0077 3194 | 0.0073 9363 | 0.0070 6642 | 100 |

TABLA XIV. Pago periódico de una anualidad cuyo monto es 1

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1} \quad \left(\frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} + i \right)$$

| n | $\frac{1}{4}\%$ | $\frac{1}{2}\%$ | $\frac{5}{12}\%$ | $\frac{1}{2}\%$ | $\frac{7}{12}\%$ | $\frac{2}{3}\%$ | n |
|----|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|------------------|-----------------|-----|
| 01 | 0.0087 1584 | 0.0083 4400 | 0.0079 8366 | 0.0076 3473 | 0.0072 9711 | 0.0069 7069 | 101 |
| 02 | 0.0086 1917 | 0.0082 4769 | 0.0078 8782 | 0.0075 3947 | 0.0072 0254 | 0.0068 7690 | 102 |
| 03 | 0.0085 2439 | 0.0081 5327 | 0.0077 9387 | 0.0074 4610 | 0.0071 0986 | 0.0067 8501 | 103 |
| 04 | 0.0084 3144 | 0.0080 6068 | 0.0077 0175 | 0.0073 5457 | 0.0070 1901 | 0.0066 9495 | 104 |
| 05 | 0.0083 4027 | 0.0079 6987 | 0.0076 1142 | 0.0072 6481 | 0.0069 2994 | 0.0066 0668 | 105 |
| 06 | 0.0082 5082 | 0.0078 8079 | 0.0075 2281 | 0.0071 7679 | 0.0068 4261 | 0.0065 2013 | 106 |
| 07 | 0.0081 6307 | 0.0077 9340 | 0.0074 3589 | 0.0070 9045 | 0.0067 5696 | 0.0064 3527 | 107 |
| 08 | 0.0080 7694 | 0.0077 0764 | 0.0073 5061 | 0.0070 0575 | 0.0066 7294 | 0.0063 5205 | 108 |
| 09 | 0.0079 9241 | 0.0076 2347 | 0.0072 6691 | 0.0069 2264 | 0.0065 9052 | 0.0062 7042 | 109 |
| 10 | 0.0079 0942 | 0.0075 4084 | 0.0071 8476 | 0.0068 4107 | 0.0065 0965 | 0.0061 9033 | 110 |
| 11 | 0.0078 2793 | 0.0074 5972 | 0.0071 0412 | 0.0067 6102 | 0.0064 3028 | 0.0061 1175 | 111 |
| 12 | 0.0077 4791 | 0.0073 8007 | 0.0070 2495 | 0.0066 8242 | 0.0063 5237 | 0.0060 3464 | 112 |
| 13 | 0.0076 6932 | 0.0073 0184 | 0.0069 4720 | 0.0066 0526 | 0.0062 7590 | 0.0059 5895 | 113 |
| 14 | 0.0075 9211 | 0.0072 2500 | 0.0068 7083 | 0.0065 2948 | 0.0062 0081 | 0.0058 8465 | 114 |
| 15 | 0.0075 1626 | 0.0071 4952 | 0.0067 9582 | 0.0064 5506 | 0.0061 2708 | 0.0058 1171 | 115 |
| 16 | 0.0074 4172 | 0.0070 7535 | 0.0067 2213 | 0.0063 8195 | 0.0060 5466 | 0.0057 4008 | 116 |
| 17 | 0.0073 6846 | 0.0070 0246 | 0.0066 4973 | 0.0063 1013 | 0.0059 8353 | 0.0056 6974 | 117 |
| 18 | 0.0072 9646 | 0.0069 3082 | 0.0065 7857 | 0.0062 3956 | 0.0059 1365 | 0.0056 0065 | 118 |
| 19 | 0.0072 2567 | 0.0068 6041 | 0.0065 0863 | 0.0061 7021 | 0.0058 4499 | 0.0055 3278 | 119 |
| 20 | 0.0071 5607 | 0.0067 9118 | 0.0064 3988 | 0.0061 0205 | 0.0057 7751 | 0.0054 6609 | 120 |
| 21 | 0.0070 8764 | 0.0067 2311 | 0.0063 7230 | 0.0060 3505 | 0.0057 1120 | 0.0054 0057 | 121 |
| 22 | 0.0070 2033 | 0.0066 5617 | 0.0063 0584 | 0.0059 6918 | 0.0056 4602 | 0.0053 3618 | 122 |
| 23 | 0.0069 5412 | 0.0065 9034 | 0.0062 4049 | 0.0059 0441 | 0.0055 8194 | 0.0052 7289 | 123 |
| 24 | 0.0068 8899 | 0.0065 2558 | 0.0061 7621 | 0.0058 4072 | 0.0055 1894 | 0.0052 1067 | 124 |
| 25 | 0.0068 2491 | 0.0064 6188 | 0.0061 1298 | 0.0057 7808 | 0.0054 5700 | 0.0051 4951 | 125 |
| 26 | 0.0067 6186 | 0.0063 9919 | 0.0060 5078 | 0.0057 1647 | 0.0053 9607 | 0.0050 8937 | 126 |
| 27 | 0.0066 9981 | 0.0063 3751 | 0.0059 8959 | 0.0056 5586 | 0.0053 3615 | 0.0050 3024 | 127 |
| 28 | 0.0066 3873 | 0.0062 7681 | 0.0059 2937 | 0.0055 9623 | 0.0052 7721 | 0.0049 7208 | 128 |
| 29 | 0.0065 7861 | 0.0062 1707 | 0.0058 7010 | 0.0055 3755 | 0.0052 1922 | 0.0049 1488 | 129 |
| 30 | 0.0065 1942 | 0.0061 5825 | 0.0058 1177 | 0.0054 7981 | 0.0051 6216 | 0.0048 5861 | 130 |
| 31 | 0.0064 6115 | 0.0061 0035 | 0.0057 5435 | 0.0054 2298 | 0.0051 0602 | 0.0048 0325 | 131 |
| 32 | 0.0064 0376 | 0.0060 4334 | 0.0056 9782 | 0.0053 6703 | 0.0050 5077 | 0.0047 4878 | 132 |
| 33 | 0.0063 4725 | 0.0059 8720 | 0.0056 4216 | 0.0053 1197 | 0.0049 9639 | 0.0046 9518 | 133 |
| 34 | 0.0062 9159 | 0.0059 3191 | 0.0055 8736 | 0.0052 5775 | 0.0049 4286 | 0.0046 4244 | 134 |
| 35 | 0.0062 3675 | 0.0058 7745 | 0.0055 3339 | 0.0052 0436 | 0.0048 9016 | 0.0045 9052 | 135 |
| 36 | 0.0061 8274 | 0.0058 2381 | 0.0054 8023 | 0.0051 5179 | 0.0048 3828 | 0.0045 3942 | 136 |
| 37 | 0.0061 2952 | 0.0057 7097 | 0.0054 2787 | 0.0051 0002 | 0.0047 8719 | 0.0044 8911 | 137 |
| 38 | 0.0060 7707 | 0.0057 1890 | 0.0053 7628 | 0.0050 4902 | 0.0047 3688 | 0.0044 3959 | 138 |
| 39 | 0.0060 2539 | 0.0056 6760 | 0.0053 2546 | 0.0049 9879 | 0.0046 8733 | 0.0043 9082 | 139 |
| 40 | 0.0059 7446 | 0.0056 1704 | 0.0052 7539 | 0.0049 4930 | 0.0046 3853 | 0.0043 4280 | 140 |
| 41 | 0.0059 2425 | 0.0055 6721 | 0.0052 2604 | 0.0049 0055 | 0.0045 9046 | 0.0042 9551 | 141 |
| 42 | 0.0058 7476 | 0.0055 1809 | 0.0051 7741 | 0.0048 5250 | 0.0045 4311 | 0.0042 4893 | 142 |
| 43 | 0.0058 2597 | 0.0054 6968 | 0.0051 2948 | 0.0048 0516 | 0.0044 9645 | 0.0042 0305 | 143 |
| 44 | 0.0057 7787 | 0.0054 2195 | 0.0050 8224 | 0.0047 5850 | 0.0044 5048 | 0.0041 5786 | 144 |
| 45 | 0.0057 3043 | 0.0053 7489 | 0.0050 3566 | 0.0047 1252 | 0.0044 0518 | 0.0041 1333 | 145 |
| 46 | 0.0056 8365 | 0.0053 2849 | 0.0049 8975 | 0.0046 6718 | 0.0043 6053 | 0.0040 6947 | 146 |
| 47 | 0.0056 3752 | 0.0052 8273 | 0.0049 4447 | 0.0046 2250 | 0.0043 1653 | 0.0040 2624 | 147 |
| 48 | 0.0055 9201 | 0.0052 3760 | 0.0048 9983 | 0.0045 7844 | 0.0042 7316 | 0.0039 8364 | 148 |
| 49 | 0.0055 4712 | 0.0051 9309 | 0.0048 5580 | 0.0045 3500 | 0.0042 3040 | 0.0039 4166 | 149 |
| 50 | 0.0055 0284 | 0.0051 4919 | 0.0048 1238 | 0.0044 9217 | 0.0041 8825 | 0.0039 0029 | 150 |

TABLA XIV. Pago periódico de una anualidad cuyo monto es 1

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1} \quad \left(\frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} + i \right)$$

| n | $\frac{3}{4}\%$ | 1% | $1\frac{1}{4}\%$ | $1\frac{1}{2}\%$ | $1\frac{3}{4}\%$ | 2% | n |
|----|-----------------|-------------|------------------|------------------|------------------|-------------|----|
| 1 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1 |
| 2 | 0.4981 3200 | 0.4975 1244 | 0.4968 9441 | 0.4962 7792 | 0.4956 6295 | 0.4950 4950 | 2 |
| 3 | 0.3308 4579 | 0.3300 2211 | 0.3292 0117 | 0.3283 8296 | 0.3275 6746 | 0.3267 5467 | 3 |
| 4 | 0.2472 0501 | 0.2462 8109 | 0.2453 6102 | 0.2444 4479 | 0.2435 3237 | 0.2426 2375 | 4 |
| 5 | 0.1970 2242 | 0.1960 3980 | 0.1950 6211 | 0.1940 8932 | 0.1931 2142 | 0.1921 5839 | 5 |
| 6 | 0.1635 6891 | 0.1625 4837 | 0.1615 3381 | 0.1605 2521 | 0.1595 2256 | 0.1585 2581 | 6 |
| 7 | 0.1396 7488 | 0.1386 2828 | 0.1375 8872 | 0.1365 5616 | 0.1355 3059 | 0.1345 1196 | 7 |
| 8 | 0.1217 5552 | 0.1206 9029 | 0.1196 3314 | 0.1185 8402 | 0.1175 4292 | 0.1165 0930 | 8 |
| 9 | 0.1078 1929 | 0.1067 4036 | 0.1056 7055 | 0.1046 0982 | 0.1035 5813 | 0.1025 1544 | 9 |
| 10 | 0.0966 7123 | 0.0955 8208 | 0.0945 0307 | 0.0934 3418 | 0.0923 7534 | 0.0913 2653 | 10 |
| 11 | 0.0875 5094 | 0.0864 5408 | 0.0853 6839 | 0.0842 9384 | 0.0832 3038 | 0.0821 7794 | 11 |
| 12 | 0.0799 5148 | 0.0788 4879 | 0.0777 5831 | 0.0766 7999 | 0.0756 1377 | 0.0745 5960 | 12 |
| 13 | 0.0735 2188 | 0.0724 1482 | 0.0713 2100 | 0.0702 4036 | 0.0691 7283 | 0.0681 1835 | 13 |
| 14 | 0.0680 1146 | 0.0669 0117 | 0.0658 0515 | 0.0647 2332 | 0.0636 5562 | 0.0626 0197 | 14 |
| 15 | 0.0632 3639 | 0.0621 2378 | 0.0610 2646 | 0.0599 4436 | 0.0588 7739 | 0.0578 2547 | 15 |
| 16 | 0.0590 5879 | 0.0579 4460 | 0.0568 4672 | 0.0557 6508 | 0.0546 9958 | 0.0536 5013 | 16 |
| 17 | 0.0553 7321 | 0.0542 5806 | 0.0531 6023 | 0.0520 7966 | 0.0510 1623 | 0.0499 6984 | 17 |
| 18 | 0.0520 9766 | 0.0509 8205 | 0.0498 8479 | 0.0488 0578 | 0.0477 4492 | 0.0467 0210 | 18 |
| 19 | 0.0491 6740 | 0.0480 5175 | 0.0469 5548 | 0.0458 7847 | 0.0448 2061 | 0.0437 8177 | 19 |
| 20 | 0.0465 3063 | 0.0454 1531 | 0.0443 2039 | 0.0432 4574 | 0.0421 9122 | 0.0411 5672 | 20 |
| 21 | 0.0441 4543 | 0.0430 3075 | 0.0419 3749 | 0.0408 6550 | 0.0398 1464 | 0.0387 8477 | 21 |
| 22 | 0.0419 7748 | 0.0408 6372 | 0.0397 7238 | 0.0387 0332 | 0.0376 5638 | 0.0366 3140 | 22 |
| 23 | 0.0399 9846 | 0.0388 8584 | 0.0377 9666 | 0.0367 3075 | 0.0356 8796 | 0.0346 6810 | 23 |
| 24 | 0.0381 8474 | 0.0370 7347 | 0.0359 8665 | 0.0349 2410 | 0.0338 8565 | 0.0328 7110 | 24 |
| 25 | 0.0365 1650 | 0.0354 0675 | 0.0343 2247 | 0.0332 6345 | 0.0322 2952 | 0.0312 2044 | 25 |
| 26 | 0.0349 7693 | 0.0338 6888 | 0.0327 8729 | 0.0317 3196 | 0.0307 0269 | 0.0296 9923 | 26 |
| 27 | 0.0335 5176 | 0.0324 4553 | 0.0313 6677 | 0.0303 1527 | 0.0292 9079 | 0.0282 9309 | 27 |
| 28 | 0.0322 2871 | 0.0311 2444 | 0.0300 4863 | 0.0290 0108 | 0.0279 8151 | 0.0269 8967 | 28 |
| 29 | 0.0309 9723 | 0.0298 9502 | 0.0288 2228 | 0.0277 7878 | 0.0267 6424 | 0.0257 7836 | 29 |
| 30 | 0.0298 4816 | 0.0287 4811 | 0.0276 7854 | 0.0266 3919 | 0.0256 2975 | 0.0246 4992 | 30 |
| 31 | 0.0287 7352 | 0.0276 7573 | 0.0266 0942 | 0.0255 7430 | 0.0245 7005 | 0.0235 9635 | 31 |
| 32 | 0.0277 6634 | 0.0266 7089 | 0.0256 0791 | 0.0245 7710 | 0.0235 7812 | 0.0226 1061 | 32 |
| 33 | 0.0268 2048 | 0.0257 2744 | 0.0246 6786 | 0.0236 4144 | 0.0226 4779 | 0.0216 8653 | 33 |
| 34 | 0.0259 3053 | 0.0248 3997 | 0.0237 8387 | 0.0227 6189 | 0.0217 7363 | 0.0208 1867 | 34 |
| 35 | 0.0250 9170 | 0.0240 0368 | 0.0229 5111 | 0.0219 3363 | 0.0209 5082 | 0.0200 0221 | 35 |
| 36 | 0.0242 9973 | 0.0232 1431 | 0.0221 6533 | 0.0211 5240 | 0.0201 7507 | 0.0192 3285 | 36 |
| 37 | 0.0235 5082 | 0.0224 6805 | 0.0214 2270 | 0.0204 1437 | 0.0194 4257 | 0.0185 0678 | 37 |
| 38 | 0.0228 4157 | 0.0217 6150 | 0.0207 1983 | 0.0197 1613 | 0.0187 4990 | 0.0178 2057 | 38 |
| 39 | 0.0221 6893 | 0.0210 9160 | 0.0200 5365 | 0.0190 5463 | 0.0180 9399 | 0.0171 7114 | 39 |
| 40 | 0.0215 3016 | 0.0204 5560 | 0.0194 2141 | 0.0184 2710 | 0.0174 7209 | 0.0165 5575 | 40 |
| 41 | 0.0209 2276 | 0.0198 5102 | 0.0188 2063 | 0.0178 3106 | 0.0168 8170 | 0.0159 7188 | 41 |
| 42 | 0.0203 4452 | 0.0192 7563 | 0.0182 4906 | 0.0172 6426 | 0.0163 2057 | 0.0154 1729 | 42 |
| 43 | 0.0197 9338 | 0.0187 2737 | 0.0177 0466 | 0.0167 2465 | 0.0157 8666 | 0.0148 8993 | 43 |
| 44 | 0.0192 6751 | 0.0182 0441 | 0.0171 8557 | 0.0162 1038 | 0.0152 7810 | 0.0143 8794 | 44 |
| 45 | 0.0187 6521 | 0.0177 0505 | 0.0166 9012 | 0.0157 1976 | 0.0147 9321 | 0.0139 0962 | 45 |
| 46 | 0.0182 8495 | 0.0172 2775 | 0.0162 1675 | 0.0152 5125 | 0.0143 3043 | 0.0134 5342 | 46 |
| 47 | 0.0178 2532 | 0.0167 7111 | 0.0157 6406 | 0.0148 0342 | 0.0138 8836 | 0.0130 1792 | 47 |
| 48 | 0.0173 8504 | 0.0163 3384 | 0.0153 3075 | 0.0143 7500 | 0.0134 6569 | 0.0126 0184 | 48 |
| 49 | 0.0169 6292 | 0.0159 1474 | 0.0149 1563 | 0.0139 6478 | 0.0130 6124 | 0.0122 0396 | 49 |
| 50 | 0.0165 5787 | 0.0155 1273 | 0.0145 1763 | 0.0135 7168 | 0.0126 7391 | 0.0118 2321 | 50 |

TABLA XIV. Pago periódico de una anualidad cuyo monto es 1

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1} \quad \left(\frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} + i \right)$$

| n | $\frac{3}{4}\%$ | 1% | $1\frac{1}{4}\%$ | $1\frac{1}{2}\%$ | $1\frac{3}{4}\%$ | 2% | n |
|----|-----------------|-------------|------------------|------------------|------------------|-------------|-----|
| 1 | 0.0161 6888 | 0.0151 2680 | 0.0141 3571 | 0.0131 9469 | 0.0123 0269 | 0.0114 5856 | 51 |
| 2 | 0.0157 9503 | 0.0147 5603 | 0.0137 6897 | 0.0128 3287 | 0.0119 4665 | 0.0111 0909 | 52 |
| 3 | 0.0154 3546 | 0.0143 9956 | 0.0134 1653 | 0.0124 8537 | 0.0116 0492 | 0.0107 7392 | 53 |
| 4 | 0.0150 8938 | 0.0140 5658 | 0.0130 7760 | 0.0121 5138 | 0.0112 7672 | 0.0104 5226 | 54 |
| 5 | 0.0147 5605 | 0.0137 2637 | 0.0127 5145 | 0.0118 3018 | 0.0109 6129 | 0.0101 4337 | 55 |
| 6 | 0.0144 3478 | 0.0134 0824 | 0.0124 3739 | 0.0115 2106 | 0.0106 5795 | 0.0098 4656 | 56 |
| 7 | 0.0141 2496 | 0.0131 0156 | 0.0121 3478 | 0.0112 2341 | 0.0103 6606 | 0.0095 6120 | 57 |
| 8 | 0.0138 2597 | 0.0128 0573 | 0.0118 4303 | 0.0109 3661 | 0.0100 8503 | 0.0092 8667 | 58 |
| 9 | 0.0135 3727 | 0.0125 2020 | 0.0115 6158 | 0.0106 6012 | 0.0098 1430 | 0.0090 2243 | 59 |
| 10 | 0.0132 5836 | 0.0122 4445 | 0.0112 8993 | 0.0103 9343 | 0.0095 5336 | 0.0087 6797 | 60 |
| 11 | 0.0129 8873 | 0.0119 7800 | 0.0110 2758 | 0.0101 3604 | 0.0093 0172 | 0.0085 2278 | 61 |
| 12 | 0.0127 2795 | 0.0117 2041 | 0.0107 7410 | 0.0098 8751 | 0.0090 5892 | 0.0082 8643 | 62 |
| 13 | 0.0124 7560 | 0.0114 7125 | 0.0105 2904 | 0.0096 4741 | 0.0088 2455 | 0.0080 5848 | 63 |
| 14 | 0.0122 3127 | 0.0112 3013 | 0.0102 9203 | 0.0094 1534 | 0.0085 9821 | 0.0078 3855 | 64 |
| 15 | 0.0119 9460 | 0.0109 9667 | 0.0100 6268 | 0.0091 9094 | 0.0083 7952 | 0.0076 2624 | 65 |
| 16 | 0.0117 6524 | 0.0107 7052 | 0.0098 4065 | 0.0089 7386 | 0.0081 6813 | 0.0074 2122 | 66 |
| 17 | 0.0115 4286 | 0.0105 5136 | 0.0096 2560 | 0.0087 6376 | 0.0079 6372 | 0.0072 2316 | 67 |
| 18 | 0.0113 2716 | 0.0103 3889 | 0.0094 1724 | 0.0085 6033 | 0.0077 6597 | 0.0070 3173 | 68 |
| 19 | 0.0111 1785 | 0.0101 3280 | 0.0092 1527 | 0.0083 6329 | 0.0075 7459 | 0.0068 4665 | 69 |
| 20 | 0.0109 1464 | 0.0099 3282 | 0.0090 1941 | 0.0081 7535 | 0.0073 8930 | 0.0066 6765 | 70 |
| 21 | 0.0107 1728 | 0.0097 3870 | 0.0088 2941 | 0.0079 8727 | 0.0072 0985 | 0.0064 9446 | 71 |
| 22 | 0.0105 2554 | 0.0095 5019 | 0.0086 4501 | 0.0078 0779 | 0.0070 3600 | 0.0063 2683 | 72 |
| 23 | 0.0103 3917 | 0.0093 6706 | 0.0084 6600 | 0.0078 3368 | 0.0068 6750 | 0.0061 6454 | 73 |
| 24 | 0.0101 5796 | 0.0091 8910 | 0.0082 9215 | 0.0074 6473 | 0.0067 0413 | 0.0060 0736 | 74 |
| 25 | 0.0099 8170 | 0.0090 1609 | 0.0081 2325 | 0.0073 0072 | 0.0065 4570 | 0.0058 5508 | 75 |
| 26 | 0.0098 1020 | 0.0088 4784 | 0.0079 5910 | 0.0071 4146 | 0.0063 9200 | 0.0057 0751 | 76 |
| 27 | 0.0096 4328 | 0.0086 8416 | 0.0077 9953 | 0.0069 8676 | 0.0062 4285 | 0.0055 6447 | 77 |
| 28 | 0.0094 8074 | 0.0085 2488 | 0.0076 4436 | 0.0068 3645 | 0.0060 9806 | 0.0054 2576 | 78 |
| 29 | 0.0093 2244 | 0.0083 6983 | 0.0074 9341 | 0.0066 9036 | 0.0059 5748 | 0.0052 9123 | 79 |
| 30 | 0.0091 6821 | 0.0082 1885 | 0.0073 4652 | 0.0065 4832 | 0.0058 2093 | 0.0051 6071 | 80 |
| 31 | 0.0090 1790 | 0.0080 7179 | 0.0072 0356 | 0.0064 1019 | 0.0056 8828 | 0.0050 3405 | 81 |
| 32 | 0.0088 7136 | 0.0079 2851 | 0.0070 6437 | 0.0062 7583 | 0.0055 5936 | 0.0049 1110 | 82 |
| 33 | 0.0087 2847 | 0.0077 8887 | 0.0069 2881 | 0.0061 4509 | 0.0054 3406 | 0.0047 9173 | 83 |
| 34 | 0.0085 8908 | 0.0076 5273 | 0.0067 9675 | 0.0060 1784 | 0.0053 1223 | 0.0046 7581 | 84 |
| 35 | 0.0084 5308 | 0.0075 1998 | 0.0066 6808 | 0.0058 9396 | 0.0051 9375 | 0.0045 6321 | 85 |
| 36 | 0.0083 2034 | 0.0073 9050 | 0.0065 4267 | 0.0057 7333 | 0.0050 7850 | 0.0044 5381 | 86 |
| 37 | 0.0081 9076 | 0.0072 6418 | 0.0064 2041 | 0.0056 5584 | 0.0049 6636 | 0.0043 4750 | 87 |
| 38 | 0.0080 6423 | 0.0071 4089 | 0.0063 0119 | 0.0055 4138 | 0.0048 5724 | 0.0042 4416 | 88 |
| 39 | 0.0079 4064 | 0.0070 2056 | 0.0061 8491 | 0.0054 2984 | 0.0047 5102 | 0.0041 4370 | 89 |
| 40 | 0.0078 1989 | 0.0069 0306 | 0.0060 7146 | 0.0053 2113 | 0.0046 4760 | 0.0040 4602 | 90 |
| 41 | 0.0077 0190 | 0.0067 8832 | 0.0059 6076 | 0.0052 1516 | 0.0045 4690 | 0.0039 5101 | 91 |
| 42 | 0.0075 8657 | 0.0066 7624 | 0.0058 5272 | 0.0051 1182 | 0.0044 4882 | 0.0038 5859 | 92 |
| 43 | 0.0074 7382 | 0.0065 6673 | 0.0057 4724 | 0.0050 1104 | 0.0043 5327 | 0.0037 6868 | 93 |
| 44 | 0.0073 6356 | 0.0064 5971 | 0.0056 4425 | 0.0049 1273 | 0.0042 6017 | 0.0036 8118 | 94 |
| 45 | 0.0072 5571 | 0.0063 5511 | 0.0055 4366 | 0.0048 1681 | 0.0041 6944 | 0.0035 9602 | 95 |
| 46 | 0.0071 5020 | 0.0062 5284 | 0.0054 4541 | 0.0047 2321 | 0.0040 8101 | 0.0035 1313 | 96 |
| 47 | 0.0070 4696 | 0.0061 5284 | 0.0053 4941 | 0.0046 3186 | 0.0039 9480 | 0.0034 3242 | 97 |
| 48 | 0.0069 4592 | 0.0060 5503 | 0.0052 5560 | 0.0045 4268 | 0.0039 1074 | 0.0033 5383 | 98 |
| 49 | 0.0068 4701 | 0.0059 5936 | 0.0051 6391 | 0.0044 5560 | 0.0038 2876 | 0.0032 7729 | 99 |
| 50 | 0.0067 5017 | 0.0058 6574 | 0.0050 7428 | 0.0043 7057 | 0.0037 4880 | 0.0032 0274 | 100 |

TABLA XIV. Pago periódico de una anualidad cuyo monto es 1

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1} \quad \left(\frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} + i \right)$$

| n | $2\frac{1}{2}\%$ | 3% | $3\frac{1}{2}\%$ | 4% | $4\frac{1}{2}\%$ | 5% | n |
|----|------------------|-------------|------------------|-------------|------------------|-------------|----|
| 1 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1 |
| 2 | 0.4938 2716 | 0.4926 1084 | 0.4914 0049 | 0.4901 9608 | 0.4889 9756 | 0.4878 0488 | 2 |
| 3 | 0.3251 3717 | 0.3235 3036 | 0.3219 3418 | 0.3203 4854 | 0.3187 7336 | 0.3172 0856 | 3 |
| 4 | 0.2408 1788 | 0.2390 2705 | 0.2372 5114 | 0.2354 9005 | 0.2337 4365 | 0.2320 1183 | 4 |
| 5 | 0.1902 4686 | 0.1883 5457 | 0.1864 8137 | 0.1846 2711 | 0.1827 9164 | 0.1809 7480 | 5 |
| 6 | 0.1565 4997 | 0.1545 9750 | 0.1526 6821 | 0.1507 6190 | 0.1488 7839 | 0.1470 1747 | 6 |
| 7 | 0.1324 9543 | 0.1305 0635 | 0.1285 4449 | 0.1266 0961 | 0.1247 0147 | 0.1228 1982 | 7 |
| 8 | 0.1144 6735 | 0.1124 5639 | 0.1104 7665 | 0.1085 2783 | 0.1066 0965 | 0.1047 2181 | 8 |
| 9 | 0.1004 5689 | 0.0984 3386 | 0.0964 4601 | 0.0944 9299 | 0.0925 7447 | 0.0906 9008 | 9 |
| 10 | 0.0892 5876 | 0.0872 3051 | 0.0852 4137 | 0.0832 9094 | 0.0813 7882 | 0.0795 0457 | 10 |
| 11 | 0.0801 0596 | 0.0780 7745 | 0.0760 9197 | 0.0741 4904 | 0.0722 4818 | 0.0703 8889 | 11 |
| 12 | 0.0724 8713 | 0.0704 6209 | 0.0684 8395 | 0.0665 5217 | 0.0646 6619 | 0.0628 2541 | 12 |
| 13 | 0.0660 4827 | 0.0640 2954 | 0.0620 6157 | 0.0601 4373 | 0.0582 7535 | 0.0564 5577 | 13 |
| 14 | 0.0605 3652 | 0.0585 2634 | 0.0565 7073 | 0.0546 6897 | 0.0528 2032 | 0.0510 2397 | 14 |
| 15 | 0.0557 6646 | 0.0537 6658 | 0.0518 2507 | 0.0499 4110 | 0.0481 1381 | 0.0463 4229 | 15 |
| 16 | 0.0515 9899 | 0.0496 1085 | 0.0476 8483 | 0.0458 2000 | 0.0440 1537 | 0.0422 6991 | 16 |
| 17 | 0.0479 2777 | 0.0459 5253 | 0.0440 4313 | 0.0421 9852 | 0.0404 1758 | 0.0386 9914 | 17 |
| 18 | 0.0446 7008 | 0.0427 0870 | 0.0408 1684 | 0.0389 9333 | 0.0372 3690 | 0.0355 4622 | 18 |
| 19 | 0.0417 6062 | 0.0398 1388 | 0.0379 4033 | 0.0361 3862 | 0.0344 0734 | 0.0327 4501 | 19 |
| 20 | 0.0391 4713 | 0.0372 1571 | 0.0353 6108 | 0.0335 8175 | 0.0318 7614 | 0.0302 4259 | 20 |
| 21 | 0.0367 8733 | 0.0348 7178 | 0.0330 3659 | 0.0312 8011 | 0.0296 0057 | 0.0279 9611 | 21 |
| 22 | 0.0346 4661 | 0.0327 4739 | 0.0309 3207 | 0.0291 9881 | 0.0275 4565 | 0.0259 7051 | 22 |
| 23 | 0.0326 9638 | 0.0308 1390 | 0.0290 1880 | 0.0273 0906 | 0.0256 8249 | 0.0241 3682 | 23 |
| 24 | 0.0309 1282 | 0.0290 4742 | 0.0272 7283 | 0.0255 8683 | 0.0239 8703 | 0.0224 7090 | 24 |
| 25 | 0.0292 7592 | 0.0274 2787 | 0.0256 7404 | 0.0240 1196 | 0.0224 3903 | 0.0209 5246 | 25 |
| 26 | 0.0277 6875 | 0.0259 3829 | 0.0242 0540 | 0.0225 6738 | 0.0210 2137 | 0.0195 6432 | 26 |
| 27 | 0.0263 7687 | 0.0245 6421 | 0.0228 5241 | 0.0212 3854 | 0.0197 1946 | 0.0182 9186 | 27 |
| 28 | 0.0250 8793 | 0.0232 9323 | 0.0216 0265 | 0.0200 1298 | 0.0185 2081 | 0.0171 2253 | 28 |
| 29 | 0.0238 9127 | 0.0221 1467 | 0.0204 4538 | 0.0188 7993 | 0.0174 1461 | 0.0160 4551 | 29 |
| 30 | 0.0227 7764 | 0.0210 1926 | 0.0193 7133 | 0.0178 3010 | 0.0163 9154 | 0.0150 5144 | 30 |
| 31 | 0.0217 3900 | 0.0199 9893 | 0.0183 7240 | 0.0168 5535 | 0.0154 4345 | 0.0141 3212 | 31 |
| 32 | 0.0207 6831 | 0.0190 4662 | 0.0174 4150 | 0.0159 4859 | 0.0145 6320 | 0.0132 8042 | 32 |
| 33 | 0.0198 5938 | 0.0181 5612 | 0.0165 7242 | 0.0151 0357 | 0.0137 4453 | 0.0124 9004 | 33 |
| 34 | 0.0190 0675 | 0.0173 2196 | 0.0157 5966 | 0.0143 1477 | 0.0129 8191 | 0.0117 5545 | 34 |
| 35 | 0.0182 0558 | 0.0165 3929 | 0.0149 9835 | 0.0135 7732 | 0.0122 7045 | 0.0110 7171 | 35 |
| 36 | 0.0174 5158 | 0.0158 0379 | 0.0142 8416 | 0.0128 8688 | 0.0116 0578 | 0.0104 3446 | 36 |
| 37 | 0.0167 4090 | 0.0151 1162 | 0.0136 1325 | 0.0122 3957 | 0.0109 8402 | 0.0098 3979 | 37 |
| 38 | 0.0160 7012 | 0.0144 5934 | 0.0129 8214 | 0.0116 3192 | 0.0104 0169 | 0.0092 8423 | 38 |
| 39 | 0.0154 3615 | 0.0138 4385 | 0.0123 8775 | 0.0110 6083 | 0.0098 5567 | 0.0087 6462 | 39 |
| 40 | 0.0148 3623 | 0.0132 6238 | 0.0118 2728 | 0.0105 2349 | 0.0093 4315 | 0.0082 7816 | 40 |
| 41 | 0.0142 6786 | 0.0127 1241 | 0.0112 9822 | 0.0100 1738 | 0.0088 6158 | 0.0078 2229 | 41 |
| 42 | 0.0137 2876 | 0.0121 9167 | 0.0107 9828 | 0.0095 4020 | 0.0084 0868 | 0.0073 9471 | 42 |
| 43 | 0.0132 1688 | 0.0116 9811 | 0.0103 2539 | 0.0090 8989 | 0.0079 8235 | 0.0069 9333 | 43 |
| 44 | 0.0127 3037 | 0.0112 2985 | 0.0098 7768 | 0.0086 6454 | 0.0075 8071 | 0.0066 1625 | 44 |
| 45 | 0.0122 6751 | 0.0107 8518 | 0.0094 5343 | 0.0082 6246 | 0.0072 0202 | 0.0062 6173 | 45 |
| 46 | 0.0118 2676 | 0.0103 6254 | 0.0090 5108 | 0.0078 8205 | 0.0068 4471 | 0.0059 2820 | 46 |
| 47 | 0.0114 0669 | 0.0099 6051 | 0.0086 6919 | 0.0075 2189 | 0.0065 0734 | 0.0056 1421 | 47 |
| 48 | 0.0110 0599 | 0.0095 7777 | 0.0083 0646 | 0.0071 8065 | 0.0061 8858 | 0.0053 1843 | 48 |
| 49 | 0.0106 2348 | 0.0092 1314 | 0.0079 6167 | 0.0068 5712 | 0.0058 8722 | 0.0050 3965 | 49 |
| 50 | 0.0102 5806 | 0.0088 6549 | 0.0076 3371 | 0.0065 5020 | 0.0056 0215 | 0.0047 7674 | 50 |

TABLA XIV. Pago periódico de una anualidad cuyo monto es 1

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1} \quad \left(\frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} + i \right)$$

| n | 2½% | 3% | 3½% | 4% | 4½% | 5% | n |
|----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----|
| 1 | 0.0099 0870 | 0.0085 3382 | 0.0073 2156 | 0.0062 5885 | 0.0053 3232 | 0.0045 2867 | 51 |
| 2 | 0.0095 7446 | 0.0082 1718 | 0.0070 2429 | 0.0059 8212 | 0.0050 7679 | 0.0042 9450 | 52 |
| 3 | 0.0092 5449 | 0.0079 1471 | 0.0067 4100 | 0.0057 1915 | 0.0048 3469 | 0.0040 7334 | 53 |
| 4 | 0.0089 4799 | 0.0076 2558 | 0.0064 7090 | 0.0054 6910 | 0.0046 0519 | 0.0038 6438 | 54 |
| 5 | 0.0086 5419 | 0.0073 4907 | 0.0062 1323 | 0.0052 3124 | 0.0043 8754 | 0.0036 6686 | 55 |
| 6 | 0.0083 7243 | 0.0070 8447 | 0.0059 6730 | 0.0050 0487 | 0.0041 8105 | 0.0034 8010 | 56 |
| 7 | 0.0081 0204 | 0.0068 3114 | 0.0057 3245 | 0.0047 8932 | 0.0039 8506 | 0.0033 0343 | 57 |
| 8 | 0.0078 4244 | 0.0065 8848 | 0.0055 0810 | 0.0045 8401 | 0.0037 9897 | 0.0031 3626 | 58 |
| 9 | 0.0075 9307 | 0.0063 5593 | 0.0052 9366 | 0.0043 8836 | 0.0036 2221 | 0.0029 7802 | 59 |
| 10 | 0.0073 5340 | 0.0061 3296 | 0.0050 8862 | 0.0042 0185 | 0.0034 5426 | 0.0028 2818 | 60 |
| 11 | 0.0071 2294 | 0.0059 1908 | 0.0048 9249 | 0.0040 2398 | 0.0032 9462 | 0.0026 8627 | 61 |
| 12 | 0.0069 0126 | 0.0057 1385 | 0.0047 0480 | 0.0038 5430 | 0.0031 4284 | 0.0025 5183 | 62 |
| 13 | 0.0066 8790 | 0.0055 1682 | 0.0045 2513 | 0.0036 9237 | 0.0029 9848 | 0.0024 2442 | 63 |
| 14 | 0.0064 8249 | 0.0053 2760 | 0.0043 5308 | 0.0035 3780 | 0.0028 6115 | 0.0023 0365 | 64 |
| 15 | 0.0062 8463 | 0.0051 4581 | 0.0041 8826 | 0.0033 9019 | 0.0027 3047 | 0.0021 8915 | 65 |
| 16 | 0.0060 9398 | 0.0049 7110 | 0.0040 3031 | 0.0032 4921 | 0.0026 0608 | 0.0020 8057 | 66 |
| 17 | 0.0059 1021 | 0.0048 0313 | 0.0038 7892 | 0.0031 1451 | 0.0024 8765 | 0.0019 7758 | 67 |
| 18 | 0.0057 3300 | 0.0046 4159 | 0.0037 3375 | 0.0029 8578 | 0.0023 7487 | 0.0018 7986 | 68 |
| 19 | 0.0055 6206 | 0.0044 8618 | 0.0035 9453 | 0.0028 6272 | 0.0022 6745 | 0.0017 8715 | 69 |
| 20 | 0.0053 9712 | 0.0043 3663 | 0.0034 6095 | 0.0027 4506 | 0.0021 6511 | 0.0016 9915 | 70 |
| 21 | 0.0052 3790 | 0.0041 9266 | 0.0033 3277 | 0.0026 3253 | 0.0020 6759 | 0.0016 1563 | 71 |
| 22 | 0.0050 8417 | 0.0040 5404 | 0.0032 0973 | 0.0025 2489 | 0.0019 7465 | 0.0015 3633 | 72 |
| 23 | 0.0049 3568 | 0.0039 2053 | 0.0030 9160 | 0.0024 2190 | 0.0018 8606 | 0.0014 6103 | 73 |
| 24 | 0.0047 9222 | 0.0037 9191 | 0.0029 7816 | 0.0023 2334 | 0.0018 0159 | 0.0013 8953 | 74 |
| 25 | 0.0046 5358 | 0.0036 6796 | 0.0028 6919 | 0.0022 2900 | 0.0017 2104 | 0.0013 2161 | 75 |
| 26 | 0.0045 1956 | 0.0035 4849 | 0.0027 6450 | 0.0021 3869 | 0.0016 4422 | 0.0012 5709 | 76 |
| 27 | 0.0043 8997 | 0.0034 3331 | 0.0026 6390 | 0.0020 5221 | 0.0015 7094 | 0.0011 9580 | 77 |
| 28 | 0.0042 6463 | 0.0033 2224 | 0.0025 6721 | 0.0019 6939 | 0.0015 0104 | 0.0011 3756 | 78 |
| 29 | 0.0041 4338 | 0.0032 1510 | 0.0024 7426 | 0.0018 9007 | 0.0014 3434 | 0.0010 8222 | 79 |
| 30 | 0.0040 2605 | 0.0031 1175 | 0.0023 8489 | 0.0018 1408 | 0.0013 7069 | 0.0010 2962 | 80 |
| 31 | 0.0039 1248 | 0.0030 1201 | 0.0022 9894 | 0.0017 4127 | 0.0013 0995 | 0.0009 7963 | 81 |
| 32 | 0.0038 0254 | 0.0029 1576 | 0.0022 1628 | 0.0016 7150 | 0.0012 5197 | 0.0009 3211 | 82 |
| 33 | 0.0036 9608 | 0.0028 2284 | 0.0021 3676 | 0.0016 0463 | 0.0011 9663 | 0.0008 8694 | 83 |
| 34 | 0.0035 9298 | 0.0027 3313 | 0.0020 6025 | 0.0015 4054 | 0.0011 4379 | 0.0008 4399 | 84 |
| 35 | 0.0034 9310 | 0.0026 4650 | 0.0019 8662 | 0.0014 7909 | 0.0010 9334 | 0.0008 0316 | 85 |
| 36 | 0.0033 9633 | 0.0025 6284 | 0.0019 1576 | 0.0014 2018 | 0.0010 4516 | 0.0007 6433 | 86 |
| 37 | 0.0033 0255 | 0.0024 8202 | 0.0018 4756 | 0.0013 6370 | 0.0009 9915 | 0.0007 2740 | 87 |
| 38 | 0.0032 1165 | 0.0024 0393 | 0.0017 8190 | 0.0013 0953 | 0.0009 5522 | 0.0006 9228 | 88 |
| 39 | 0.0031 2353 | 0.0023 2848 | 0.0017 1868 | 0.0012 5758 | 0.0009 1325 | 0.0006 5888 | 89 |
| 40 | 0.0030 3809 | 0.0022 5556 | 0.0016 5781 | 0.0012 0775 | 0.0008 7316 | 0.0006 2711 | 90 |
| 41 | 0.0029 5523 | 0.0021 8508 | 0.0015 9919 | 0.0011 5995 | 0.0008 3486 | 0.0005 9689 | 91 |
| 42 | 0.0028 7486 | 0.0021 1694 | 0.0015 4273 | 0.0011 1410 | 0.0007 9827 | 0.0005 6815 | 92 |
| 43 | 0.0027 9690 | 0.0020 5107 | 0.0014 8834 | 0.0010 7010 | 0.0007 6331 | 0.0005 4080 | 93 |
| 44 | 0.0027 2126 | 0.0019 8737 | 0.0014 3594 | 0.0010 2789 | 0.0007 2991 | 0.0005 1478 | 94 |
| 45 | 0.0026 4786 | 0.0019 2577 | 0.0013 8546 | 0.0009 8738 | 0.0006 9799 | 0.0004 9003 | 95 |
| 46 | 0.0025 7662 | 0.0018 6619 | 0.0013 3682 | 0.0009 4850 | 0.0006 6749 | 0.0004 6648 | 96 |
| 47 | 0.0025 0747 | 0.0018 0856 | 0.0012 8995 | 0.0009 1119 | 0.0006 3834 | 0.0004 4407 | 97 |
| 48 | 0.0024 4034 | 0.0017 5281 | 0.0012 4478 | 0.0008 7538 | 0.0006 1048 | 0.0004 2274 | 98 |
| 49 | 0.0023 7517 | 0.0016 9886 | 0.0012 0124 | 0.0008 4100 | 0.0005 8385 | 0.0004 0245 | 99 |
| 50 | 0.0023 1188 | 0.0016 4667 | 0.0011 5927 | 0.0008 0800 | 0.0005 5839 | 0.0003 8314 | 100 |

TABLA XIV. Pago periódico de una anualidad cuyo monto es 1

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1} \quad \left(\frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} + i \right)$$

| n | 5½% | 6% | 6½% | 7% | 7½% | 8% | n |
|----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|----|
| 1 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1.0000 0000 | 1 |
| 2 | 0.4866 1800 | 0.4854 3689 | 0.4842 6150 | 0.4830 9179 | 0.4819 2771 | 0.4807 6923 | 2 |
| 3 | 0.3156 5407 | 0.3141 0981 | 0.3125 7570 | 0.3110 5167 | 0.3095 3763 | 0.3080 3351 | 3 |
| 4 | 0.2302 9449 | 0.2285 9149 | 0.2269 0274 | 0.2252 2812 | 0.2235 6751 | 0.2219 2080 | 4 |
| 5 | 0.1791 7644 | 0.1773 9640 | 0.1756 3454 | 0.1738 9063 | 0.1721 6472 | 0.1704 5645 | 5 |
| 6 | 0.1451 7895 | 0.1433 6263 | 0.1415 6831 | 0.1397 9580 | 0.1380 4489 | 0.1363 1539 | 6 |
| 7 | 0.1209 6442 | 0.1191 3502 | 0.1173 3137 | 0.1155 5322 | 0.1138 0032 | 0.1120 7240 | 7 |
| 8 | 0.1028 6401 | 0.1010 3594 | 0.0992 3730 | 0.0974 6776 | 0.0957 2702 | 0.0940 1476 | 8 |
| 9 | 0.0888 3946 | 0.0870 2224 | 0.0852 3803 | 0.0834 8647 | 0.0817 6716 | 0.0800 7971 | 9 |
| 10 | 0.0776 6777 | 0.0758 6796 | 0.0741 0469 | 0.0723 7750 | 0.0706 8593 | 0.0690 2949 | 10 |
| 11 | 0.0685 7065 | 0.0667 9294 | 0.0650 5521 | 0.0633 5690 | 0.0616 9747 | 0.0600 7634 | 11 |
| 12 | 0.0610 2923 | 0.0592 7703 | 0.0575 6817 | 0.0559 0199 | 0.0542 7783 | 0.0526 9502 | 12 |
| 13 | 0.0546 8426 | 0.0529 6011 | 0.0512 8256 | 0.0496 5085 | 0.0480 6420 | 0.0465 2181 | 13 |
| 14 | 0.0492 7912 | 0.0475 8491 | 0.0459 4048 | 0.0443 4494 | 0.0427 9737 | 0.0412 9685 | 14 |
| 15 | 0.0446 2560 | 0.0429 6276 | 0.0413 5278 | 0.0397 9462 | 0.0382 8724 | 0.0368 2954 | 15 |
| 16 | 0.0405 8254 | 0.0389 5214 | 0.0373 7757 | 0.0358 5765 | 0.0343 9116 | 0.0329 7687 | 16 |
| 17 | 0.0370 4197 | 0.0354 4480 | 0.0339 0633 | 0.0324 2519 | 0.0310 0003 | 0.0296 2943 | 17 |
| 18 | 0.0339 1992 | 0.0323 5654 | 0.0308 5461 | 0.0294 1260 | 0.0280 2896 | 0.0267 0210 | 18 |
| 19 | 0.0311 5006 | 0.0296 2086 | 0.0281 5575 | 0.0267 5301 | 0.0254 1090 | 0.0241 2763 | 19 |
| 20 | 0.0286 7933 | 0.0271 8466 | 0.0257 5640 | 0.0243 9293 | 0.0230 9219 | 0.0218 5221 | 20 |
| 21 | 0.0264 6478 | 0.0250 0455 | 0.0236 1333 | 0.0222 8900 | 0.0210 2937 | 0.0198 3225 | 21 |
| 22 | 0.0244 7123 | 0.0230 4557 | 0.0216 9120 | 0.0204 0577 | 0.0191 8687 | 0.0180 3207 | 22 |
| 23 | 0.0226 6965 | 0.0212 7848 | 0.0199 6078 | 0.0187 1393 | 0.0175 3528 | 0.0164 2217 | 23 |
| 24 | 0.0210 3580 | 0.0196 7900 | 0.0183 9770 | 0.0171 8902 | 0.0160 5008 | 0.0149 7796 | 24 |
| 25 | 0.0195 4935 | 0.0182 2672 | 0.0169 8148 | 0.0158 1052 | 0.0147 1067 | 0.0136 7878 | 25 |
| 26 | 0.0181 9307 | 0.0169 0435 | 0.0156 9480 | 0.0145 6103 | 0.0134 9961 | 0.0125 0713 | 26 |
| 27 | 0.0169 5228 | 0.0156 9717 | 0.0145 2288 | 0.0134 2573 | 0.0124 0204 | 0.0114 4810 | 27 |
| 28 | 0.0158 1440 | 0.0145 9255 | 0.0134 5305 | 0.0123 9193 | 0.0114 0520 | 0.0104 8891 | 28 |
| 29 | 0.0147 6857 | 0.0135 7961 | 0.0124 7440 | 0.0114 4865 | 0.0104 9811 | 0.0096 1654 | 29 |
| 30 | 0.0138 0539 | 0.0126 4891 | 0.0115 7744 | 0.0105 8640 | 0.0096 7124 | 0.0088 2743 | 30 |
| 31 | 0.0129 1665 | 0.0117 9222 | 0.0107 5393 | 0.0097 9691 | 0.0089 1628 | 0.0081 0728 | 31 |
| 32 | 0.0120 9519 | 0.0110 0234 | 0.0099 9665 | 0.0090 7292 | 0.0082 2599 | 0.0074 5081 | 32 |
| 33 | 0.0113 3469 | 0.0102 7293 | 0.0092 9924 | 0.0084 0807 | 0.0075 9397 | 0.0068 5163 | 33 |
| 34 | 0.0106 2958 | 0.0095 9843 | 0.0086 5610 | 0.0077 9674 | 0.0070 1461 | 0.0063 0411 | 34 |
| 35 | 0.0099 7493 | 0.0089 7386 | 0.0080 6226 | 0.0072 3396 | 0.0064 8291 | 0.0058 0326 | 35 |
| 36 | 0.0093 6635 | 0.0083 9483 | 0.0075 1332 | 0.0067 1531 | 0.0059 9447 | 0.0053 4467 | 36 |
| 37 | 0.0087 9993 | 0.0078 5743 | 0.0070 0534 | 0.0062 3685 | 0.0055 4533 | 0.0049 2440 | 37 |
| 38 | 0.0082 7217 | 0.0073 5812 | 0.0065 3480 | 0.0057 9505 | 0.0051 3197 | 0.0045 3894 | 38 |
| 39 | 0.0077 7991 | 0.0068 9377 | 0.0060 9854 | 0.0053 8676 | 0.0047 5124 | 0.0041 8513 | 39 |
| 40 | 0.0073 2034 | 0.0064 6154 | 0.0056 9373 | 0.0050 0914 | 0.0044 0031 | 0.0038 6016 | 40 |
| 41 | 0.0068 9090 | 0.0060 5886 | 0.0053 1779 | 0.0046 5962 | 0.0040 7663 | 0.0035 6149 | 41 |
| 42 | 0.0064 8927 | 0.0056 8342 | 0.0049 6842 | 0.0043 3591 | 0.0037 7789 | 0.0032 8684 | 42 |
| 43 | 0.0061 1337 | 0.0053 3312 | 0.0046 4352 | 0.0040 3590 | 0.0035 0201 | 0.0030 3414 | 43 |
| 44 | 0.0057 6128 | 0.0050 0606 | 0.0043 4119 | 0.0037 6769 | 0.0032 4710 | 0.0028 0152 | 44 |
| 45 | 0.0054 3127 | 0.0047 0050 | 0.0040 5968 | 0.0034 9957 | 0.0030 1146 | 0.0025 8728 | 45 |
| 46 | 0.0051 2175 | 0.0044 1485 | 0.0037 9743 | 0.0032 5996 | 0.0027 9354 | 0.0023 8991 | 46 |
| 47 | 0.0048 3129 | 0.0041 4768 | 0.0035 5300 | 0.0030 3744 | 0.0025 9190 | 0.0022 0799 | 47 |
| 48 | 0.0045 5854 | 0.0038 9765 | 0.0033 2505 | 0.0028 3070 | 0.0024 0527 | 0.0020 4027 | 48 |
| 49 | 0.0043 0230 | 0.0036 6356 | 0.0031 1240 | 0.0026 3853 | 0.0022 3247 | 0.0018 8557 | 49 |
| 50 | 0.0040 6145 | 0.0034 4429 | 0.0029 1393 | 0.0024 5985 | 0.0020 7241 | 0.0017 4286 | 50 |

5 TABLA XV. Tabla de mortalidad CSO 1941 con columnas de conmutativos al 2½%

| Edad <i>x</i> | Número de vivos <i>l_x</i> | Número de muertos <i>d_x</i> | <i>D_x</i> | <i>N_x</i> | <i>M_x</i> | Edad <i>x</i> |
|------------------|--|--|----------------------|----------------------|----------------------|------------------|
| 0 | 1.023.102 | 23.102 | | | | |
| 1 | 1.000.000 | 5.770 | 975.609,76 | 30.351.127,80 | 235.338,3473 | 1 |
| 2 | 994.230 | 4.116 | 946.322,43 | 29.375.518,04 | 229.846,3782 | 2 |
| 3 | 990.114 | 3.347 | 919.419,28 | 28.429.195,61 | 226.024,2630 | 3 |
| 4 | 986.767 | 2.950 | 893.962,20 | 27.509.776,33 | 222.992,0462 | 4 |
| 5 | 983.817 | 2.715 | 869.550,88 | 26.615.814,13 | 220.384,6760 | 5 |
| 6 | 981.102 | 2.561 | 846.001,18 | 25.746.263,25 | 218.043,5400 | 6 |
| 7 | 978.541 | 2.417 | 823.212,53 | 24.900.262,07 | 215.889,0597 | 7 |
| 8 | 976.124 | 2.255 | 801.150,42 | 24.077.049,54 | 213.905,3152 | 8 |
| 9 | 973.869 | 2.065 | 779.804,53 | 23.275.899,12 | 212.099,6727 | 9 |
| 10 | 971.804 | 1.914 | 759.171,73 | 22.496.094,59 | 210.486,4980 | 10 |
| 11 | 969.890 | 1.852 | 739.196,60 | 21.736.922,86 | 209.027,7529 | 11 |
| 12 | 968.038 | 1.859 | 719.790,36 | 20.997.726,26 | 207.650,6874 | 12 |
| 13 | 966.179 | 1.913 | 700.885,94 | 20.277.935,90 | 206.302,1309 | 13 |
| 14 | 964.266 | 1.996 | 682.437,28 | 19.577.049,96 | 204.948,2488 | 14 |
| 15 | 962.270 | 2.069 | 664.414,29 | 18.894.612,68 | 203.570,0793 | 15 |
| 16 | 960.201 | 2.103 | 646.815,33 | 18.230.198,39 | 202.176,3495 | 16 |
| 17 | 958.098 | 2.156 | 629.657,27 | 17.583.383,06 | 200.794,2683 | 17 |
| 18 | 955.942 | 2.199 | 612.917,42 | 16.953.725,79 | 199.411,9146 | 18 |
| 19 | 953.743 | 2.260 | 596.592,68 | 16.340.808,37 | 198.036,3791 | 19 |
| 20 | 951.483 | 2.312 | 580.662,42 | 15.744.215,69 | 196.657,1668 | 20 |
| 21 | 949.171 | 2.382 | 565.123,40 | 15.163.553,27 | 195.280,6337 | 21 |
| 22 | 946.789 | 2.452 | 549.956,28 | 14.598.429,87 | 193.897,0141 | 22 |
| 23 | 944.337 | 2.531 | 535.153,17 | 14.048.473,59 | 192.507,4725 | 23 |
| 24 | 941.806 | 2.609 | 520.701,32 | 13.513.320,42 | 191.108,1450 | 24 |
| 25 | 939.197 | 2.705 | 506.594,02 | 12.992.619,10 | 189.700,8750 | 25 |
| 26 | 936.492 | 2.800 | 492.814,61 | 12.486.025,08 | 188.277,4101 | 26 |
| 27 | 933.692 | 2.904 | 479.357,22 | 11.993.210,47 | 186.839,8909 | 27 |
| 28 | 930.788 | 3.025 | 466.211,03 | 11.513.853,25 | 185.385,3418 | 28 |
| 29 | 927.763 | 3.154 | 453.361,83 | 11.047.642,22 | 183.907,1415 | 29 |
| 30 | 924.609 | 3.292 | 440.800,58 | 10.594.280,39 | 182.403,4951 | 30 |
| 31 | 921.317 | 3.437 | 428.518,18 | 10.153.479,81 | 180.872,3371 | 31 |
| 32 | 917.880 | 3.598 | 416.506,91 | 9.724.961,63 | 179.312,7277 | 32 |
| 33 | 914.282 | 3.767 | 404.756,87 | 9.308.454,72 | 177.719,8824 | 33 |
| 34 | 910.516 | 3.961 | 393.256,29 | 8.903.699,35 | 176.092,8950 | 34 |
| 35 | 906.564 | 4.161 | 381.995,63 | 8.510.443,06 | 174.423,8442 | 35 |
| 36 | 902.393 | 4.386 | 370.968,10 | 8.128.447,43 | 172.713,2832 | 36 |
| 37 | 898.007 | 4.625 | 360.161,02 | 7.757.479,33 | 170.954,2031 | 37 |
| 38 | 893.382 | 4.878 | 349.566,90 | 7.397.318,31 | 169.144,5103 | 38 |
| 39 | 888.504 | 5.162 | 339.178,75 | 7.047.751,41 | 167.282,3758 | 39 |
| 40 | 883.342 | 5.459 | 328.983,61 | 6.708.572,66 | 165.359,8889 | 40 |
| 41 | 877.883 | 5.785 | 318.976,11 | 6.379.589,05 | 163.376,3779 | 41 |
| 42 | 872.098 | 6.131 | 309.145,51 | 6.060.612,94 | 161.325,6832 | 42 |
| 43 | 865.967 | 6.503 | 299.485,04 | 5.751.467,43 | 159.205,3451 | 43 |
| 44 | 859.464 | 6.910 | 289.986,39 | 5.451.982,39 | 157.011,2084 | 44 |
| 45 | 852.554 | 7.340 | 280.638,95 | 5.161.996,00 | 154.736,6133 | 45 |
| 46 | 845.214 | 7.801 | 271.436,89 | 4.881.357,05 | 152.379,4034 | 46 |
| 47 | 837.413 | 8.299 | 262.372,33 | 4.609.920,16 | 149.935,2492 | 47 |
| 48 | 829.114 | 8.822 | 253.436,24 | 4.347.547,83 | 147.398,4842 | 48 |
| 49 | 820.292 | 9.392 | 244.624,00 | 4.094.111,59 | 144.767,6248 | 49 |

TABLA XV. Tabla de mortalidad CSO 1941 con columnas de conmutativos al 2½% 227

| Edad <i>x</i> | Número de vivos <i>l_x</i> | Número de muertos <i>d_x</i> | <i>D_x</i> | <i>N_x</i> | <i>M_x</i> | Edad <i>x</i> |
|------------------|--|--|----------------------|----------------------|----------------------|------------------|
| 50 | 810.900 | 9.990 | 235.925,04 | 3.849.487,59 | 142.035,0956 | 50 |
| 51 | 800.910 | 10.628 | 227.335,15 | 3.613.562,55 | 139.199,4735 | 51 |
| 52 | 790.282 | 11.301 | 218.847,25 | 3.386.227,40 | 136.256,3361 | 52 |
| 53 | 778.981 | 12.020 | 210.456,33 | 3.167.380,15 | 133.203,1589 | 53 |
| 54 | 766.961 | 12.770 | 202.155,03 | 2.956.923,82 | 130.034,9360 | 54 |
| 55 | 754.191 | 13.560 | 193.940,61 | 2.754.768,79 | 126.751,1239 | 55 |
| 56 | 740.631 | 14.390 | 185.808,43 | 2.560.828,18 | 123.349,2108 | 56 |
| 57 | 726.241 | 15.251 | 177.754,43 | 2.375.019,75 | 119.827,1207 | 57 |
| 58 | 710.990 | 16.147 | 169.777,17 | 2.197.265,32 | 116.185,3372 | 58 |
| 59 | 694.843 | 17.072 | 161.874,57 | 2.027.488,15 | 112.423,6404 | 59 |
| 60 | 677.771 | 18.022 | 154.046,23 | 1.865.613,58 | 108.543,4550 | 60 |
| 61 | 659.749 | 18.988 | 146.292,80 | 1.711.567,35 | 104.547,2551 | 61 |
| 62 | 640.761 | 19.979 | 138.616,97 | 1.565.274,55 | 100.439,5471 | 62 |
| 63 | 620.782 | 20.958 | 131.019,40 | 1.426.657,58 | 96.222,8711 | 63 |
| 64 | 599.824 | 21.942 | 123.508,39 | 1.295.638,18 | 91.907,4573 | 64 |
| 65 | 577.882 | 22.907 | 116.088,15 | 1.172.129,79 | 87.499,6261 | 65 |
| 66 | 554.975 | 23.842 | 108.767,29 | 1.056.041,64 | 83.010,1764 | 66 |
| 67 | 531.133 | 24.730 | 101.555,70 | 947.274,35 | 78.451,4482 | 67 |
| 68 | 506.403 | 25.553 | 94.465,545 | 845.718,651 | 73.838,2589 | 68 |
| 69 | 480.850 | 26.302 | 87.511,050 | 751.253,106 | 69.187,8068 | 69 |
| 70 | 454.548 | 26.955 | 80.706,625 | 663.742,056 | 64.517,7925 | 70 |
| 71 | 427.593 | 27.481 | 74.068,942 | 583.035,431 | 59.848,5665 | 71 |
| 72 | 400.112 | 27.872 | 67.618,148 | 508.966,489 | 55.204,3311 | 72 |
| 73 | 372.240 | 28.104 | 61.373,498 | 441.348,341 | 50.608,9030 | 73 |
| 74 | 344.136 | 28.154 | 55.355,921 | 379.974,843 | 46.088,2403 | 74 |
| 75 | 315.982 | 28.009 | 49.587,526 | 324.618,922 | 41.669,9911 | 75 |
| 76 | 287.973 | 27.651 | 44.089,787 | 275.031,396 | 37.381,7042 | 76 |
| 77 | 260.322 | 27.071 | 38.884,206 | 230.941,609 | 33.251,4840 | 77 |
| 78 | 233.251 | 26.262 | 33.990,850 | 192.057,403 | 29.306,5222 | 78 |
| 79 | 206.989 | 25.224 | 29.428,077 | 158.066,553 | 25.572,7964 | 79 |
| 80 | 181.765 | 23.966 | 25.211,636 | 128.638,476 | 22.074,1123 | 80 |
| 81 | 157.799 | 22.502 | 21.353,602 | 103.426,840 | 18.830,9965 | 81 |
| 82 | 135.297 | 20.857 | 17.862,047 | 82.073,238 | 15.860,2597 | 82 |
| 83 | 114.440 | 19.062 | 14.739,984 | 64.211,191 | 13.173,8577 | 83 |
| 84 | 95.878 | 17.157 | 11.985,151 | 49.471,207 | 10.778,5365 | 84 |
| 85 | 78.221 | 15.185 | 9.589,4746 | 37.486,0561 | 8.675,1804 | 85 |
| 86 | 63.036 | 13.198 | 7.539,3905 | 27.896,5815 | 6.858,9858 | 86 |
| 87 | 49.838 | 11.245 | 5.815,4632 | 20.357,1910 | 5.318,9464 | 87 |
| 88 | 38.593 | 9.378 | 4.393,4773 | 14.541,7278 | 4.038,8010 | 88 |
| 89 | 29.215 | 7.638 | 3.244,7546 | 10.148,2505 | 2.997,2364 | 89 |
| 90 | 21.577 | 6.063 | 2.337,9929 | 6.903,4959 | 2.169,6149 | 90 |
| 91 | 15.514 | 4.681 | 1.640,0309 | 4.565,5030 | 1.528,6772 | 91 |
| 92 | 10.833 | 3.506 | 1.117,2571 | 2.925,4721 | 1.045,9042 | 92 |
| 93 | 7.327 | 2.540 | 737,2363 | 1.808,2150 | 693,1335 | 93 |
| 94 | 4.787 | 1.776 | 469,9158 | 1.070,9787 | 443,7944 | 94 |
| 95 | 3.011 | 1.193 | 288,3657 | 601,0629 | 273,7056 | 95 |
| 96 | 1.818 | 813 | 169,8646 | 312,6972 | 162,2378 | 96 |
| 97 | 1.005 | 551 | 91,6117 | 142,8326 | 88,1280 | 97 |
| 98 | 454 | 329 | 40,3755 | 51,2209 | 39,1261 | 98 |
| 99 | 125 | 125 | 10,8454 | 10,8454 | 10,5810 | 99 |

INDICE

- Acumulación del descuento en bonos, 108
- Amortización,
 - de un bono a premio, 113
 - de una deuda, 95
 - tabla de, 95
- Antilogaritmo, 21
- Anualidad,
 - anticipada, 117
 - bono de, 111
 - cierta, 80
 - contingente, 80, 145, 147
 - diferida, 118
 - general, 126
 - ordinaria, 80
 - vitalicia, 145
 - vitalicia anticipada, 145, 146
 - vitalicia diferida, 146
 - vitalicia ordinaria, 145
 - vitalicia ordinaria diferida, 146
- Bono(s),
 - con fecha opcional de redención, 110
 - fecha de redención, 106
 - interés redituable de un, 108
 - precio con interés, 109
 - precio cotizado, 109
 - precio de compra, 106, 108
 - precio neto, 109
 - seriados, 112
 - tasa de interés, 106
 - valor de redención, 106
 - valor en libros, 109
 - valor nominal, 106
- Capital, 40, 63
 - insoluto, 95
- Característica, 19
- Cargo adicional en compras a plazos, 56
- Cologaritmo, 23
- Compra a plazos, 56
- Costo capitalizado, 119
- Depreciación,
 - método de fondo de amortización, 98
 - método de porcentaje constante, 34, 39
 - método de suma de dígitos, 39
- Descuento,
 - bancario, 50
 - comercial, 9
 - efectivo, 10
 - factor de, 73
 - simple, 50
 - por pago de contado, 10
 - racional, 50
- Deudas consolidadas, 96
- Dotal puro, 141
- Ecuación de valor, 44, 74
- Exponentes, 16
- Factor de recargo, 142
- Fecha,
 - de redención de un bono, 106
 - de vencimiento, 43
 - focal, 74
- Fondo de amortización, 97
 - tabla del, 98
- Fondo para depreciación, 7
- Fórmula,
 - comercial, 57
 - de pagos seriados, 57
 - de razón constante, 57
 - de razón directa, 57
- Fracciones,
 - comunes, 2
 - decimales, 4
- Frecuencia de conversión, 63
- Interés,
 - compuesto, 63
 - en el valor de un bien, 96
 - redituable, 108
 - simple ordinario, 41
- Interés simple, 41
 - compuesto, 63
 - exacto, 41
 - ordinario, 41
- Logaritmos, 18
- Mantisa, 19
- Monto,

INDICE

interés compuesto, 64
 interés simple, 40, 41
 impuesto, 64
 una anualidad, 80
 aplicación abreviada, 5

 é, 42, 51
 or al vencimiento de un, 43
 or nominal de un, 43
 i parciales, 55
 s proporcionales, 21
 tuidad, 118
 de una anualidad, 89
 ntaje, 8
 o al por menor, 10
 o neto de un bono, 109
 i,
 ta, 142
 ural, 155
 a anual, 153, 154, 155
 a única, 153, 154, 155
 a neta anual,
 un seguro de vida entera, 153
 un seguro de vida pagos limitados a M años,
 53, 154, 155
 un seguro dotal, 155
 un seguro temporal, 154
 a neta única,
 un seguro de vida entera, 153
 un seguro dotal, 155
 un seguro temporal, 154
 un total puro, 141
 una anualidad diferida, 146
 una anualidad temporal, 147
 una anualidad temporal anticipada, 147
 una anualidad vitalicia, 146
 una anualidad vitalicia anticipada, 146
 abilidad,
 adística, 139
 temática, 139
 esión aritmética, 32
 esión geométrica, 33

infinita, 35
 Proporción, 6

 Razón, 6
 Regla,
 comercial, 55
 de los Estados Unidos, 55
 Reserva terminal, 156

 Seguro de vida,
 dotal, 152, 155
 entera, 152
 temporal, 152, 154
 Símbolos conmutativos, 145

 Tabla de mortalidad, 140
 Tasa(s),
 de redituabilidad de un bono, 109
 efectiva, 65
 equivalentes, 65
 nominal, 65
 Teorema del binomio, 17
 Tiempo,
 aproximado, 42
 equivalente, 75
 exacto, 42

 Valor,
 de redención de un bono, 106
 de vencimiento, 43
 numérico, 1
 Valor en libros,
 de un activo, 7
 del bono, 108
 Valor nominal,
 de un bono, 106
 de un documento, 43
 Valor presente,
 a descuento simple, 50
 a interés compuesto, 73
 a interés simple, 43
 de una anualidad, 81